Die Berechnung

Elektrischer Leitungsnetze

in Theorie und Praxis

von

Jos. Herzog und Cl. P. Feldmann

21/3.93

12 –

Tech. 103 b

Herzog

Titelblatt fehlt

Die Berechnung

Elektrischer Leitungsnetze

in Theorie und Praxis.

Bearbeitet

von

Josef Herzog und **Cl. P. Feldmann.**

Mit 173 in den Text gedruckten Figuren.

Berlin. 1893. **München.**

Julius Springer. R. Oldenbourg.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS

Buchdruckerei von Gustav Schade (Otto Francke) Berlin N.

Vorwort.

Das Gebiet der mächtig sich entwickelnden elektrischen Beleuchtungstechnik ist ein so umfangreiches geworden, dass in der Bearbeitung der maassgebenden Lehren bereits eine wesentliche Arbeitstheilung Platz gegriffen hat.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die Darlegung der Vorgänge in elektrischen Leitungen und der auf der Kenntniss derselben fussenden Anordnungs- und Berechnungsweisen der Leitungsanlagen. Hierbei ist dem Probleme der Stromvertheilung in gegebenen Leitungsnetzen eine besonders ausführliche Erörterung zu Theil geworden, da sich die Gesichtspunkte für jede Vorausberechnung am klarsten aus der Betrachtung einer vorhandenen Ausführungsform ableiten lassen.

Da ferner die Anforderungen, welche jede Leitung erfüllen muss, in ursächlichem Zusammenhange mit den Eigenschaften der an sie angeschlossenen Theile stehen, so sind auch die Glühlampen, Bogenlampen, Sicherungen und Rheostate in den Rahmen der Betrachtung einbezogen.

Obwohl die theoretischen Grundlagen, auf welchen die nachfolgenden Lehren aufgebaut sind, seit langen Jahren bestehen, hat es doch bis heute an jener Ausgestaltung derselben gefehlt, welche für die vielseitige Anwendung derselben in der Praxis nothwendig ist. In dieser Hinsicht hoffen die Verfasser des vorliegenden Werkes einen Schritt nach vorwärts gethan zu haben.

Budapest und Köln, im Januar 1893.

Josef Herzog,
Ingenieur in Budapest.

und

Clar. P. Feldmann,
Ingenieur in Köln a. Rh.

Inhalt.

Erstes Kapitel.

Zur Geschichte der Installationstechnik. Seite

1. Die Entwickelung der elektrischen Lichtquellen 1
2. Die Entwickelung der elektrischen Stromquellen 2
3. Die Entwickelung der Vertheilungssysteme 3
4. Die Entwickelung der Leitungsberechnung 8

Zweites Kapitel.

Die Erwärmung der Leitungen.

1. Das Gesetz von Joule 10
2. Die ersten Regeln zur Ermittelung der zulässigen Stromstärke . 11
3. Abhängigkeit der Erwärmung von der Stromstärke und dem Drahtdurchmesser 14
4. Die Erwärmung isolirter, in Holzleisten verlegter Drähte 17
   a) Zusammenhang zwischen Drahtdurchmesser und zulässiger Stromstärke 18
   b) Ueber den Einfluss der Isolirhülle 20
5. Die Erwärmung nackter Leitungen in ruhiger Luft 26
   a) Trennung der durch Radiation und Konvektion bewirkten Wärmeverluste 28
   b) Zusammenhang zwischen Drahtdurchmesser und zulässiger Stromstärke 34
6. Erwärmung der Luftleitungen im Freien 37
   a) Trennung der durch Radiation und Konvektion abgeführten Wärmemengen 38
   b) Zusammenhang zwischen Drahtdurchmesser und zulässiger Stromstärke 40

Seite

7. Zur Erwärmung unterirdisch verlegter Kabel 43
8. Ermittelung der zulässigen Stromstärke aus dem Schmelzstrome 47
9. Einheitliche Darstellung der Formeln 51
10. Einfluss des Drahtmateriales auf die Erwärmung 59
11. Einfluss der Natur des Stromes 61
12. Erwärmung sehr dünner Drähte 64

Drittes Kapitel.

Die Glühlampe.

1. Definition 67
2. Herstellung der Lampen 68
3. Die Vorgänge im Kohlenfaden 69
4. Einfluss der Luftverdünnung 69
5. Wirkungsgrad und Oekonomie 71
6. Zusammenhang zwischen der Leuchtkraft und den elektrischen Grössen der Lampe 80
7. Lebensdauer 84
8. Relative oder praktische Lebensdauer 94
9. Begriff der Leuchtkraft oder Lichtstärke 100

Viertes Kapitel.

Die Bogenlampe.

1. Der Lichtbogen 105
   a) Der Gleichstrombogen 105
   b) Die mittlere sphärische Lichtstärke des Bogens 112
   c) Wirkungsgrad 113
   d) Ueber die Farbe des Bogenlichtes 119
   e) Theorie des Lichtbogens 122
   f) Der Wechselstrombogen 127
2. Die Bogenlampenkohlen 134
   a) Zur Wahl der Kohlensorte 134
   b) Erzeugung der Kohlen 136
   c) Brenndauer der Kohlen 139
3. Bogenlampen 143
   a) Regulirung der Lampen 143
   b) Hauptstromlampen 144
   c) Nebenschlusslampen 146
   d) Differentiallampen 148
   e) Principien der Konstruktion der Lampen 149
   f) Schaltung der Lampen im Stromkreise 151

Fünftes Kapitel.

Die allgemeinen Grundsätze der Vertheilung des elektrischen Stromes . . . . . Seite 154
1. Anordnung der Energieverbraucher im Stromkreise 155
2. Hintereinanderschaltung 155
3. Parallelschaltung 158
   a) Graphische Bestimmung des Gesammtwiderstandes . . . 160
   b) Einfache Fälle der Parallelschaltung von Widerständen . 163
4. Geschlossene Leitungen (Schnittmethode) 182
5. Der Satz von der Superposition der Abzweigeströme 199
6. Maxwell's Regel 201
7. Reduktion der Einzelabnahmen — Schwerpunktsprincip . . . 204
8. Einfluss von Aenderungen in der Stromabnahme auf die Stromvertheilung 207
9. Eindeutigkeit des Problems der Stromvertheilung 215
10. Die Bestimmung der Stromvertheilung durch Zerlegung auf die Knotenpunkte (Knotenpunktsmethode) 215

Sechstes Kapitel.

Stromvertheilungsarten und Leitungsdimensionen . . 223
I. Direkte Stromvertheilung 224
1. Seriensysteme 224
2. Parallelschaltungssysteme 227
   a) Zweileitersystem 228
   b) Verzweigte Leitungen 231
3. Bedingungen für die Dimensionirung der Leitungen . . . 242
   a) Erwärmung der Leitungen 242
   b) Die mechanischen Eigenschaften des Leitungsmateriales 243
   c) Die Rücksichtnahme auf die Funktion der Lampen . 243
   d) Wirthschaftliche Rücksichten 248
      Die Ermittelung des jährlichen Energieverlustes . . 251
4. Bedingung für das Minimum des erforderlichen Leitungsmetalles 263
5. Dimensionirung geschlossener Leitungsnetze 266
6. Vertheilung mittelst Speiseleitungen oder Feeders . . . 270
II. Die Vortheile hoher Spannungen 272
III. Gemischte Systeme 276
   1. Serienschaltung von Gruppen 276
   2. Parallelschaltung von Serien 277
   3. Mehrleitersysteme 280
      a) Dreileitersystem 280
      b) Fünfleitersystem 284

Seite

IV. Indirekte Vertheilung 285
1. Vertheilung mittelst Akkumulatoren 285
2. Vertheilung mittelst Transformationsapparaten 286
3. Vertheilung mittelst Wechselstromtransformatoren . . . 287
a) Serienschaltung von Wechselstromtransformatoren . 288
b) Parallelschaltung von Wechselstromtransformatoren . 288
4. Vertheilung mittelst Gleichstromtransformatoren 290
5. Vertheilung mittelst Akkumulatoren-Unterstationen . . . 291
6. Berechnung der Leitungen für die indirekten Systeme . . 291
7. Vergleich verschiedener Vertheilungsarten in Bezug auf die erforderliche Menge an Leitungsmetall 297

Siebentes Kapitel.

Das Leitungsnetz der Stadt Köln a. Rh. 301

Stromrelationen des Leitungsnetzes 307
Strommaxima 312

Achtes Kapitel.

Schmelzsicherungen 315
1. Zweck der Sicherung 315
2. Anordnung der Sicherungen 316
3. Konstruktion der Sicherungen 318
4. Dimensionen des Abschmelzstückes 320
5. Einfluss der Länge des Schmelzdrahtes und der Klemmen . . . 323

Neuntes Kapitel.

Regulir-Widerstände 328
1. Vorschaltwiderstände für Bogenlampen 334
2. Leitungsrheostate 335
3. Speiseleitungs- oder Feeder-Rheostate 339
4. Lichtregulatoren 340

BAYERISCHE
STAATS-
BIBLIOTHEK
MUENCHEN

Erstes Kapitel.

Zur Geschichte der Installationstechnik.

1. Die Entwickelung der elektrischen Lichtquellen.

Wie fast alle grossen technischen Schöpfungen, hat auch die elektrische Beleuchtungstechnik ihre heutige Höhe erst auf dem Wege jahrzehntelangen, oft missglückten und immer wieder aufgenommenen Versuchens erreicht.

Die Geschichte ihrer Entwickelung beginnt schon mit dem Anfange unseres Jahrhunderts. Nachdem Volta im Jahre 1800 seine Säule gebaut hatte, entdeckte Humphry Davy acht Jahre später den elektrischen Lichtbogen und führte denselben im Jahre 1813 in grösstem Maassstabe der Oeffentlichkeit vor. Das Bogenlicht war somit gefunden, aber erst drei Jahrzehnte nach Humphry Davy's berühmt gewordener Untersuchung über den Lichtbogen bahnte Leon Foucault (1844) dadurch einen wesentlichen Fortschritt an, dass er die weichen Stäbchen aus Holzkohle, welche Davy benutzt hatte, durch solche aus harter Retortenkohle ersetzte und statt der Volta'schen Säule die kurz vorher erfundenen Bunsenelemente anwendete. Von dieser Zeit an datiren die auf Verbesserung der Bogenlichtlampe gerichteten Bestrebungen der Konstrukteure und Erfinder aller Nationen, welche in der Erfindung der Differentiallampe durch von Hefner-Alteneck oder Tschikoleff (1877) ihren befriedigenden Abschluss erreichten. Im Jahre 1858 besass man jedoch auch schon eine Reihe verhältnissmässig gut regulirender Bogenlampen; neben diesen entstanden auch einzelne Konstruktionen elektrischer Kerzen, welche aber durchweg ohne praktische Bedeutung blieben, bis es endlich Jablochkoff im Jahre 1876 gelang, eine wirklich brauchbare Konstruktion zu finden.

Neben dem elektrischen Lichtbogen hatte sehr frühzeitig die Erscheinung die Aufmerksamkeit erregt, dass ein vom Strome durch-

flossener Leiter sich erwärmt und unter Umständen zum Glühen und Leuchten gerathen kann. Der erste Vorschlag, diesen Vorgang zur Erzeugung von Licht zu benutzen, wurde schon im Jahre 1838 von Jobart in Brüssel gemacht. Diesem Vorschlage folgte eine Reihe von Versuchen, welche endlich im Jahre 1879 durch Swan und Edison zu dem praktisch werthvollen Abschlusse gebracht wurden, den die heutige Kohlenglühlampe darstellt.

2. Die Entwickelung der elektrischen Stromquellen.

Neben den Bestrebungen zur Herstellung einer brauchbaren Lampe gingen die Bemühungen einher, die Stromerzeuger zu vervollkommnen. Die Entwickelung der elektrischen Beleuchtung steht mit denselben in innigstem Zusammenhange, ja letztere konnte überhaupt erst zu einiger Bedeutung gelangen, nachdem die Möglichkeit erreicht worden war, auf leichtere und billigere Art kräftige Ströme zu erzeugen, als dies mit den Anfangs angewendeten Batterien geschehen konnte.

Den Hauptausgangspunkt bildete die Entdeckung der Induktion durch Faraday (1831), welche zur Erfindung der magnet-elektrischen Maschine führte. Einen bedeutungsvollen Fortschritt brachte die Erfindung des Cylinder-Induktors von Werner Siemens und endlich die Entdeckung des dynamoelektrischen Principes durch Werner Siemens und Wheatstone. Hiermit war die Anwendung der Batterien endgiltig überwunden und ein Mittel erreicht, welches die Erzeugung starker Ströme auf billige Weise ermöglichte.

Die ersten Maschinen waren durchweg Wechselstrommaschinen; erst nachdem Gramme im Jahre 1871 den schon vorher von Pacinotti erfundenen Ringinduktor angewendet und von Hefner-Alteneck den Trommelinduktor erfunden hatte, konnte man mit Vortheil gleichgerichtete Ströme erzeugen. Immerhin blieben die Wechselstrommaschinen noch weitaus vorherrschend, weil man von einer solchen Maschine aus mehrere Lampen unabhängig von einander zu speisen vermochte, indem man den Strom einzelner Spulengruppen zur Speisung je eines Einzellichtes verwendete.

Zu erwähnen ist noch die verhältnissmässig frühzeitige Erfindung der Akkumulatoren, welche im Jahre 1854 durch Sinstedten angebahnt und im Jahre 1859 durch Gaston Planté zu bedeutender Vollkommenheit gebracht wurde.

3. Die Entwickelung der Vertheilungssysteme.

Die Aufgaben der elektrischen Beleuchtung konnten nicht als gelöst bezeichnet werden, so lange nicht die Möglichkeit erreicht war, von einer einzigen Elektricitätsquelle aus eine grössere Anzahl von Lichtern gleichzeitig zu speisen. Man war daher unablässig bemüht, dieses Problem zu lösen, welches man als die „Theilung des Lichtes“ bezeichnete.

Allerdings bot die Wechselstrommaschine ein bequemes Mittel dar, eine Theilung des Lichtes dadurch zu bewirken, dass man von der in einzelne Spulengruppen untertheilten Armatur den Strom jeder Spulengruppe zur Speisung eines Einzellichtes verwendete; doch besass die am meisten verbreitete Alliancemaschine eine rotirende Armatur, sodass die Untertheilung derselben die Anwendung von Schleifringen nöthig gemacht hätte. Zudem musste diese Art der Lichttheilung naturgemäss stets auf eine nur geringe Anzahl von Lampen beschränkt bleiben.

Die erste praktische Lösung des Problems der Lichttheilung gab Paul Jablochkoff, dessen Kerzen gar keines wie immer gearteten Mechanismus bedurften, da ihre Kohlen vom Beginne des Brennens bis zu Ende in derselben unveränderlichen Entfernung von einander blieben; deshalb konnte auch der Strom einer Maschine durch mehrere Kerzen hintereinander geleitet und das Problem der Lichttheilung durch die einfache Hintereinanderschaltung der Lichtquellen gelöst werden.

Diese gelungene Lichttheilung und die überraschend einfache Lösung des Problems riefen in der That auch eine mächtige Bewegung hervor und bewirkten eine grössere Verbreitung des elektrischen Lichtes und vor Allem auch der Wechselstrommaschinen. Die Jablochkoffkerze bedurfte des Wechselstromes, damit die Kohlen gleichmässig abbrennen konnten; als man aber bei zunehmender Benutzung der Jablochkoffkerze den häufigen Farbenwechsel ihres Lichtes und den Uebelstand erkannte, dass alle vier oder fünf Kerzen eines Stromkreises erloschen, sobald eine einzige erloschen war, suchte man nach anderen Methoden der Lichttheilung, behielt aber den Wechselstrom selbst dann noch bei, als die Lichttheilung, einfacher als man geglaubt hatte, durch entsprechende Anwendung der Stromverzweigungsgesetze für die den Lichtbogen regulirenden Mechanismen in vollkommener Weise gelang.

Es ist interessant zu bemerken, dass Jablochkoff seinen Kerzen durch Anwendung von Kondensatoren erhöhte Anwendbarkeit und seinem Systeme unbegrenzte Theilbarkeit geben zu können hoffte, und dass jetzt, nachdem das allgemeine Interesse sich in jüngster Zeit wieder mehr und mehr dem Wechselstrombetriebe zuwendet, verschiedene Erfinder an die Anwendung der Kondensatoren für ähnliche Zwecke gedacht haben.

Die durch Jablochkoff in die Praxis eingeführte Serienschaltung fand in der Bogenlichtbeleuchtung ausgedehnte und erfolgreiche Anwendung. Die Parallelschaltung finden wir in einer ihrer ersten Ausführungen bei dem Systeme, welches Werdermann im Jahre 1878 in London vorführte, und bei welchem die von ihm erfundenen Kontaktbogenlampen zur Verwendung gelangten. Dieses System ist überdies noch aus dem Grunde besonders interessant, weil wir bei demselben schon einer vollständig richtigen Anwendung der zur Beruhigung des Bogens erforderlichen Vorschaltwiderstände begegnen.

Gegen die Parallelschaltung herrschte eine Art Vorurtheil, das selbst einsichtsvolle Männer zu merkwürdigen Ansichten führte[1]).

Die Erfindung der Glühlampen, durch welche der elektrischen Beleuchtungstechnik ganz neue Ziele gesteckt wurden, drängte jedoch zur Lösung der Frage. Die Eigenschaften der Glühlampe, welche nicht die so schwer besiegbare Unruhe der Bogenlampe besass, legten es nahe, die Lösung eines Problems zu versuchen, welches bei der Gasbeleuchtung schon längst gelöst worden war: das Problem der beliebigen Vertheilung des elektrischen Lichtes, beziehungsweise des elektrischen Stromes. Die Serienschaltung war mit der geforderten Unabhängigkeit der Glühlampen von einander nur schwer zu vereinen; vollkommen konnte diesem Zwecke nur die Parallelschaltung entsprechen.

Das erste praktische Beispiel einer konsequent durchgeführten Parallelschaltungsanlage gab Edison im Jahre 1879 durch die Einrichtung einer Anlage von 115 Glühlampen auf dem Dampfer „Columbia“. Im folgenden Jahre begann er mit der Errichtung der ersten Centralstation in New-York und trat hierbei mit einem vollständigen Vertheilungssystem vor die Oeffentlichkeit, welches er auch auf der Pariser elektrischen Ausstellung des Jahres 1881 in einer Anlage von 1000 Lampen vorführte. Das von Edison ausgebildete

---

[1]) L. Schwendler, Zeitschr. für angew. El.-Lehre *1*, S. 217. 1879.

Stromvertheilungssystem war das Zweileitersystem, welches dadurch gekennzeichnet ist, dass sämmtliche Lampen zwischen zwei Hauptleitungen parallel eingeschaltet werden. Da es im Wesen der Glühlichtbeleuchtung liegt, dass der Spannungsunterschied zwischen den am weitesten von einander entfernten Lampen nur einen kleinen Bruchtheil der Lampenspannung betragen darf, so mussten, um diese Bedingung zu erfüllen, bei grösseren Vertheilungsnetzen ausserordentlich grosse Querschnitte der Leitungen angenommen werden. Dadurch stieg jedoch der Aufwand an Leitungsmaterial in solchem Maasse, dass bei einer Ausdehnung des Netzes über mehrere hundert Meter im Umkreise die Ausführung aus wirthschaftlichen Gründen unmöglich wurde.

Diesem Uebelstande begegneten Edison u. A. dadurch, dass sie zu einzelnen Punkten der mit Strom zu versorgenden Fläche besondere Leitungen, sogenannte Speiseleitungen oder Feeders, führten. Auf diese Art schufen sie neue Vertheilungsmittelpunkte und verminderten die Entfernungen zwischen den von den einzelnen Knotenpunkten aus gespeisten Lampen. Das eigentliche Vertheilungsnetz wurde dadurch billiger, aber trotzdem blieben die Entfernungen, welche man mit Vortheil überwinden konnte, noch immer beschränkt.

Man sah bald ein, dass die bisher angewendete Spannung in den Leitungen nicht ausreichte, um grössere Beleuchtungsgebiete mit Strom zu versorgen, und dass man dieselbe daher erhöhen müsse. Andererseits aber verbot die Natur der Lampen die Ueberschreitung einer bestimmten Höhe der Spannung. Diesen beiden einander widersprechenden Gesichtspunkten wurde nun dadurch Rechnung getragen, dass man immer je zwei Dynamomaschinen hintereinanderschaltete, von den beiden äusseren Klemmen dieser Maschinengruppe je eine Hauptleitung und von der gemeinsamen Mittelklemme einen dritten Strang, die sogenannte Ausgleichsleitung, abführte. Jede Lampe wurde zwischen diesen Ausgleichsleiter und eine Hauptleitung parallel eingeschaltet; an ihren Klemmen herrschte daher annähernd die Spannung einer Maschine, während die Spannung zwischen den beiden Hauptleitungen das Doppelte betragen musste. Bei gleichem procentuellen Spannungsgefälle mussten sich somit wesentlich dünnere und daher billigere Leitungen als bei Anwendung des Zweileitersystems ergeben. Die geschilderte Anordnung wurde von Edison und Hopkinson angegeben und gelangte unter dem Namen „Dreileitersystem“ zu vielfacher Anwendung.

Die Möglichkeit, hohe Spannungen in den Leitungen anzuwenden, ohne die Spannung an den Lampen zu ändern, war auch durch die Serienschaltung gegeben. Die Zahl der zu speisenden Lampen musste jedoch in diesem Falle immer eine beschränkte bleiben; ausserdem mussten umständliche Vorkehrungen getroffen werden, wenn die Störungen in einzelnen Lampen ohne Einfluss auf die übrigen bleiben sollten, und überdies wäre es meist vollkommen unzulässig gewesen, Ströme von hoher Spannung zu den Lampen selbst zu führen.

Allerdings ergäbe das Seriensystem die billigsten Leitungen, und in der That hat dasselbe auch in modernen Bogenlicht-Anlagen häufige Anwendung gefunden.

Man versuchte auch sogenannte Gruppenschaltungen, bei welchen mehrere Gruppen parallel geschalteter Lampen hinter einander angeordnet wurden; doch litt natürlich auch dieses System an denselben Mängeln wie die einfache Hintereinanderschaltung, und bewies ebenfalls nur, dass die Parallelschaltung allein alle jene Eigenschaften besass, welche für einen veränderlichen Betrieb mit Glüh- und Bogenlampen erforderlich sind; denn nur die Parallelschaltung sichert in einfacher Weise die Unabhängigkeit der Lampen von einander und gewährt volle Sicherheit des Betriebes.

In dieser Hinsicht genügten das Zwei- und Dreileitersystem vollkommen, aber sie reichten nicht aus, den Strom auf weite Strecken fortzuleiten und über ausgedehnte Versorgungsgebiete in wirthschaftlicher Weise zu vertheilen. Man suchte daher die Vortheile der Parallelschaltung mit jenen der Seriensysteme durch Vermittelung von Induktionsapparaten zu vereinen und griff auf einen Gedanken zurück, der zwar schon frühzeitig ausgesprochen worden, aber bis zum Jahre 1878 ganz ohne praktischen Erfolg geblieben war. In diesem Jahre führte Jablochkoff auf der Pariser Weltausstellung Induktionsapparate in praktischer Anwendung vor, doch hatten auch die hierbei angewendeten Induktionsapparate nur den Zweck, die einfache Theilung des Lichtes zu ermöglichen.

Der Erste, der mit einer bedeutenderen Anwendung von Induktionsapparaten zu dem Zwecke der wirthschaftlichen Fortleitung des Stromes vor die Oeffentlichkeit trat, war Lucien Gaulard. Er führte im Jahre 1883 eine elektrische Beleuchtungsanlage im Royal Aquarium in London vor und stellte in demselben Jahre die Beleuchtung mehrerer Stationen der Metropolitan-Underground-Bahn in London

her. Die Endstationen, welche von einer Centrale aus beleuchtet wurden, waren 12 km von einander entfernt; der primäre Strom wurde in einem in sich geschlossenen Kreise geführt, während die Lampen durch inducirte sekundäre Ströme gespeist wurden. Die Induktionsapparate hatten das Umsetzungsverhältniss 1 : 1; um daher die Anwendung hochgespannter Ströme zu ermöglichen, mussten sie hinter einander in den Primärstromkreis eingeschaltet werden.

Wollte man nun die Unabhängigkeit der Lampen eines Sekundärkreises von einander durch Parallelschaltung derselben erreichen, so musste man in Widerstreit mit der Unabhängigkeit der verschiedenen Sekundärkreise unter einander gerathen. Dieser Mangel zeigte sich auch in der grossen Beleuchtungsanlage, welche Gaulard auf der Ausstellung des Jahres 1884 in Turin eingerichtet hatte.

Das Problem der billigen Fortleitung des Stromes auf grosse Entfernungen war somit zwar gelöst; aber es fehlte noch an einem Stromvertheilungssystem, welches die Unabhängigkeit sämmtlicher Verbrauchsstellen von einander sicherte und demnach eine selbstthätige Regulirung bei veränderlichem Verbrauche gestattete.

Das Jahr 1885 brachte endlich die Lösung dieser wichtigen Aufgabe durch das Stromvertheilungssystem von Zipernowsky-Déri-Bláthy. Vorher hatten dieselben Erfinder einen pollosen Umformer, den sogenannten Transformator, konstruirt, der endlich für die Praxis vollkommen brauchbar war und die Bestimmung erhielt, durch primäre Wechselströme von hoher Spannung sekundäre Ströme von der gewöhnlichen Gebrauchsspannung zu induciren. Die Hauptmerkmale des neuen Vertheilungssystems liegen in der Verbindung der primären Transformatorwindungen mit den Hauptleitungen des Primärstromes durch Parallelschaltung und in der Aufrechterhaltung der konstanten Spannung des Primärstromes an den Klemmen der Transformatoren.

Das in Rede stehende System fand seine erste praktische Ausführung auf der Landesausstellung zu Budapest im Jahre 1885 und gewann dann rasch eine stetig wachsende Verbreitung. Im Zusammenhange damit gelangte die ursprünglich so verbreitete Wechselstrommaschine, welche später durch die besonders von Amerika ausgegangene, hohe Ausbildung der Gleichstromsysteme zurückgedrängt worden war, zu neuer Bedeutung.

Das Streben nach Vergrösserung des mit Strom versorgbaren Gebietes führte auch zu mehreren anderen Lösungen, bei welchen

Gleichstrom zur Anwendung gelangt. So entstanden durch Weiterentwickelung des dem Dreileitersysteme zu Grunde liegenden Gedankens die Mehrleitersysteme. Um die Spannung in den Leitungen noch weiter zu erhöhen, gelangte man dazu, analog wie beim Wechselstrom-Transformatoren-Systeme einen hochgespannten Strom in einer eigenen Primärleitung zu Akkumulatoren-Unterstationen oder Gleichstrom-Transformatoren, welche im eigentlichen Verbrauchsgebiete vertheilt sind, zu führen, und von diesen aus den Strom von der Gebrauchsspannung an die Lampen abzugeben.

4. Die Entwickelung der Leitungsberechnung.

Ueberblicken wir den vorstehend nur in wenigen Strichen gezeichneten Entwickelungsgang, so fällt uns vor allem der Riesenaufschwung auf, welchen die elektrische Beleuchtungstechnik seit Beginn des vergangenen Jahrzehntes genommen hat, während die Ergebnisse bis dahin verhältnissmässig recht bescheiden gewesen waren. Denselben Gang wie die praktischen Ausführungen nahm auch die theoretische Erkenntniss der Vorgänge in den Leitungen und Lampen, und die darauf fussende Vorausberechnung der Leitungsanlagen.

So lange man sich nur mit dem Einzellichte zu befassen hatte, war eben die Anordnung der Leitungen die allereinfachste, die Vorausberechnung derselben fast unnöthig. Wenn der Leitungsdraht nicht durch übermässige Erwärmung zu Besorgnissen Veranlassung gab, konnte das im Leiter auftretende Spannungsgefälle entweder ganz ausser Acht bleiben oder bei entsprechender Grösse durch eine geringe Erhöhung der Umdrehungszahl der Maschine ausgeglichen werden. Dasselbe galt auch noch für die durch Jablochkoff ersonnene Lichttheilung und für die gebräuchliche Anwendung der Differentiallampen in Hintereinanderschaltung.

Sobald man jedoch zur Parallelschaltung übergegangen war, begegnete man bald der Nothwendigkeit einer Vorausberechnung der Leitungen. Jene Leute, welche sich mit der Anwendung des Ohm'schen Gesetzes vollkommen vertraut gemacht hatten, liessen sich jedoch in der praktischen Anwendung ihrer Kenntnisse von dem energischen Unternehmungsgeiste der ersten Installateure überflügeln. Letztere hatten eben bei ihren Installationen einen sichtbaren Erfolg zu verzeichnen und verdankten denselben ihrer Begabung und Aus-

dauer, vielleicht auch dem Umstande, dass sie den Regungen ihres erfinderischen Geistes nicht die Fesseln nur theilweise verstandener wissenschaftlicher Gesetze auferlegten.

Mit der Zunahme der Zahl der praktischen Ausführungen und auf Grund der hierbei aufgetretenen Irrthümer und daraus geschöpften Erfahrungen vertiefte sich die Erkenntniss der maassgebenden Erscheinungen, und drängte sich gleichzeitig die Nothwendigkeit einer auf wissenschaftlicher Grundlage fussenden Vorausberechnung auf. Die dieser Nothwendigkeit entsprungenen Bemühungen haben in hervorragendem Maasse dazu beigetragen, dass die Elektrotechnik innerhalb kurzer Zeit jene Stelle erreichte, welche sie heute in der Reihe der technischen Wissenschaften einnimmt.

Zweites Kapitel.

Die Erwärmung der Leitungen.

1. Das Gesetz von Joule.

Bei dem Durchgange des elektrischen Stromes durch einen Leiter wird stets ein Theil der elektrischen Energie in Wärme umgesetzt. Die Gesetze, nach welchen diese Umsetzung vor sich geht, hat zuerst James Prescott Joule festgelegt.

Joule[1]) wand einen Draht spiralförmig um eine Glasröhre, führte das eine Ende desselben durch die Glasröhre hindurch und senkte die ganze Vorrichtung in ein Gefäss voll Wasser, in welches ein Quecksilberthermometer tauchte. Die Enden des Drahtes wurden in den Stromkreis einer Säule eingefügt, welcher zugleich ein Galvanometer enthielt. Bei Beobachtung des Ansteigens des Quecksilbers im Thermometer konnte so die in einer gegebenen Zeit im Drahte entwickelte und dem Wasser mitgetheilte Wärmemenge bestimmt werden. Joule untersuchte auf diese Weise Drähte von Kupfer und Eisen von verschiedener Dicke und ermittelte auch die Erwärmung eines in einer gebogenen Glasröhre befindlichen Quecksilberfadens unter dem Einflusse verschiedener Stromstärken. Er fand dabei das nach ihm benannte Gesetz:

„Die in den Leitungsdrähten in gleichen Zeiten durch galvanische Ströme entwickelten Wärmemengen sind dem Quadrate der Intensität der Ströme und dem Leitungswiderstande der Drähte direkt proportional“.

Joule hat bei seinen Versuchen die Abkühlung seines Apparates durch die umgebende Luft nicht vollkommen vermieden. Es ist deshalb werthvoll, dass sein Gesetz durch die späteren genaueren

---

[1]) Aus Gustav Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, 2, S. 384. 1883.

Versuche von E. Becquerel, 1843, Lenz, 1844, und Botta, 1845, bestätigt worden ist.

Ist ϱ der specifische Widerstand, q der Querschnitt des Drahtes in qcm und d sein Durchmesser in cm, so hat ein Stück von l cm Länge den Widerstaud

$$r = \frac{\varrho\, l}{q} \text{ in Ohm.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Ein diesen Leiter durchfliessender Strom von konstanter Intensität J Ampère leistet somit, dem Joule'schen Gesetz gemäss, in einer Sekunde die Arbeit

$$J^2 r = \frac{J^2 \varrho\, l}{q} \text{ in Joule pro Sekunde, oder Watt.} \quad . \quad 2)$$

Da nun 1 Joule äquivalent ist 0,24 Grammkalorien, so beträgt die vom Strome J in dem Widerstande r pro Sekunde erzeugte Wärmemenge

$$0{,}24 \,.\, J^2 r = 0{,}24 \frac{J^2 \varrho\, l}{q} \text{ Grammkalorien.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2a)$$

2. Die ersten Regeln zur Ermittelung der zulässigen Stromstärke.

Gleichzeitig mit der Wärmeentwickelung im Innern des Leiters findet auch die Abgabe von Wärme nach aussen statt. Die gesammte Wärmeemission setzt sich aus zwei Theilbeträgen zusammen, nämlich aus der Wärmemenge, welche durch Ausstrahlung oder Radiation, und derjenigen, welche durch Ableitung oder Konvektion abgeführt wird.

Ueber die Verhältnisse der Wärmeemission wurden schon frühzeitig eingehende Untersuchungen angestellt; wir weisen nur auf die hervorragenden Arbeiten von Dulong und Petit und von Péclet hin. Dieselben beschränkten sich jedoch nur auf das allgemein physikalische Interesse und liessen daher noch viele Fragen unbeantwortet, deren Lösung mit dem Aufschwunge der elektrischen Beleuchtung zur dringenden Nothwendigkeit wurde.

Wenn einer der Pioniere des elektrischen Installationswesens nach bestem Ermessen seine Leitungen verlegt und seine Lampen angeschlossen hatte, so war, falls die Maschinenleistung ausreichte und die Lampen selbst in Ordnung waren, der wichtigste Punkt, dem sich seine Aufmerksamkeit zuwenden musste, gerade die Er-

wärmung der Drähte. Zu dicke Leitungen zu verwenden, verboten die Rücksichten auf die Kosten; zu dünne Leitungen verursachten leicht Brände.

Die erste Aufgabe, welche demnach die experimentelle Thätigkeit der Installateure zu lösen hatte, war die Aufstellung von Regeln für die Dimensionirung der Leitungsdrähte nach den Strömen, welche dieselben zu führen bestimmt waren. Die Ergebnisse dieser Bestrebungen, welche alle auf die Bestimmung einer maximal zulässigen Stromdichte pro Querschnittseinheit gerichtet waren, mussten naturgemäss sehr verschieden sein.

Trotzdem wurde bis in die neueste Zeit an solchen Faustregeln festgehalten. So setzt z. B. the Board of Trade heute noch 1000 Ampère pro square inch, d. i. 1,56 Ampère pro qmm fest, so schreiben aus jüngster Zeit datirte Bedingungen zum Anschlusse von Hausinstallationen an städtische Leitungsnetze als maximale Belastung etwa 2 Ampère pro qmm vor, ohne im Allgemeinen den Maximaldurchmesser zu limitiren, für welchen diese Belastung noch zulässig sein soll.

Eine ausgezeichnete Abhandlung, welche Prof. George Forbes[1]) der Society of Telegraph Engineers and Electricians im Jahre 1884 vorlegte, enthält bereits die bemerkenswerthe Stelle:

Von den Feuerversicherungsgesellschaften sind 1000 Ampère pro Quadratzoll (engl.), entsprechend 1,56 Ampère pro qmm als zulässig angenommen worden. „Es scheint überraschend, dass die Versicherungsgesellschaften in einem Athem den Versicherten sagen, dass dieselben bei kleinen Installationen die Temperatur ihrer Leitungen nicht um 0,1° C. erhöhen dürfen, während sie bei grossen Installationen dieselben rothwarm zu machen gestatten.“

Heutzutage ist diese Bemerkung noch ebenso am Platze wie damals; nur ist sie jetzt von weit geringerer Bedeutung, da in den meisten praktischen Fällen bei nicht allzu geringen Leitungslängen die Dimensionirung der Leitungen für den als zulässig erachteten Spannungsverlust ausschlaggebend für den Querschnitt ist.

Man sollte glauben, dass Edison oder seine Nachfolger bei den Glühlichtanlagen mit reiner Parallelschaltung von selbst darauf gekommen wären, die zulässige Belastung pro qmm für sehr dicke Leitungen kleiner zu nehmen als für ganz dünne, und für sehr lange Leitungen niedriger als für ganz kurze. Denn die Besichtigung der

---

[1]) George Forbes, Journ. Soc. Tel. Eng. and El. *13*, S. 232. 1884.

Anlage musste sie den Unterschied der Lampenhelligkeit an sehr verschieden langen Leitungen deutlich erkennen lassen. Dies mag wohl auch der Fall gewesen sein; doch schrieb man dann vielleicht die Ursache der Verschiedenheit den Lampen selbst zu, welche damals weder streng sortirt, noch überhaupt sehr vollkommen waren. Zudem war man wohl zu jener Zeit in der Beurtheilung des Beleuchtungseffektes weniger strenge als jetzt. Edison's ausgedehntes Leitungsnetz in New-York soll nach Preece's[1]) Angabe aus dem Jahre 1884 die unerfreuliche Eigenschaft besessen haben, $^5/_8$ der in dasselbe gesandten Energie zu konsumiren, da von einer Pferdekraft nur drei statt der erwarteten acht Glühlampen à 16 Kerzen gespeist werden konnten.

Wie sehr gerade Edison die Ueberhitzung der Leitungen im Anfange seiner Installationspraxis zu schaffen machte, beweist wohl zur Genüge der Umstand, dass Edison schon am 4. Mai 1880 sein Patent auf „eine Schutzvorrichtung zur Verhütung einer abnormalen Belastung in irgend einem Stromzweige" entnahm, das wir entschieden für eine seiner genialsten Erfindungen halten. Für die Entwickelung der Elektrotechnik und insbesondere für das gedeihliche Fortschreiten der Installation elektrischer Beleuchtungsanlagen waren diese Erfindung und der nur unvollkommene Patentanspruch Edison's von weittragendster Bedeutung. Und obwohl der Erfindungsgeist unzähliger Konstrukteure alle Details der damaligen Elektrotechnik umgeschaffen und zahllose Neueinrichtungen, Verbesserungen und Anwendungen ersonnen hat, ist es keinem gelungen, einen Ersatz von gleicher Anpassungsfähigkeit und Billigkeit für jenen barbarisch-genialen Schutz zu finden, den die heute universell angewendete Bleisicherung, der Schmelzkontakt, unseren Leitungen darbietet. Wir werden den Schmelzsicherungen ein eigenes Kapitel widmen und wollen nun zu jenen empirischen Regeln zurückkehren, welche für die zulässigen Belastungen der Leitungen gegeben wurden.

Eine der ersten dieser Regeln war diejenige, welche Sir William Thomson[2]) bei der Entwickelung seines so vielfach missverstandenen Oekonomiegesetzes gab. Er fixirte die Grenzbelastung zu $^1/_2$ Ampère pro qmm, welcher Werth für die dünneren und mittleren,

---

[1]) W. H. Preece, ebenda.

[2]) Sir W. Thomson, British Ass. Reports, S. 518 und 526. 1881.

also meist gebräuchlichen Drähte von den Praktikern als viel zu niedrig erkannt wurde. Doch verfiel andererseits the Board of Trade in das entgegengesetzte Extrem, indem man vor 1884 bis zu 2000 Ampère pro Quadratzoll (englisch) und nach dieser Zeit 1000 Ampère pro Quadratzoll = 1,56 Ampère pro qmm zuliess, welche Belastung noch heute fast allgemein in Deutschland und auf dem Kontinente überhaupt als zulässig erachtet wird, trotzdem die Praxis schon sehr bald erwies, dass diesen Angaben insofern ein Mangel anhaftete, als bei gleicher Belastung in Ampère pro qmm die vom Stromdurchgange herrührenden Temperaturerhöhungen je nach der Dicke des Leiters sehr verschieden ausfielen. Man musste also von selbst dahin gelangen, zu taxiren, dass man für Drähte bis 4 mm Durchmesser etwa bis zu 3 Ampère pro qmm, für starke Kabel aber höchstens 1 bis $1^1/_2$ Ampère pro qmm als zulässige Belastung zu betrachten habe.

3. Abhängigkeit der Erwärmung von der Stromstärke und dem Drahtdurchmesser.

Während die in den Drähten erzeugte Wärmemenge dem Joule'schen Gesetze folgt, ist die Temperaturerhöhung derselben nicht einfach der auf sie verwendeten Arbeit direkt proportional, sondern hängt wesentlich auch von ihrer Wärmeabgabe nach aussen ab.

Da zur Zeit der Internationalen Elektricitätsausstellung in München im Jahre 1881 der wissenschaftlichen Prüfungskommission derselben keine brauchbaren Messungen über die Erwärmung eines blanken, in freier Luft ausgespannten Drahtes durch den Strom bekannt waren, so versuchte Professor Dr. Dorn [1]) auf theoretischem Wege wenigstens zu einer Schätzung der eintretenden Erwärmung zu gelangen.

Wenn E jene Anzahl Grammkalorien darstellt, welche 1 qcm der Oberfläche des Drahtes an eine um 1^0 kältere Umgebung abgiebt, und wenn T die Temperaturerhöhung des Drahtes gegen seine Umgebung bezeichnet, so ist die in einer Sekunde an die letztere abgegebene Wärmemenge proportional der Temperatur-

---

[1]) Offic. Bericht über die Intern. Elektricitätsausstellung in München 1881, 2. Theil, S. 15.

erhöhung, dem Emissionskoefficienten E und der Oberfläche $d\pi$ eines Stückes von 1 cm Länge, also gleich

$$T \,.\, E \,.\, d \,.\, \pi \text{ in Grammkalorien.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Setzt man die sekundliche Wärmezufuhr und Wärmeabgabe nach Eintritt des Gleichgewichtszustandes einander gleich und vernachlässigt die Zunahme, welche der specifische Widerstand ϱ mit steigender Erwärmung erfährt, so erhält man aus den vorstehenden Beziehungen

$$0{,}24 \cdot \frac{J^2 \varrho}{q} = T \,.\, E \,.\, d \,.\, \pi. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Reducirt man diese Gleichung, so findet man für die Temperaturerhöhung T

$$T = a \cdot \frac{J^2 \varrho}{q \,.\, d \,.\, E} \text{ in } {}^{o}\,C$$

oder

$$T = a \cdot \left(\frac{J^2}{q^2}\right) \cdot \frac{\varrho\, q}{d \,.\, E} = b \left(\frac{\varrho}{E}\right) \cdot \left(\frac{J}{q}\right)^2 \cdot d, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

worin a und b reine Zahlenwerthe sind, welche nicht von dem Material oder einer anderen Eigenschaft des Leiters abhängen.

Man kann also bei entsprechender Umformung der von Prof. E. Dorn schon im Jahre 1881 gegebenen Ableitung erkennen, dass zur Erreichung einer konstanten Temperaturerhöhung die Stromdichte $\left(\frac{J}{q}\right)$ keineswegs konstant sein darf, dass sie vielmehr für Leiter gleichen Materials und gleicher Oberflächenbeschaffenheit proportional der Wurzel aus dem Durchmesser abgestuft werden muss. Für Leiter gleichen Materials und gleichen Durchmessers muss die Stromdichte proportional der Wurzel aus der äusseren Wärmeleitungsfähigkeit variiren, welche in hohem Grade von der Oberflächenbeschaffenheit des Drahtes abhängt, und für Drähte gleichen Durchmessers und gleicher Oberflächenbeschaffenheit schliesslich muss zur Erzielung gleicher Temperaturerhöhung die Stromdichte direkt proportional der Quadratwurzel der specifischen Leitungsfähigkeit des Drahtes verändert werden.

Denken wir uns die als zulässig erkannte maximale Temperaturerhöhung irgendwie fixirt, so haben wir zunächst aus Prof. Dorn's Formel

$$T = K \cdot \frac{J^2}{d^3} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 5a)$$

oder für ein bestimmtes T

$$J = C \,.\, d^{3/2} = C \,.\, d\sqrt{d}, \quad \ldots \ldots \quad 5b)$$

worin K und C experimentell zu bestimmende Konstante sind, welche von den Materialkonstanten ϱ und E abhängen.

Für diese Konstanten K oder C sind die mannigfachsten und widersprechendsten Angaben deshalb vorhanden, weil die verschiedenen Experimentatoren unter völlig verschiedenen Verhältnissen an Drähten verschiedener Oberflächenbeschaffenheit experimentirten und zudem verschiedene Erwärmungen als zulässig erachteten.

So wurden von verschiedenen Beobachtern für die Erwärmung blanker, horizontal gespannter Kupferdrähte die folgenden Beziehungen angegeben, in welchen der Durchmesser d stets in mm einzuführen ist.

Dorn	$T = 0{,}56 \cdot \frac{i^2}{d^3}$	oder für $T = 10^0$ C.	$J = 4{,}22\ d^{3/2}$
Kittler	$T = 0{,}32 \cdot \frac{i^2}{d^3}$	-	$= 5{,}58\ d^{3/2}$
Strecker	$T = 0{,}25 \cdot \frac{i^2}{d^3}$	-	$= 6{,}31\ d^{3/2}$
Sabine	$T = 0{,}80 \cdot \frac{i^2}{d^3}$	-	$= 3{,}53\ d^{3/2}$
Uppenborn	$T = 0{,}78 \cdot \frac{i^2}{d^3}$	-	$= 3{,}57\ d^{3/2}$

Vielleicht mag der Widerspruch in diesen Angaben ihre allgemeine Annahme verhütet haben, vielleicht war der Umstand daran Schuld, dass der Praktiker mehr zur Rechnung mit dem Querschnitte, dessen er auch bei der Ermittelung des Spannungsverlustes und Gewichtes bedurfte, als zur Verwendung der $^3/_2$ten Potenz des Durchmessers hinneigte: soviel ist gewiss, dass bis in die neueste Zeit hinein ganz allgemein die Sicherheit der Leitungen in Bezug auf Erwärmung nach einer Anzahl Ampère pro qmm geschätzt wurde, und dass städtische, zum Theil unter wissenschaftlicher Oberleitung ausgearbeitete Installationsnormen die Vorschrift enthielten: „Die Belastung der Drähte darf 2 Ampère pro qmm nicht übersteigen“, ohne dass irgend welche Einschränkung in Bezug auf den Maximalquerschnitt gegeben war, für welchen diese Beziehung noch gelten

sollte. Dass hieraus so wenig direkter Schaden erwuchs, ist, wie wir schon hervorgehoben haben, nur dem Umstande zuzuschreiben, dass selten nur die Leitungen so kurz sind, dass nicht die Rücksichtnahme auf den zulässigen Spannungsverlust grössere Querschnitte erforderte, als jene empirischen Regeln für die Erwärmung ergeben. Möglich ist auch, dass die Einfachheit des Gesetzes, welches die Wärmeerzeugung in einem stromdurchflossenen Leiter bestimmt, die Praktiker von der Erkenntniss jener verwickelteren Gesetze abgehalten hat, welche die Wärmeabgabe von Seiten des Leiters erklären.

Schon im Jahre 1884 hatte Professor G. Forbes der Society of Telegraph Engineers and Electricians seine umfassende theoretische Arbeit über die Erwärmung blanker, isolirter und in Erde verlegter Leiter unter dem Einflusse elektrischer Ströme vorgelegt, welche vor Allem auch die Formel 5b enthielt; aber leider fehlte diesen theoretischen Ableitungen die entsprechende experimentelle Bestätigung. Die praktischen Folgerungen aber, welche Forbes aus seinen Berechnungen zog, wirkten damals wie heute befremdlich, da sie zu weit getrieben waren. So ermittelte Forbes die Leitung für nicht weniger als 70000 Ampère und fand, dass ein runder Kupferdraht mit geschwärzter Oberfläche und für 81° C. Temperaturerhöhung 344 Millimeter Durchmesser haben müsse, und dass für unterirdische Leitungen die von ihm und Crompton sehr befürworteten flachen Kupferbänder bei 10 Millimeter Dicke eine Breite von 28 Meter haben müssten, um bei einer Temperaturzunahme von etwa 50° C. 70000 Ampère zu befördern. Dieser Leiter würde pro Kilometer, da zwei Leitungen erforderlich wären, 5000 Tonnen wiegen.

4. Die Erwärmung isolirter, in Holzleisten verlegter Drähte.

Die Ergebnisse der erwähnten theoretischen Untersuchungen fanden später eine reiche Bestätigung durch die praktischen Versuche von Kennelly, welche überhaupt erst klareres Licht in das bisher noch ziemlich unerforschte Gebiet brachten.

Kennelly's[1]) Experimente wurden in T. A. Edison's Laboratorium in Orange, N.-Y., wesentlich in der Absicht unternommen, den Feuer-

[1]) A. E. Kennelly, El. World, *14*, S. 357. 1889. The Electr. *24*, S. 142. 1889. The El. Rev. *25*, S. 640. 1889. La Lum. él. *35*, S. 38. 1890.

versicherungsgesellschaften zuverlässige Daten zu liefern. Als zulässige Erwärmungsgrenze wurde die von dem Komité der Londoner Institution of Electrical Engineers zur Verhütung von Feuersgefahr bei elektrischer Beleuchtung empfohlene angenommen. Die Leitungsfähigkeit und der Querschnitt eines Leiters sollten der in ihm verzehrten Arbeit so angepasst sein, dass beim Durchgange des doppelten Betrages der normalen Stromstärke die Temperaturzunahme besagten Leiters 150^0 F. $= 41{,}7^0$ C. nicht übersteigt. Für praktische Zwecke entspricht diese Regel der Forderung, dass der normale, den Draht passirende, also halb so starke Strom den vierten Theil dieser Temperaturerhöhung, also eine Erwärmung von etwa 10^0 C. bewirkt.

Die Temperaturerhöhung wurde in jedem einzelnen Falle aus der Zunahme des Widerstandes bestimmt, nachdem der Versuchsstrom die praktisch dauernde Temperaturerhöhung hervorgerufen hatte. Hierfür wurden bei blanken Drähten etwa 2 Minuten, bei in Holzleisten verlegten Drähten etwa 10 Minuten als hinreichend gefunden, da die bei längerer Dauer des Stromdurchganges bewirkte weitere Widerstandserhöhung von so geringem Betrage (3 % der gesammten Erhöhung etwa) war, dass für praktische Zwecke die erreichbare Genauigkeit in keinem Verhältniss zu der mehr aufgewandten Zeit stand. Die Widerstandszunahme wurde nach der Brückenmethode mit einem empfindlichen Differentialgalvanometer ermittelt, und in Folge der speciellen Anordnung des Galvanometers und der Vergleichswiderstände war die erreichbare Genauigkeit etwa 0,1 %.

a) Zusammenhang zwischen Drahtdurchmesser und zulässiger Stromstärke.

Bei den Messungen an in Holzleisten verlegten Drähten betrug die Länge der am Boden des Versuchsraumes befestigten Leisten etwa 6 Meter. Die Beobachtungen wurden für die verschiedenen Drahtstärken bis zur Erreichung einer Temperaturerhöhung von 100^0 C. fortgeführt und die erhaltenen Resultate sind in Fig. 1 graphisch niedergelegt. In dieser Figur sind als Abscissen die Drahtdurchmesser in mm, als Ordinaten die Stromstärken in Ampère aufgetragen, und so sind durch freie Verbindung der beobachteten Punkte elf regelmässig verlaufende Kurven erhalten worden, deren jede der beigeschriebenen Temperaturzunahme T in ^{0} C. entspricht. Es ist leicht einzusehen, dass ein einfaches und doch sich den Beobachtungen eng

anschliessendes Gesetz nicht zu finden ist, weil eben die Wärmeabgabe in sehr komplicirter Weise erfolgt. So erfolgt ein Theil der Wärmeabgabe durch die Ableitung seitens der isolirenden Hülle des Drahtes;

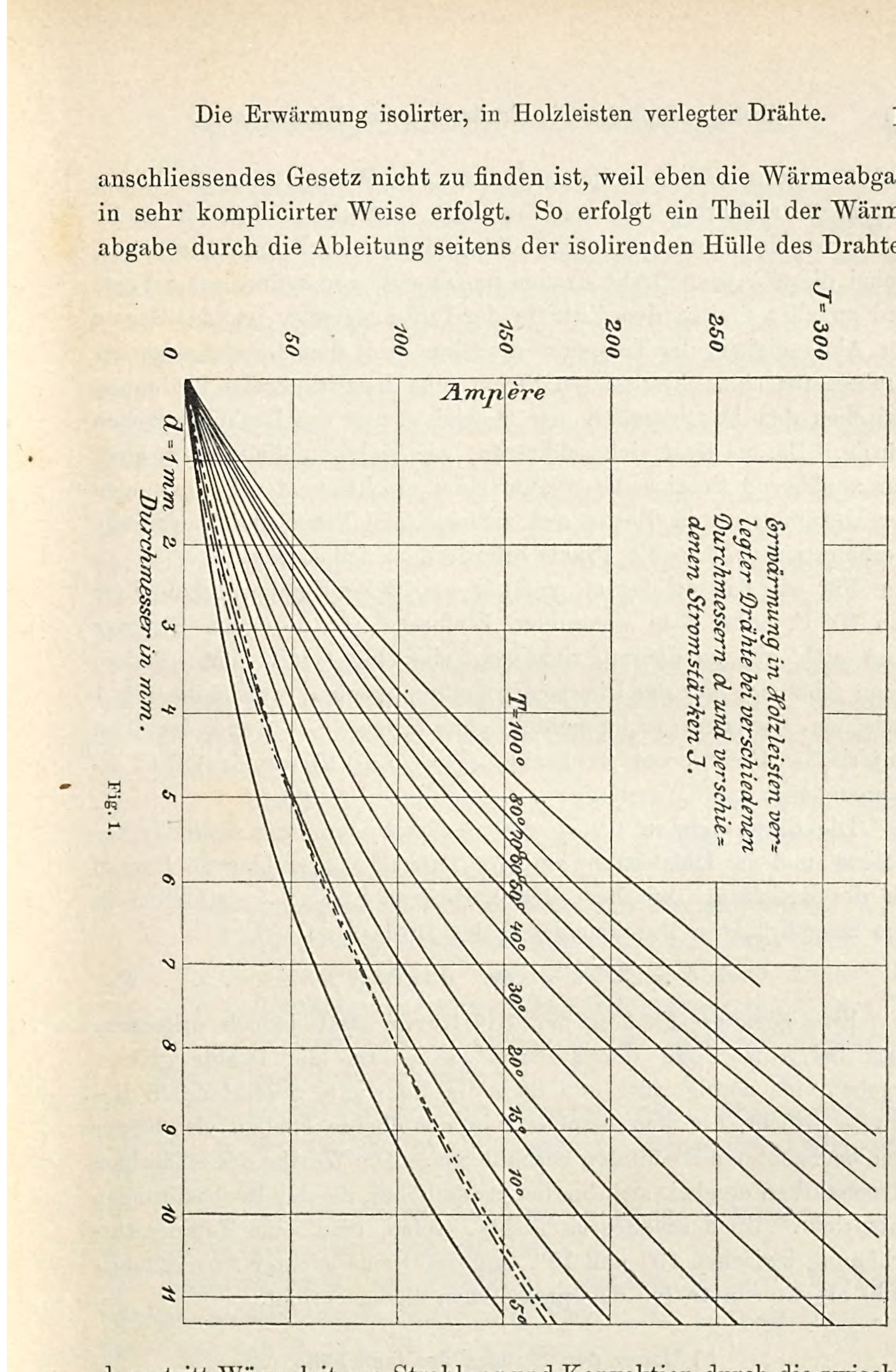


Fig. 1.

dann tritt Wärmeleitung, Strahlung und Konvektion durch die zwischen Draht und Holz eingeschlossene Luft auf; ausserdem findet Wärmeabgabe mittelst direkter Leitung durch die hölzerne Leiste und die Wand, an welcher dieselbe befestigt ist, statt, während Konvektion

und Strahlung einen weiteren Betrag von Wärme von der freien Oberfläche abführen, die von der Luft bestrichen wird. Kennelly konstatirt, dass selbst bei der denkbar einfachsten Form einer Leiste, wobei dieselbe, den Draht stramm umfassend, von cylindrischer Form und an allen Stellen dem Zutritte der Luft ausgesetzt ist, das Gesetz der Abhängigkeit der Temperaturzunahme von dem Durchmesser des Drahtes für einen bestimmten Strom eine logarithmische Beziehung zwischen den Durchmessern der Holzleiste und des Drahtes ergeben würde. Daraus lässt sich schliessen, wie viel komplicirter ein auch nur annähernd richtiges Gesetz unter den erschwerenden Bedingungen der Unsymmetrie in Bezug auf geometrische Form und thermische Verhältnisse, welche die Praxis erfordert, ausfallen müsste.

Für die Kurven der als zulässig erachteten Temperaturzunahme von 10^0 C. unter dem dauernden Einflusse des normalen Stromes lässt sich ein annähernd richtiges, einfaches Gesetz dann finden, wenn man sich mit der Uebereinstimmung begnügt, welche die Fig. 1 zwischen der dem experimentell gefundenen (——) und der dem empirischen Gesetze entsprechenden (— · — · —) Kurve für 10^0 C. erkennen lässt.

Die dieser letzten Kurve entsprechende und von Kennelly für isolirte und in Holzleisten verlegte Drähte vorgeschlagene Formel für die Beziehung zwischen dem zulässigen Strome J und dem in mm ausgedrückten Durchmesser d des Drahtes ist

$$J = 4{,}375\ d^{3/2} \quad \text{oder} \quad d = 0{,}374\ J^{2/3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Eine genauere Prüfung der 10^0-Kurve lässt jedoch erkennen, dass bei Anwendung dieser Formel sich fast alle Drähte grösser ergeben, als nöthig wäre und dass die Konstante 5 statt 4,375 Resultate ergiebt, die sich besonders in den oberen Theilen viel besser den beobachteten Resultaten anschliessen. Die Werthe der zulässigen Stromstärken ergeben sich hierbei etwas höher, als den Beobachtungen entspricht. Doch schadet es nichts, wenn man eine Temperaturerhöhung zwischen 10^0 und 12^0, und dafür eine leichter zu merkende Zahl als Konstante für den praktischen Bedarf erhält.

b) Ueber den Einfluss der Isolirhülle.

Die Versuchsergebnisse Kennelly's gestatten uns, eine Erscheinung näher zu verfolgen, auf welche schon Forbes hingewiesen hat, und welche durch Oehlschläger experimentell nachgewiesen wurde. Wir

meinen die Thatsache, dass ein isolirter Draht unter Umständen mehr Wärme an die Umgebung abgeben kann und sich somit bezüglich der Erwärmung unter günstigeren Verhältnissen befindet, als ein blanker Draht unter sonst gleichen Bedingungen[1]). Ein Analogon für diese Erscheinung liegt uns schon bei Dampfleitungsrohren vor, wo es von hervorragendem Interesse ist, die Kondensationswassermenge durch Wärmeschutzmittel zu vermindern. So giebt z. B. nach den Angaben Bellmer's[2]) ein wagrechtes Kupferrohr von 100 mm Durchmesser bei einem Temperaturunterschiede von 85° gegenüber der Umgebung an die letztere um beiläufig 39 % mehr Wärme ab, wenn es mit einer Gypshülle von 20 mm Dicke umkleidet ist, als wenn es unbekleidet bleibt; und erst bei einer 40 mm dicken Gypsumhüllung ist die Wärmeabgabe gleich derjenigen im nackten Zustande des Rohres.

Es lässt sich sofort einsehen, dass ähnliche Erscheinungen auch bei entsprechend isolirten Leitungsdrähten eintreten können. Uebrigens gelangt man auf einfachem Wege unmittelbar zu demselben Schlusse.

Wir nennen zu diesem Behufe:

d_1 und r_1 den Durchmesser, bez. Halbmesser eines Drahtes,

d_2 und r_2 den äusseren Durchmesser, bez. Halbmesser der Isolirung desselben,

ρ den specifischen Widerstand des Drahtmaterials,

E den Emissionskoëfficienten der Isolirung, d. h. die Wärmemenge in Grammkalorien, welche 1 qcm der Oberfläche bei einem Temperaturunterschiede von 1° C. gegenüber der Umgebung in der Zeiteinheit abgiebt.

Ferner bezeichnen wir mit:

K die specifische Wärmeleitungsfähigheit des Isolirmaterials,

t_1 die Temperatur der inneren Fläche der Isolirschicht in ° C.,

t_2 die Temperatur der äusseren Fläche derselben,

t_0 die Temperatur der Luft.

Wird nun durch einen den Draht durchfliessenden Strom Wärme erzeugt, so wird die Isolirung die Wärme bis an ihre Oberfläche leiten und von dort an die Luft abgeben.

---

[1]) Vergl. auch die Notiz über Bottomley's Arbeiten, The Electr. *24*, S. 158. 1889.

[2]) H. Bellmer. Zeitschr. d. Ver. Deutscher Ingen., No. 53. 1887.

Betrachten wir eine unendlich dünne koncentrische Schicht der Isolirhülle im Abstande r vom Mittelpunkte des Drahtes, so lässt sich die in der Zeiteinheit durch diese Schicht hindurchgeleitete Wärmemenge W durch den Ausdruck darstellen:

$$W = \frac{K \cdot 2 r \pi (- d t)}{d r}$$

oder

$$- d t = \frac{W}{K 2 \pi} \cdot \frac{d r}{r}, \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

woraus wir durch Integration zwischen den Grenzen t_1 und t_2, bez. r_1 und r_2, erhalten

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{2 \pi K} \log \text{ nat} \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

oder

$$t_1 - t_2 = \frac{W}{2 \pi K} \log \text{ nat} \cdot \frac{d_2}{d_1} \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

Die Wärmeemission an der Oberfläche der Isolirhülle stellt sich durch die Gleichung dar:

$$W = d_2 \pi E (t_2 - t_0), \quad \ldots \ldots \quad 9)$$

aus welcher wir mit Berücksichtigung der vorhergegangenen Gleichung 8 die Beziehung erhalten:

$$W = d_2 \pi E (t_1 - t_0) \frac{2 K}{2 K + d_2 E \log \text{ nat.} \frac{d_2}{d_1}} \quad \ldots \quad 10)$$

Bezeichnen wir den Temperaturüberschuss $(t_1 - t_0)$ mit T, so ergiebt sich nach geringer Umformung die, im Wesentlichen schon von Péclet angegebene, Beziehung:

$$W = \frac{\pi E T}{\frac{1}{d_2} + \frac{1}{2} \frac{E}{K} \log \text{ nat.} \frac{d_2}{d_1}} \quad \ldots \ldots \quad 11)$$

Um nun deutlich ersehen zu können, dass unter Umständen in der That die in Rede stehende Erscheinung eintreten kann, ist der obige Ausdruck in Fig. 2 für einige bestimmte Werthe des Verhältnisses $\frac{E}{K}$, wie sie bei gebräuchlichen Materialien auftreten, graphisch dargestellt, und zwar gelten die Kurven für einen Kupferdraht von 1 mm Durchmesser. Die Abscissen bedeuten die Dicke

der Isolirschicht in cm, die Ordinaten die pro 1 cm Länge abgegebene Wärmemenge in Grammkalorien pro Sekunde.

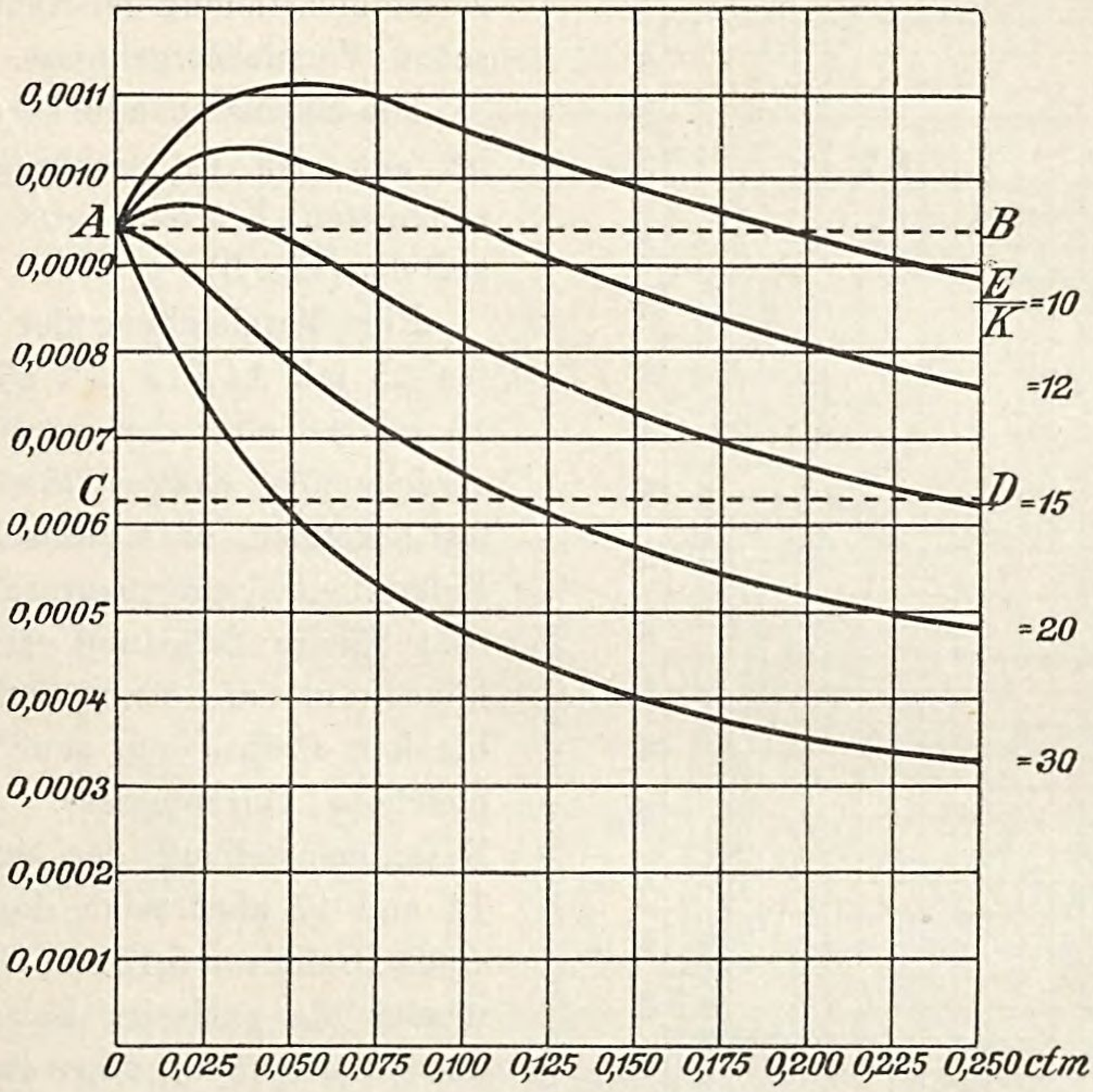


Fig. 2.
Wärmeabgabe seitens isolirter Kupferdrähte.

Die zur Abscissenaxe parallelen Geraden AB und CD stellen die Wärmeabgabe des nackten Drahtes mit matter, bez. mit glänzender Oberfläche dar. Die einzelnen Kurven zeigen uns deutlich den Einfluss der Isolirhülle. So ersehen wir z. B. aus dem Verlaufe der Kurve für $\frac{E}{K} = 10$, dass der mit der entsprechenden Isolirmasse umkleidete Draht beträchtlich mehr Wärme abgiebt als der nackte, so lange die Dicke der Isolirschicht ungefähr 0,19 cm nicht überschreitet, während darüber hinaus das umgekehrte Verhältniss eintritt. Die Möglichkeit der Kühlung durch die Isolirhülle ist somit klar ersichtlich. Im Uebrigen erkennt man aus den Kurven, dass der Einfluss der Isolirung einmal von der Dicke der Schicht und dann auch in hohem Grade von dem Verhältnisse des Emissionskoëfficienten zum Wärmeleitungsvermögen der Isolationsmasse abhängt.

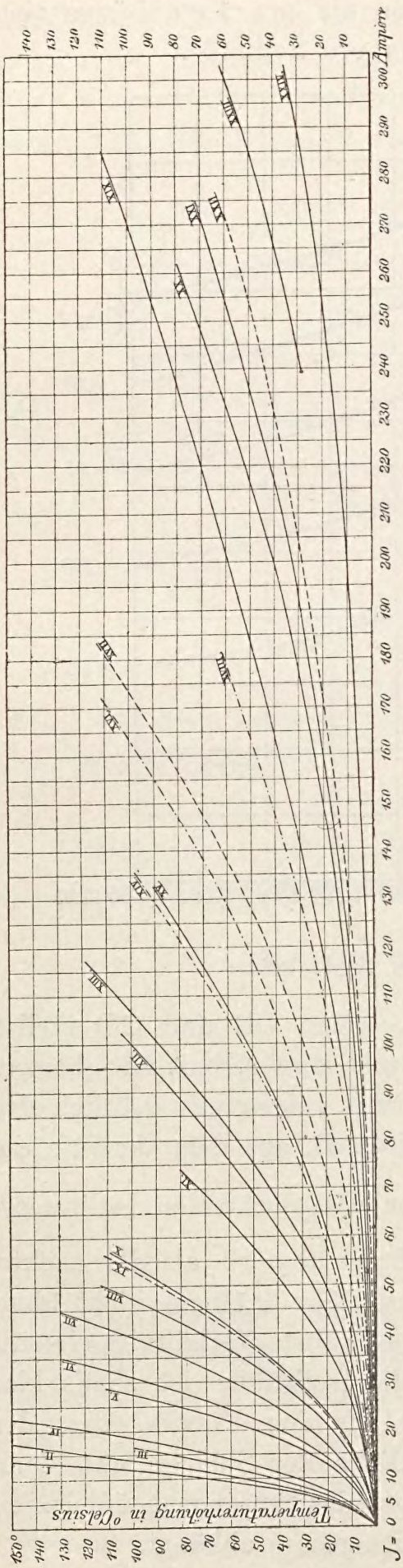


Fig. 3.
Erwärmung in Holzleisten verlegter Drähte.

Eine Bestätigung des Erörterten bietet auch die folgende Zusammenstellung der Kennelly'schen Versuchsergebnisse.

Die nebenstehende Tabelle 1 ist aus den entsprechend bezeichneten Kurven zusammengestellt (Fig. 3).

Eine Vergleichung der Spalten 15 mit 14, 17 mit 16 und 19 mit 18 oder der ihnen entsprechenden Kurven lässt sofort erkennen, dass die isolirten Drähte eine um mehrere Procent höhere Belastung ertragen können als die etwas dickeren blanken Drähte von annähernd gleichem Durchmesser. Eine Zusammenstellung der Spalten 14 und 17 aber zeigt, dass für einen Draht von 5,15 mm Durchmesser die zulässige Belastung durch Anwendung einer starken Bespinnung weisser Baumwolle um etwa 33% stieg.

In Fig. 3 beziehen sich die ausgezogenen (——) Linien auf schwarz isolirte, die punktirten (- - - -) Linien auf weiss isolirte und die strichpunktirten (—·—·—) Linien auf blanke Kupferdrähte verschiedenen Durchmessers.

(Die Länge der Holzleisten betrug bei allen Versuchen 6 m. Alle Bespinnungen waren mit einer isolirenden Flüssigkeit getränkt. Zwischen No. 12 und 13 wurde die Holzleiste gewechselt,

so dass sie Drähte bis etwa 20 mm äusseren Durchmesser der Bespinnung aufzunehmen vermochte.)

Tabelle 1.

Kurve in Figur 3:						
No.	14	15	16	17	18	19
Temperatur-zunahme in ^{0} C.	$d = 5{,}15$ mm ϕ blank J in Ampère	$d_1 = 4{,}14$ mm ϕ $d_2 = 5{,}79$ mm ϕ schwarze Isolirung. J in Ampère	$d = 5{,}94$ mm ϕ blank J in Ampère	$d_1 = 5{,}13$ mm ϕ $d_2 = 7{,}62$ mm ϕ dopp. Bespng. weisser Baumwolle J in Ampère	$d = 7{,}37$ mm ϕ blank J in Ampère	$d_1 = 7{,}31$ mm ϕ $d_2 = 9{,}26$ mm ϕ schwarze Umklöppelung J in Ampère
10	39	40	51	62	76	85
20	58	61	73	85	106	116
30	73	76	90	101	129	141
40	85	89	105	115	147	163
50	96	98	117	127	163	183
60	105	107	127	137	179	201
70	113	116	138	147	—	215
80	121	124	147	157	—	229
90	129	132	155	165	—	247
100	—	—	163	173	—	263
110	—	—	171	181	—	279
Aus den Werthen für 10 ^{0} C. folgt:	$J = 3{,}33\, d\sqrt{d}$	$J = 6{,}86\, d\sqrt{d}$	$J = 3{,}5\, d\sqrt{d}$	$J = 5{,}3\, d\sqrt{d}$	$J = 3{,}8\, d\sqrt{d}$	$J = 4{,}3\, d\sqrt{d}$

Schliesslich sei noch die folgende Tabelle 2 für isolirte, in Holzleisten mittlerer Breite verlegte Drähte von mittlerer Dicke der Bespinnung zur Orientirung für alle Jene angeführt, welche der Schätzung der Ampère pro qmm nicht entrathen wollen. Neben den Werthen für isolirte Drähte finden sich auch jene für blanke, in Holzleisten verlegte Drähte.

Die Werthe des zulässigen Maximalstromes, der bei dauerndem Durchgange durch den Leiter 10^0 C. Temperaturzunahme bewirkt, sind ermittelt aus den Beziehungen:

$$J = 5\, d\sqrt{d} \quad \text{für isolirte Leitungen} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

$$\text{und} \quad J = 4\, d\sqrt{d} \quad \text{- blanke Leitungen.} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Tabelle 2.

Belastungen in Ampère pro qmm für verschieden starke, in Holzleisten verlegte Drähte, welche etwa 10° C. Temperaturerhöhung ergeben.

	Für isolirte Drähte in Holzleisten mittlerer Breite		Für blanke oder sehr dünn isolirte Drähte in schmaler Leiste	
d = 1 mm	J = 5 Amp.	$\frac{\text{Amp.}}{\text{qmm}} = 6{,}36$	J = 4 Amp.	$\frac{\text{Amp.}}{\text{qmm}} = 5{,}1$
2 -	14,1 -	4,50	11,3 -	3,6
3 -	26 -	3,72	20,8 -	3,0
4 -	40 -	3,18	32 -	2,55
5 -	56 -	2,85	44,7 -	2,23
6 -	73,5 -	2,62	58,8 -	2,10
7 -	92,5 -	2,42	74 -	1,93
8 -	113 -	2,26	90,5 -	1,81
9 -	135 -	2,12	108 -	1,70
10 -	158 -	2,0	126,5 -	1,61
20 -	447 -	1,43	358 -	1,14
25 -	625 -	1,32	500 -	1,02

5. Die Erwärmung nackter Leitungen in ruhiger Luft.

Es mag etwas befremdlich erscheinen, dass wir, Kennelly's Beispiel folgend, die Betrachtungen über die Erwärmung der Drähte nicht mit der Behandlung der blanken Luftleitungen begonnen haben, da dieser Fall unter den bis in die letzte Zeit als zulässig erachteten Voraussetzungen, welche schon Prof. Dorn und nach ihm Professor Forbes machten, der einfachste ist.

Setzt man nämlich voraus, dass die gesammte Wärmeabgabe pro Einheit der Drahtoberfläche der Temperaturzunahme einfach proportional ist und pro 1° C. Temperaturzunahme E beträgt, so ist bei Vernachlässigung der Widerstandszunahme mit steigender Temperatur naturgemäss auch für Luftleitungen das Quadrat der zulässigen Stromstärke J proportional der dritten Potenz des Durchmessers d.

Den Koefficienten E für die Wärmeabgabe für 1 qcm Drahtoberfläche und 1° C. Temperaturerhöhung entnahm Forbes den sorgfältigen Experimenten, welche D. Mc. Farlane und Nicholan polirten Kupferkugeln von 2 cm Durchmesser in freier Luft anstellten. Mc. Farlane fand, dass die Wärmeabgabe E, pro Sekunde und Grad Temperaturunterschied zwischen dem Metall und der umgebenden

Luft für grössere Temperaturunterschiede T zunimmt. Seine Experimente erstrecken sich jedoch nur bis $T = 60^0$. Die Ergebnisse derselben sind in der folgenden Tabelle 3 denen von Nichol gegenübergestellt.

Tabelle 3.

Tabelle nach Mc. Farlane ‖ Tabelle nach Nichol
über die Wärmeabgabe pro qcm, Sekunde und 1^0 C. Temperaturdifferenz von blanken und schwarzen Kupferoberflächen

in Luft unter Atmosphärendruck		in geschwärzter Umhüllung an Luft von 8^0 C.		
Temp.-Differenz in ^{0} C.	Werthe von E für		Temp.-Differenz in ^{0} C.	Werthe von E für	
	polirte Oberfläche	geschwärzte Oberfläche		polirte Oberfläche	geschwärzte Oberfläche
5	0,000178	0,000252	—	—	—
10	187	266	12,5	0,000198	0,000364
15	193	279	15,3	0,000182	—
20	201	289	19,3	—	0,000331
25	207	298	21,6	0,000175	—
30	212	306	32,5	0,000173	—
35	217	313	33,6	—	0,000320
40	220	319	42,2	—	0,000322
45	223	323	42,5	0,000173	—
50	225	326	53,2	—	0,000328
55	226	328	55,8	0,000177	—
60	226	328	—	—	—

Mc. Farlane's empirische Formeln lauten:

$$E = 0{,}000168 + 1{,}98 \,.\, 10^{-6}\, t - 1{,}7 \,.\, 10^{-8}\, t^2 \text{ für blankes Kupfer . . 14}$$

$$E = 0{,}000238 + 3{,}06 \,.\, 10^{-6}\, t - 2{,}6 \,.\, 10^{-8}\, t^2 \text{ „ geschwärztes Kupfer . 15)}$$

Mc. Farlane's Daten sind deshalb nicht ganz zuverlässig, wei die Konvektion bei diesen Versuchen nur klein war. Der Koefficient E bleibt nämlich nicht konstant, sondern wächst mit abnehmender Grösse des strahlenden Körpers und beträgt nach den Angaben Ayrton's[1]) für eine geschwärzte Kugel vom Radius r Centimeter

$$E = 0{,}0004928 + \frac{0{,}0003609}{r}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; 16)$$

[1]) Ayrton, The Electrician, *28*, S. 119. 1891.

a) Trennung der durch Radiation und Konvektion bewirkten Wärmeverluste.

Kennelly's Versuche sind nun auch besonders dadurch werthvoll, dass er sich nicht begnügte, die gesammte Wärmeabgabe zu untersuchen, sondern dieselbe nach den auf die Ausstrahlung und die Konvektion entfallenden Theilbeträgen trennte, um den Einfluss beider Faktoren einzeln bestimmen zu können.

Den darauf bezüglichen Untersuchungen über die Abkühlung blanker Luftleitungen wurden vier Drähte von 0,904 mm, 1,473 mm, 2,79 mm und 3,416 mm Durchmesser und ein flaches Band von 25,4 mm Breite und 0,165 mm Dicke unterworfen.

Kennelly bemerkt zunächst, dass in manchen Fällen der Emissionskoefficient so viel rascher als die Temperatur stieg, dass seine pro 1^0 C. genommenen Werthe bei 100^0 C. doppelt so gross waren als bei 20^0 C. Temperaturzunahme, und dass bei 50^0 C. dieser Koefficient pro 1^0 C. von 0,00019 Kalorien für das breite, dünne Kupferband bis zu 0,001364 Kalorien für den dünnsten Kupferdraht variirte, wenn die Oberflächen beider vollkommen blank waren.

Die Versuche ergaben weiterhin, dass für das mit der Breitseite hochkant gestellte und in horizontaler Ebene verlegte Band, dessen Oberfläche pro Centimeter Länge 5,11 qcm war, der Emissionskoefficient, der natürlich ebensowohl in Kalorien als in Watt ausgedrückt werden kann, 0,24 Watt bei 50^0 Temperaturerhöhung betrug, während derselbe sich für den dünnsten Draht, dessen Oberfläche pro Centimeter Länge nur 0,284 qcm war, gleich 0,08 Watt ergab. Bezieht man die beiden Resultate auf die Einheit der Oberfläche, statt auf die Längeneinheit, so erhält man 0,047 Watt, bezw. 0,28 Watt, so dass die gesammte Wärmeabgabe des dünnen Drahtes etwa sechsmal jene des Bandes bei gleicher Temperaturzunahme übersteigen würde. Auf Grund dieses Widerspruchs ergiebt sich, dass die Konvektion nicht wie die Radiation der Oberfläche proportional, sondern in beiden Fällen nahezu gleich war. Denn wenn auch die Konvektion proportional der Oberfläche gewesen wäre, so konnte der blosse Unterschied der Gestalt der beiden Oberflächen von sehr annähernd gleicher Beschaffenheit keine genügende Erklärung der so weit auseinander liegenden Werthe ergeben.

Nimmt man also die Konvektion für Draht und Band gleich an, so erhält man für jedes Paar korrespondirender Temperaturzunahmen ein Paar simultaner Gleichungen, aus welchen Radiation und Konvektion für jedes Paar sich unabhängig ergeben müssen. Die auf diese Weise für die Radiation erhaltenen Werthe sind in der folgenden Tabelle 4 zusammengestellt.

Tabelle 4.

Temperatur-zunahme in ^{0} C.	Radiation pro qcm		
	aus den Experimenten	nach Dulong und Petit	Abweichung zwischen diesen Werthen
10	0,004765	0,005473	— 0,0007
20	0,01057	0,01138	— 0,0008
30	0,01720	0,01776	— 0,0006
40	0,02466	0,02466	0,0000 Minimum
50	0,03212	0,03210	+ 0,00002
60	0,04103	0,04013	+ 0,0009
70	0,04995	0,04881	+ 0,0011
80	0,05927	0,05817	+ 0,0011
90	0,06796	0,06827	— 0,0003
100	0,07790	0,07919	— 0,0013 Maximum

Die Richtigkeit dieser Annahmen wird wohl genügend durch die Uebereinstimmung der auf Grund derselben aus den Experimenten ermittelten Werthe der Radiation mit jenen Werthen bewiesen, welche aus Dulong und Petit's[1]) 1817 angestellten Untersuchungen über Wärmestrahlung erhalten worden sind.

Nach Dulong und Petit variirt die durch Radiation abgegebene Wärmemenge mit der Temperaturzunahme T in geometrischer Progression nach der Gleichung

$$R = k \,.\, (1{,}0077)^t \left[(1{,}0077)^T - 1\right], \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

in welcher k eine von der Oberflächenbeschaffenheit abhängige Konstante, t die Temperatur der Umgebung und T die Temperaturzunahme des erwärmten Körpers in ^{0} C. ist. Die Werthe der dritten Spalte in der Tabelle 4 sind aus der Beziehung

$$R = 0{,}06866 \,.\, (1{,}0077^T - 1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17a)$$

ermittelt, wobei der Zahlenfaktor 0,06866 empirisch so gewählt wurde, dass sich für die beste Beobachtung bei $T = 40^0$ C. volle

[1]) Dulong und Petit, Ann. de Chim. et de Phys. Band 7, 1817.

Uebereinstimmung ergab. Da bei den Versuchen die Umgebungstemperatur $t = 26^0$ C. etwa war, so folgt

$$k = \frac{0{,}06866}{(1{,}0077)^{26}} = 0{,}05625 . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Die Radiation für blankes Kupfer in Watt pro qcm ist also gegeben durch den vollständigen Ausdruck

$$R = 0{,}05625\,(1{,}0077)^{t}\,[(1{,}0077)^{T} - 1]\,, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19)$$

aus welchem sich die von 1 qm blanken Kupfers bei 100° C. Erwärmung pro Sekunde ausgestrahlte Wärmemenge äquivalent etwa 800 Watt berechnet.

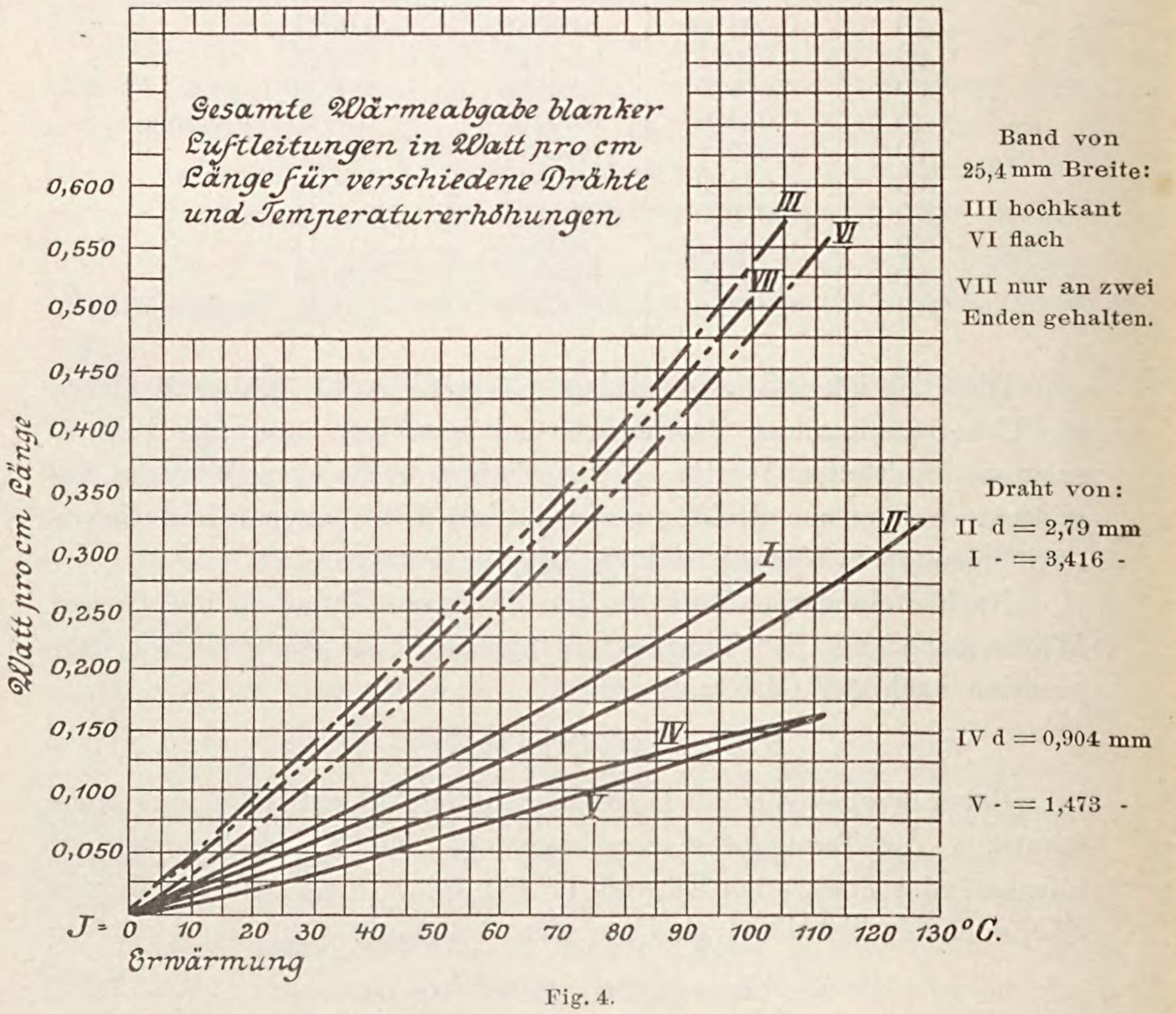


Fig. 4.

Das System simultaner Gleichungen, welches die Werthe der Radiation ergab, liefert uns auch die Konvektion für Draht und Band und ihre Abhängigkeit von der Temperaturzunahme.

In den Kurven des Diagrammes Fig. 4 sind die totalen Wärmeverluste, in jenen des Diagrammes Fig. 5 die Wärmeverluste durch Radiation allein in gleichen Maassstäben in ihrer Abhängigkeit von der Temperaturerhöhung dargestellt. Die Differenz jedes Paares korrespondirender Punkte der totalen Wärmeabgabe und der gesammten Radiation ergiebt die Werte der totalen Konvektion, welche

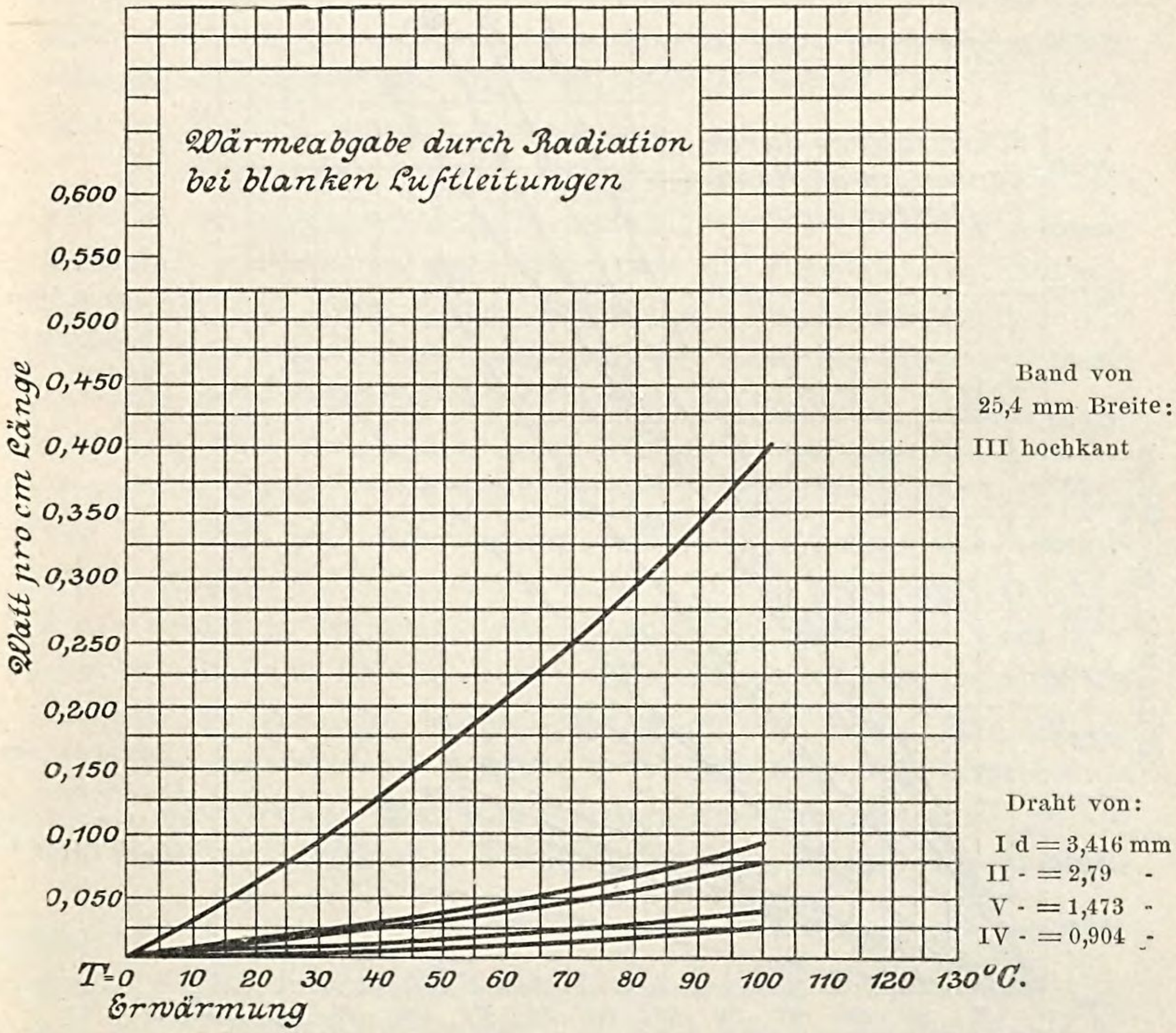


Fig. 5.

im Diagramme Fig. 6 der Deutlichkeit halber auch in fünffach vergrössertem Maassstabe dargestellt sind. Charakteristisch dafür, dass die Konvektion fast vollkommen unabhängig von der Oberfläche auch experimentell gefunden wurde, ist der Umstand, dass die Kurve III, welche bei den Diagrammen Fig. 4 und Fig. 5 weit ausserhalb der übrigen liegt, hier mitten zwischen diese fällt und dass z. B. die Veränderung des Durchmessers der Drähte von 0,904 mm auf 3,476 mm, also um beinahe das Vierfache, die Kon-

vektion nur um etwa 20 % erhöht. Als Mittelwerth, der für die Praxis vollkommen genügend genau ist, nimmt Kennelly die Konvektion in ruhiger Luft = 0,00175 Watt pro Centimeter Länge und 1° C. Temperaturerhöhung an.

Einige an dem Bande in verschiedenen Lagen angestellte Experimente gaben schliesslich noch interessante Daten über die Aen-

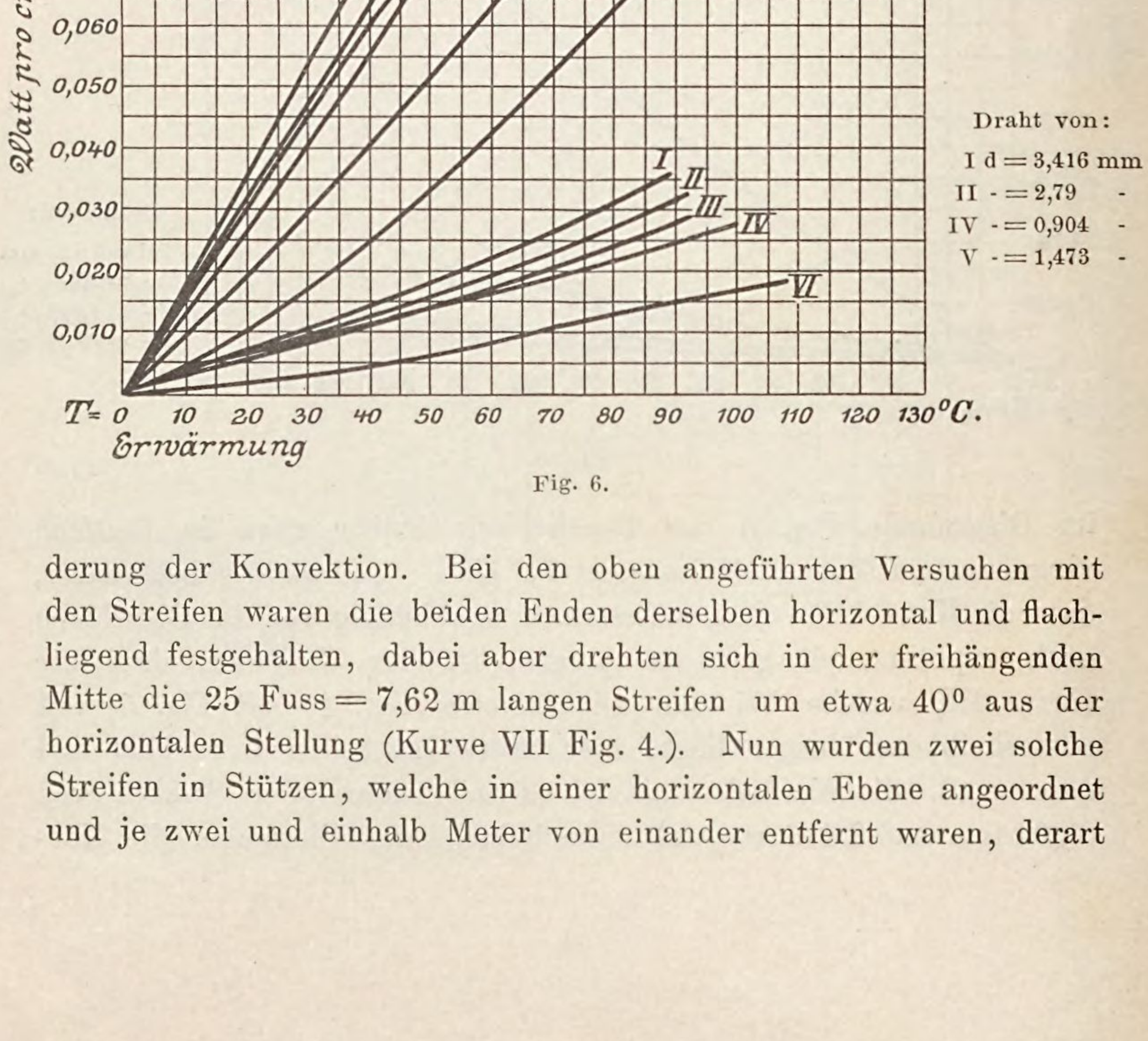


Fig. 6.

derung der Konvektion. Bei den oben angeführten Versuchen mit den Streifen waren die beiden Enden derselben horizontal und flachliegend festgehalten, dabei aber drehten sich in der freihängenden Mitte die 25 Fuss = 7,62 m langen Streifen um etwa 40° aus der horizontalen Stellung (Kurve VII Fig. 4.). Nun wurden zwei solche Streifen in Stützen, welche in einer horizontalen Ebene angeordnet und je zwei und einhalb Meter von einander entfernt waren, derart

befestigt, dass der eine Streifen hochkant stand (Kurve III, Fig. 4), während der andere überall flach auf den Stützen lag (Kurve VI, Fig. 4). Der Strom wurde durch die hintereinander geschalteten Streifen gesandt. Bei dem flachliegenden Bande ergab sich hierbei für 101 Ampère eine Temperaturerhöhung von 120°, während die Erwärmung bei dem hochkant gestellten Streifen nur 102,5° betrug. Nach Vertauschung der beiden Stellungen erreichte der vorher hochkant stehende, jetzt flachliegende Streifen 120,5° bei 100 Ampère, während der andere um 101,3° C. erwärmt wurde, was praktisch dasselbe Resultat genannt werden mag.

Kennelly's nächstfolgende Experimente beziehen sich auf den Einfluss, welchen verschiedene Oberflächenbeschaffenheit auf die Radiation ausübt. Es ergab sich, dass die Temperaturerhöhung in ruhender Luft durch einen schwarzen, durch Bestreichen mit Schwefelkupfer (CuS) hervorgerufenen Ueberzug für Band und Draht um etwa 30% erniedrigt wurde, während ein dichter Ueberzug von Schellack und Lampenruss eine um 50% geringere Temperaturzunahme bewirkte. Dies weist darauf hin, dass für blanke Leitungen von beträchtlichem Durchmesser, welche im Innern der Centralstationsgebäude häufig verlegt werden, und ihre Wärme meistens durch Radiation verlieren, ein schwarzer Anstrich von günstigem Einfluss ist, wenn man es nicht der Zeit überlassen will, diese für die Ausstrahlung günstige Oberflächenbeschaffenheit bei solchen Leitern von selbst herzustellen. Kennelly weist darauf hin, dass durch einen schwarzen Anstrich, dank der niedrigeren Temperatur und des ihr entsprechenden geringeren Widerstandes, eine Energieersparniss von $\left(\frac{T}{6}\right)\%$ gegen früher erzielt werden kann, wenn T die Temperaturzunahme des blanken, unangestrichenen Drahtes war; so dass z. B. bei 50° C. Temperaturzunahme in dem blanken Drahte die Temperaturerhöhung nach dem Anstrich nur noch etwa 27° betragen würde, wobei etwa 8% der früher in der bestrichenen Länge verlorenen Energie erspart würden. Doch ist der Gesammtbetrag der in solchen Leitern verlorenen Energie so gering, dass aus diesem Grunde allein wohl kaum ein Praktiker die Leitungen anstreichen lassen wird. Nimmt man unter sonst gleich gebliebenen Umständen die Konvektion für den blanken und den angestrichenen oder geschwärzten Draht als gleich gross an, und setzt man die Radiation für blankes Kupfer = 1, so ist die Radiation:

a) für die Drähte		b) für das Band	
mit dünner Lage braunen Schellackfirnisses	= 1,6	mit dicker Lage braunen Schellackfirnisses	= 1,8
- dicker Lage CuS . . .	= 2,3	- ziemlich unvollkommener und dünner Lage CuS	= 1,5
- - - Lampenruss, der mit Melasse aufgetragen ist	= 2,0	- Lampenruss von rauchender Kerze	= 1,4
		- dünner Lage Schellackfirniss und Lampenruss	= 2,0

Die letzten Zahlen zeigen deutlich den vortheilhaften Einfluss eines gut anliegenden Anstriches, welcher die Radiation auf 2 brachte, während die lose aufliegende Russschicht nur 1,4 ergab. Im Allgemeinen können wir die Radiation eines mit einem guten schwarzen Anstrich versehenen Drahtes doppelt so gross als die des blanken Drahtes annehmen.

b) Zusammenhang zwischen Drahtdurchmesser und zulässiger Stromstärke.

Kennelly fasst die Ergebnisse seiner Untersuchungen über blanke oder geschwärzte Drähte in ruhender Luft wie folgt zusammen.

Sei d der Durchmesser des Drahtes, welcher für die Ableitung
in cm ausgedrückt werden möge,
T die Temperaturerhöhung in ^{0} C.,
ϱ der Widerstand eines Kubikcentimeters bei 0^0 C.,
t die Temperatur der Umgebung und somit
$\theta = T + t$ die vom Drahte erreichte Endtemperatur,
und $m = 1$ für glänzendes Kupfer, $m = 2$ - geschwärztes - } der Oberflächenkoefficient für Radiation allein,
dann ist die durch den Strom J Ampère in 1 cm Länge entwickelte Energie

$$\frac{4\,J^2\,\varrho\,(1 + 0{,}00388\,\theta)}{\pi\,d^2} \text{ in Watt pro cm Länge. . . } 20)$$

Die durch Konvektion abgegebene Wärmemenge ist

$$0{,}00175\,.\,T \text{ in Watt pro cm Länge . . . . . } 21)$$

und die durch Radiation allein abgegebene Wärmemenge beträgt

$$d\,m\,\pi\,R_T \text{ in Watt pro cm Länge, ... } 22)$$

für welche Beziehung der Werth von

$$R_T = 0{,}0687\,[(1{,}0077)^T - 1]$$

aus der im Folgenden gegebenen Tabelle 5 zu entnehmen ist.

5. Tabelle der Radiation in Watt pro qcm für blankes Kupfer.

Temp.-Zun. T in ^{0} C.	$(1{,}0077)^T - 1$	R_T = Radiation	Temp.-Zun. T in ^{0} C.	$(1{,}0077)^T - 1$	R_T = Radiation
5	0,0391	0,002665	55	0,5249	0,0358
10	0,0797	0,00543	60	0,5844	0,0398
15	0,1219	0,00831	65	0,6464	0,0441
20	0,1658	0,0113	70	0,7108	0,0484
25	0,2114	0,0144	75	0,7777	0,0530
30	0,2587	0,0176	80	0,8471	0,0577
35	0,3080	0,0210	85	0,9194	0,0627
40	0,3591	0,0245	90	0,9944	0,0678
45	0,4123	0,0281	95	1,0724	0,0731
50	0,4675	0,0319	100	1,1534	0,0786

Da für den Gleichgewichtszustand Wärmezufuhr und Wärmeabgabe einander gleich sind, so hat man

$$\frac{4\,J^2\varrho(1+0{,}00388\,\theta)}{\pi\,.\,d^2} = 0{,}00175\,T + d\,m\,\pi\,R_T, \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

setzt man hierin für Kupfer von 98 % der Leitungsfähigkeit des chemisch reinen Kupfers $\varrho = 1{,}65\,.\,10^{-6}$, so folgt aus 23)

für blanke Drähte: $m = 1,\ J = 28{,}9\,d\sqrt{\frac{570\,d\,\pi\,R_T + T}{1+0{,}00388\,\theta}}$. 24a)

- geschwärzte - $m = 2,\ J = 28{,}9\,d\sqrt{\frac{1140\,d\,\pi\,R_T + T}{1+0{,}00388\,\theta}}$. 24b)

Aus diesen Beziehungen ist die folgende Tabelle berechnet, deren Werthe auch in Fig. 7 graphisch dargestellt sind.

6. Tabelle der Stromstärken, welche nackte, in ruhiger Luft aufgehängte Kupferdrähte von 98 % Leitungsfähigkeit erwärmen.

bei d mm ϕ	um 5^0 C.		um 10^0 C.		um 20^0 C.		um 40^0 C.		um 80^0 C.	
	blank	schwarz	blank	schwarz	blank	schwarz	blank	schwarz	blank	schwarz
2	12	13	18	20	25	27	35	38	47	53
4	28	30	40	46	56	64	77	90	105	121
6	45	50	63	75	90	105	125	150	172	206
8	64	76	90	108	126	152	179	217	247	305
10	85	104	120	147	169	207	236	290	329	410
12	108	133	150	184	212	264	298	372	416	526
14	132	163	184	230	261	328	364	461	512	652
16	156	190	220	276	310	392	415	553	610	785
18	180	230	256	326	360	462	510	650	715	924
20	201	267	293	377	413	532	583	750	819	1070
22	237	308	330	430	465	605	662	858	928	1220
24	268	348	372	486	524	685	746	970	1050	1380

Entnimmt man dieser Tabelle den Werth des Stromes für d = 1 cm, so ist es leicht, für die verschiedenen Temperaturerhöhungen die

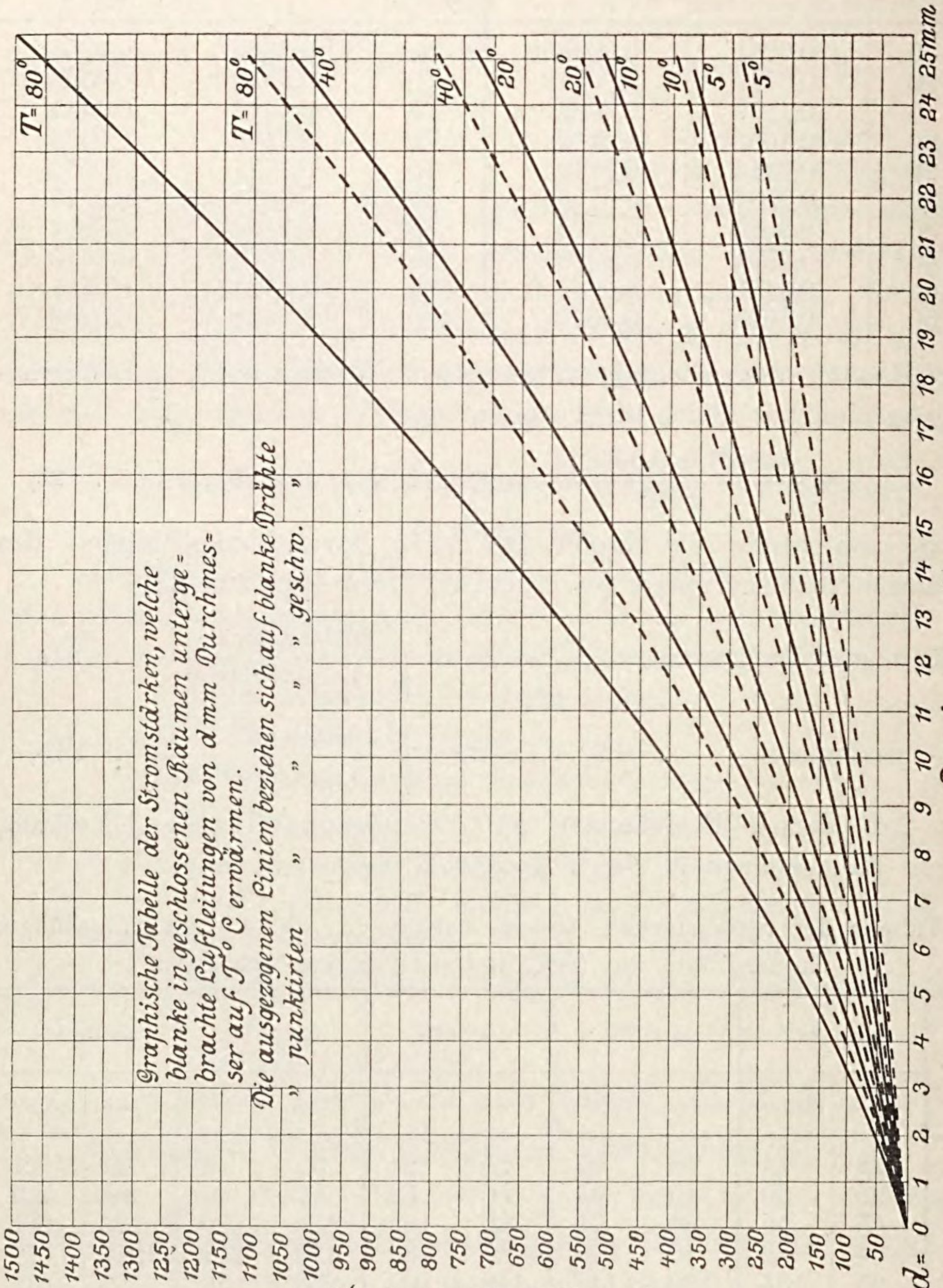


Fig. 7.

Konstante C der empirischen Gleichung $J = C\,d\sqrt{d}$ zu berechnen, auch wenn man, wie in Deutschland üblich, den Durchmesser des Drahtes in mm ausdrücken will. Man wird fragen, warum wir trotz

Kennelly's genauen Messungen und Gleichungen auf die empirische Gleichung zurückgreifen. Doch bewegt uns hierzu einerseits die Ueberlegung, dass jeder Ingenieur für die von ihm als zulässig erachtete Temperaturzunahme sich die Konstante C einprägen und dann mit dem Rechenschieber bequem für jeden Durchmesser den zulässigen Strom für diese Temperaturerhöhung ermitteln kann; andererseits aber hielten wir es für interessant, Kennelly's Werthen von C jene von früheren Beobachtern gefundenen an entsprechenden Stellen anzufügen. Daraus entstand die folgende Tabelle 7, für welche die Durchmesser in mm ausgedrückt sind.

Tabelle 7.

Werthe der Konstanten C der Gleichung $J = C\, d \sqrt{d}$ (für d in mm) für Luftleitungen in geschlossenen Räumen.

Temperatur-Zunahme in ° C.	Kennelly		Sabine	Uppenborn	Dorn
	blank	schwarz			
5	2,68	3,30	2,50	2,52	3,00
10	3,80	4,65	3,53	3,57	4,22
20	5,35	6,60	5,00	5,05	5,80
40	7,46	9,17	7,06	7,15	8,20
80	10,40	12,95	10,0	10,15	11,61

6. Erwärmung der Luftleitungen im Freien.

Schon bei seinen Versuchen im geschlossenen Zimmer fand Kennelly, dass eine sanfte, rechtwinkelig zur Drahtlänge verlaufende Bewegung eines Fächers eine deutlich erkennbare Widerstandsverringerung hervorrief, und dass die Beobachtungen trotz der dicht verschlossenen Fenster und Thüren niemals ganz konstant blieben, so dass aus vielen derselben ein möglichst guter Mittelwerth genommen werden musste.

Diese letzte Bemerkung über die beträchtliche Erhöhung der Konvektion auch schon durch geringe Luftströmungen lässt uns schliessen, dass die Erwärmung im Freien aufgehängter Leitungen für gleiche Stromstärken und Durchmesser eine geringere sein muss als im Zimmer.

Die diesbezüglichen Versuche wurden an neun Drähten vorgenommen, welche, etwa 1,8 Meter vom Boden und 0,3 Meter von einander entfernt, von gläsernen Isolatoren getragen wurden. Die Drähte befanden sich im Freien und das Wetter war verhältniss-

Fig. 8.
Erwärmung der Luftleitungen im Freien.
Die —— Kurven beziehen sich auf schwarz isolirte, die - - - - - - Kurven auf weiss isolirte und die -·-·-·- Kurven auf blanke Kupferdrähte.

mässig ruhig. Dennoch wurde zuweilen der Effekt einer Stromsteigerung in den hinter einander geschalteten Drähten durch erhöhte Luftbewegung nicht nur neutralisirt, sondern zuweilen sogar umgekehrt. Kennelly's Daten liefern deshalb auch nur die Angabe der Maximaltemperatur, welche Luftleitungen im Freien annehmen können; bei windigem Wetter mag die Wärmeabgabe durch Konvektion die Drähte bedeutend kühler erhalten.

Die Resultate der Beobachtungen sind in Fig. 8 niedergelegt.

a) Trennung der durch Radiation und Konvektion abgeführten Wärmemengen.

Um nun Konvektion und Radiation auch für die im Freien aufgehängten Drähte trennen zu können, müssen wir irgend eine Annahme über die Grösse der Radiation machen, da Dulong und Petit's Strahlungsgesetz eigentlich nur für Messungen in ruhender Luft gilt. Nehmen wir an, dass die Radiation im Freien gleich jener in ruhender Luft ist, so können wir die Konvektion bestimmen, indem wir den nach den früheren Versuchen bekannten Betrag der Radiation von dem Gesammtbetrage der Wärmeabgabe abziehen. Zwar

wissen wir, dass diese Annahme nicht ganz richtig ist; aber wir wissen auch, dass der durch dieselbe eingeführte Fehler sehr klein ist und dass die unter der erwähnten Annahme erhaltenen Werthe etwa den höchsten Temperaturzunahmen entsprechen, welche bei vollkommen ruhigem, windstillem Wetter erreicht werden können.

In der folgenden Figur 9 sind die nach Abzug der so bestimmten Radiation gewonnenen Näherungswerthe der Konvektion für jeden der

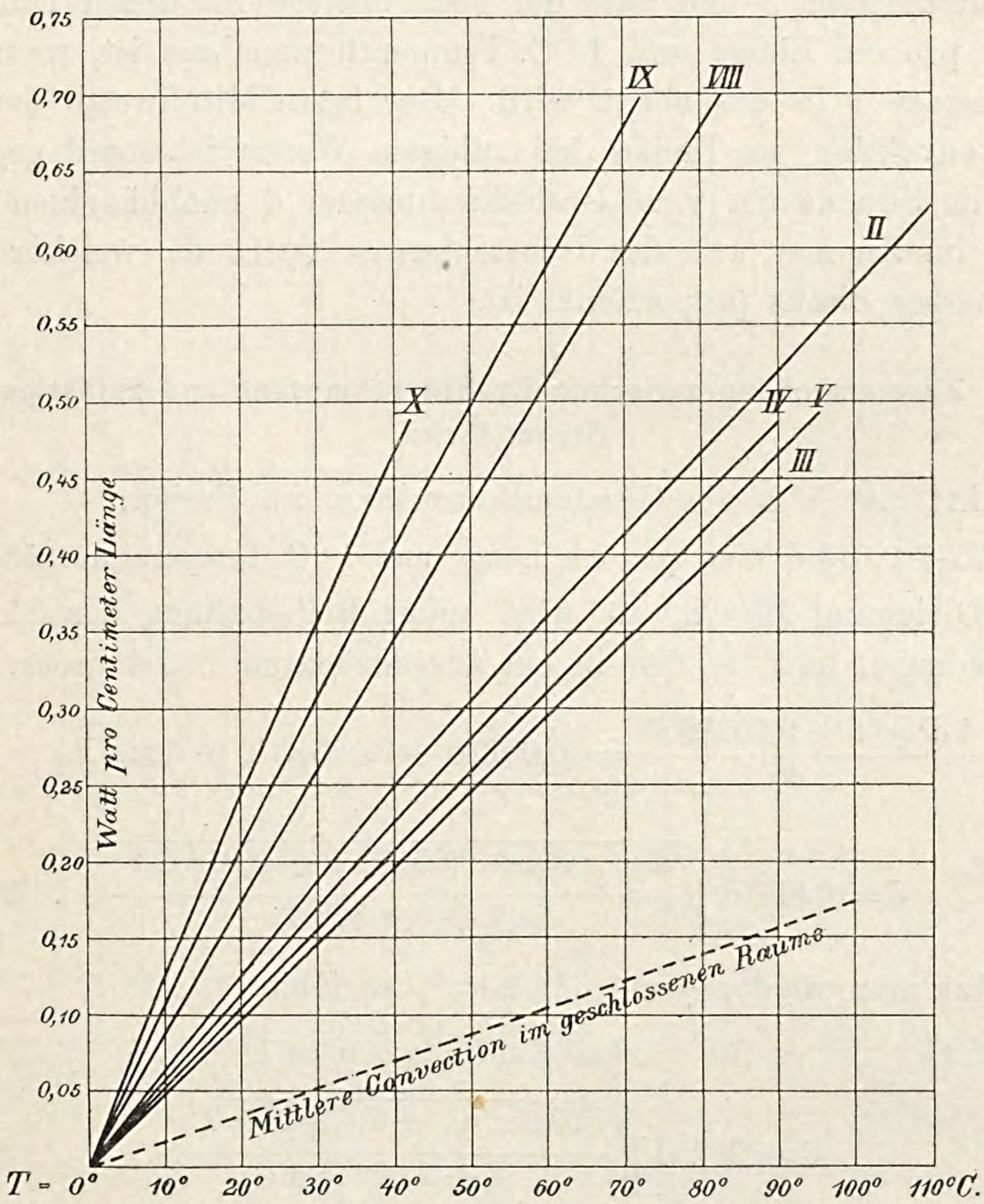


Fig. 9.
Wärmeabgabe durch Konvektion bei Luftleitungen im Freien.

blanken Drähte bei verschiedenen Erwärmungen niedergelegt. Die grossen Variationen, welchen die Konvektion bei den im Freien angebrachten Drähten unterworfen war, liessen eine genauere Bestimmung dieser Werthe nicht zu. Doch lehrt ein Blick auf die Figur 9, dass bis gegen $T = 40^0$ die Kurven, mit Ausnahme allenfalls jener für den

dünnsten Draht, geradlinig ansteigen, dass sie weiterhin bedeutend höher liegen als die mittlere Konvektion bei ruhender Luft, und dass schliesslich die Differenzen zwischen der letztgenannten und den übrigen Kurven für stärkere Durchmesser grösser sind als für schwächere. Eine genauere Prüfung des letzten Umstandes lässt sogar erkennen, dass die Differenz zwischen der Konvektion ein und desselben Drahtes im Freien und im Zimmer proportional dem Drahtdurchmesser d und dass der beste Mittelwerth dieser Differenz 0,013 d pro cm Länge und 1^0 C. Temperaturzunahme ist, wenn der Durchmesser d in cm notirt wird. Der beste Mittelwerth der Gesammtkonvektion im Freien bei ruhigem Wetter ist somit gegeben durch die Summe der vom Drahtdurchmesser d unabhängigen Konvektion im Zimmer und des Ueberschusses 0,013 d, welcher dem Durchmesser direkt proportional ist.

b) Zusammenhang zwischen Drahtdurchmesser und zulässiger Stromstärke.

Führt man nun die Gesammtkonvektion im Freien:

$0{,}00175 + 0{,}013\ d$ Watt pro cm Länge und 1^0 C. Temperaturerhöhung

in die Gleichung 23 ein, so wird unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen und für den in cm ausgedrückten Durchmesser

$$\frac{4\,J^2\,\varrho\,(1 + 0{,}00388\,\theta)}{\pi\,d^2} = (0{,}00175 + 0{,}013\,d)\,T + d\,m\,\pi\,R_T\,, \quad 25)$$

woraus

$$J = 0{,}886\,d\,\sqrt{\frac{d\,m\,\pi\,R_T + 0{,}00175\,T + 0{,}013\,d\,T}{\varrho\,(1 + 0{,}00388\,\theta)}} \quad . \quad 25\,a)$$

Setzt man wieder $\varrho = 1{,}65\,.\,10^{-6}$, so folgt

für blankes Kupfer, wo $m = 1$

$$J = 28{,}9\,d\,\sqrt{\frac{570\,d\,\pi\,R_T + 7{,}4\,d\,T + T}{1 + 0{,}00388\,\theta}}\,, \quad . \quad . \quad . \quad 26\,a)$$

für geschwärztes Kupfer, wo $m = 2$

$$J = 28{,}9\,d\,\sqrt{\frac{1140\,d\,\pi\,R_T + 7{,}4\,d\,T + T}{1 + 0{,}00388\,\theta}} \quad . \quad . \quad . \quad 26\,b)$$

Hieraus kann man unter Zugrundelegung bestimmter Werthe von T wieder die Werthe der Konstanten C bestimmen, wenn man wieder mit der Formel

$$J = C\, d\, \sqrt{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5b)$$

rechnen will. (Tabelle 9.)

Kennellys Versuchsresultate sind in der Tabelle 8 zusammengestellt und ausserdem in der Fig. 10 zur Darstellung gebracht.

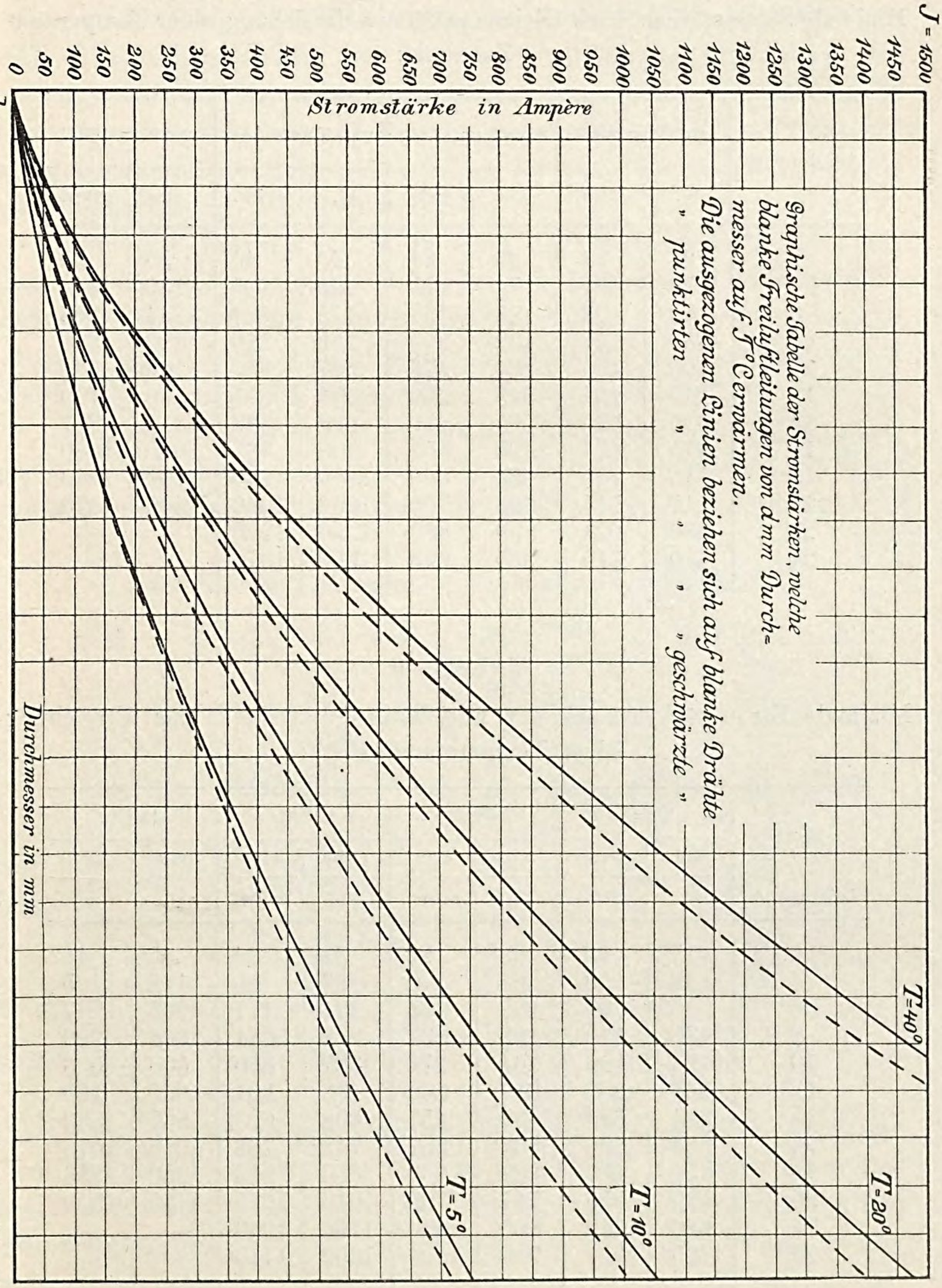


Fig. 10.

Graphische Tabelle der Stromstärken, welche blanke Freiluftleitungen von d mm Durchmesser auf T°C erwärmen.
Die ausgezogenen Linien beziehen sich auf blanke Drähte
" punktirten " " " geschnürzte "

Tabellen über die Erwärmung nackter, im Freien angeordneter Luftleitungen.

Tabelle 8.

Minimale Stromstärken nach Gleichung 26 zur Erreichung einer Temperatur-Zunahme:

bei d mm ϕ	von $T = 5^0$ C.		von $T = 10^0$ C.		von $T = 20^0$ C.		von $T = 40^0$ C.	
	bl.	schw.	bl.	schw.	bl.	schw.	bl.	schw.
2	21	23	29	31	40	44	55	59
4	52	54	71	75	100	105	139	145
6	90	93	125	132	175	184	244	256
8	139	141	192	200	268	280	370	388
10	190	196	264	276	367	380	506	533
12	245	257	343	360	478	501	560	700
14	310	325	432	453	602	622	816	877
16	375	393	525	553	728	765	1000	1060
18	443	465	625	660	870	910	1190	1260
20	517	544	728	765	1010	1060	1400	1470
22	586	624	839	880	1160	1220	—	—
24	680	710	950	995	1300	1370	—	—

Tabelle 9.

Minimale Stromstärken nach der Gleichung $J = C\, d \sqrt{d}$ zur Erreichung einer Temperaturzunahme:

Werth von C =	von $T = 5^0$ C.		10^0 C.		20^0 C.		40^0 C.	
	6,0	6,2	8,35	8,72	11,60	12,0	16,0	16,8
bei d mm ϕ	bl.	schw.	bl.	schw.	bl.	schw.	bl.	schw.
2	17	18	23	25	33	34	45	48
4	48	50	67	70	93	96	128	135
6	88	91	123	128	171	177	235	247
8	135	140	189	197	252	271	362	380
10	190	196	264	276	367	380	506	533
12	249	258	347	362	483	501	665	700
14	314	325	437	457	608	628	837	880
16	384	396	534	557	742	768	1025	1076
18	458	473	637	667	885	916	1220	1283
20	537	555	747	780	1040	1075	1430	1510
22	620	640	860	900	1198	1240	—	—
24	705	727	980	1025	1352	1410	—	—

7. Zur Erwärmung unterirdisch verlegter Kabel.

Ueber die Erwärmung unterirdisch verlegter Kabel sind nur sehr unvollständige Angaben vorhanden, und zwar beschränken sie sich auf die Begrenzung der pro Querschnittseinheit zulässigen Belastung. Es dürften daher nachfolgend angeführte Versuche nicht ohne Interesse sein, wenngleich die Ergebnisse derselben nicht auf absolute Sicherheit Anspruch erheben können, da es leider an Zeit zur Wiederholung derselben mangelte.

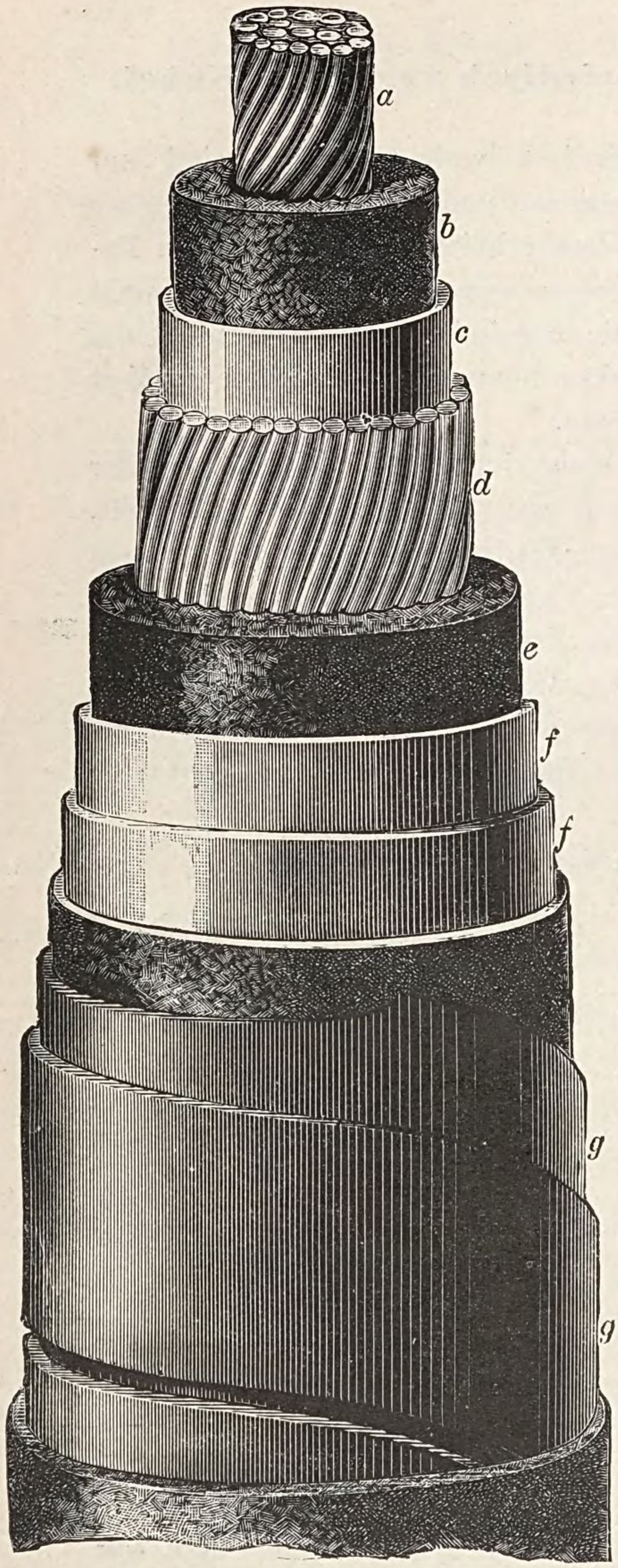
Der erste Versuch wurde an einer durchschnittlich 0,7 m unter der Erdoberfläche verlegten Leitung von 1940 m Länge angestellt. Dieselbe bestand aus einem koncentrischen Kabel des Hauses Jacottet & Co., Wien, von 100 qmm Querschnitt pro Einzelleiter und der in Fig. 11 und 12 dargestellten Konstruktion.

In diese Leitung wurde ein konstanter Strom von 140 Ampère gesandt und die Spannung an ihren Enden in bestimmten Zeiträumen gemessen, wodurch man zu folgenden Werthen gelangte:

Werthe der Spannung an den Enden der Leitung

nach	0	Minuten	90	Volt	nach		52	Min.	91,7	Volt
-	2	-	90	-	-	1 Std.	2	-	91,8	
-	6	-	90,5	-	-	1 -	12	-	91,9	-
-	8	-	90,6	-	-	1 -	17	-	92	-
-	11	-	91	-	-	1 -	22	-	92	-
-	12	-	91	-	-	1 -	27	-	92,1	-
-	17	-	91	-	-	1 -	32	-	92,1	-
-	21	-	91	-	-	1 -	37	-	92,1	-
-	23	-	91,1	-	-	1 -	47	-	92,2	-
-	28	-	91,2	-	-	1 -	57	-	92,2	-
-	33	-	91,4	-	-	2 -	17	-	92,2	-
-	39	-	91,5	-	-	3 -	17	-	92,2	-
-	47	-	91,6	-						

Man sieht aus diesen Werthen, dass der Widerstand der Leitung vom Beginne des Versuches bis zur Erreichung des stationären Zustandes um 2,44 % gestiegen ist. Da nun die Widerstandszunahme des Kupfers pro 1° C. 0,38 % beträgt, so entspricht obiger Widerstandssteigerung eine Temperaturerhöhung von 6,4° C.



In nebenstehender Figur stellen vor:

a den inneren Kupferleiter,
b die innere Isolirschicht,
c einen Bleimantel,
d den äusseren Kupferleiter,
e die äussere Isolirhülle,
f zwei Lagen Blei,
g zwei Lagen Eisenband.

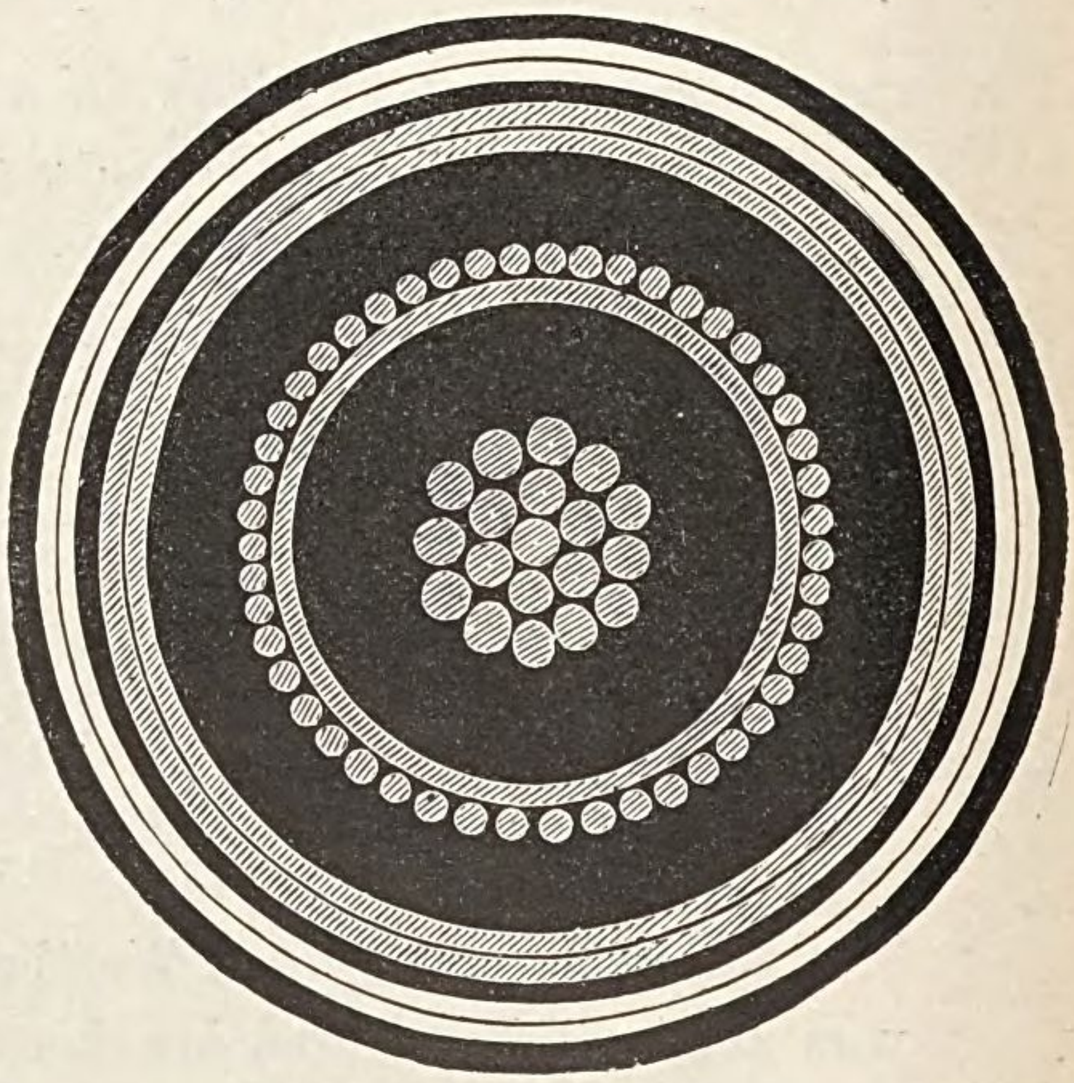


Fig. 11 u. 12.
Koncentrisches Panzerkabel für hohe Spannung.

Die oben angeführten Messungsresultate sind in Fig. 13 graphisch dargestellt. Die so erhaltene Kurve zeigt deutlich den Verlauf der Widerstandszunahme und damit auch der Erwärmung. Der erste Theil der Kurve steigt steil und geradlinig auf, und deutet dadurch an, dass in den ersten Minuten die ganze entwickelte Wärme zur Erhöhung der Temperatur der Kupfermasse verwendet wird. Der weitere Verlauf der Kurve zeigt den Einfluss der Isolation bis zum Eintritt des stationären Zustandes, in welchem die Leitung sammt allen Hüllen als ein Ganzes gegenüber dem sie umgebenden Erdboden zu betrachten ist.

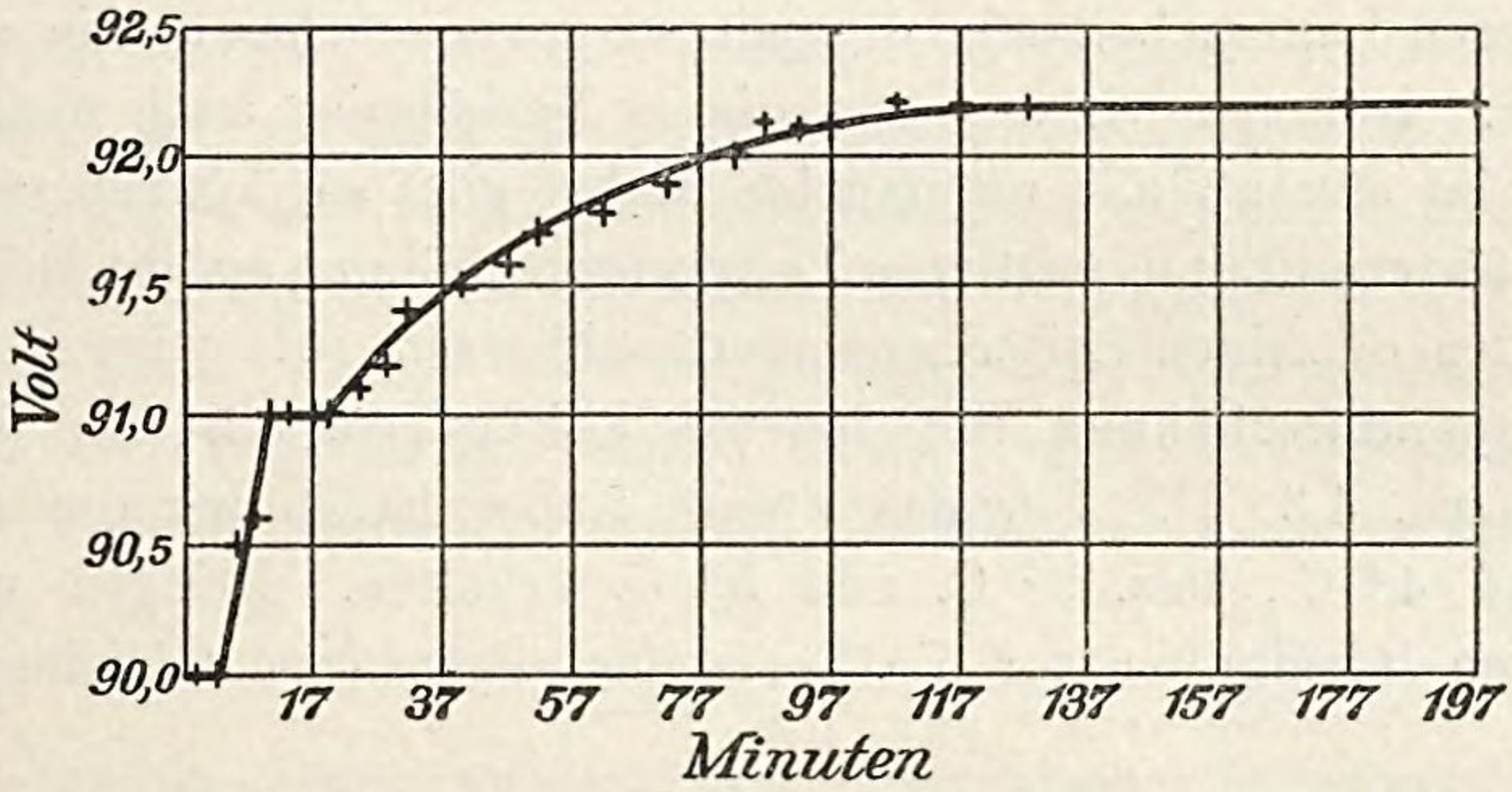


Fig. 13.
Widerstandszunahme und Erwärmung eines unterirdischen Kabels.

Die oben ermittelte Temperaturerhöhung kann nur als Mittelwerth betrachtet werden, denn es ist klar, dass die Erwärmung des inneren Leiters höher sein muss als jene des äusseren, da ja ein Temperaturgefälle zwischen beiden herrschen muss, wenn irgend welche Wärme vom inneren Leiter nach aussen abgeführt werden soll.

Da beim ersten Versuche örtliche Verhältnisse die Untersuchung des Temperaturunterschiedes zwischen dem äusseren und dem inneren Leiter verboten, so wurden die weiteren Versuche an einem anderen Kabel gleicher Konstruktion angestellt. Der Querschnitt eines Leiters betrug hier 15 qmm, der äussere Durchmesser des ganzen Kabels 40 mm.

Der Versuchsstrom betrug 32 Ampère. Die Temperatur wurde durch Thermometer bestimmt, welche in mit Leinöl gefüllte Oeffnungen der Isolirung bis zu den betreffenden Leitern eingesenkt waren.

Es wurden im Ganzen zwei Versuche angestellt und es ergaben sich, nachdem in beiden Fällen nach ungefähr $^5/_4$ Stunden der stationäre Zustand eingetreten war, folgende Messungsresultate:

	I. Versuch	II. Versuch
Lufttemperatur	16° C.	13° C.
Temperatur des äusseren Leiters	20° -	18° -
Temperatur des inneren Leiters	24,5° -	22° -

Der Temperaturunterschied zwischen den beiden Leitern betrug also ungefähr 4° C., die Temperaturerhöhung des äusseren Leiters gegenüber der Luft auch ungefähr 4°, so dass also die Erwärmung des inneren Leiters beiläufig doppelt so gross erscheint wie die des äusseren. Nehmen wir an, dass dieses Verhältniss auch annähernd für das im ersten Falle untersuchte Kabel gilt, so können wir aus der hierfür ermittelten mittleren Temperaturerhöhung auf die Erhöhung der beiden einzelnen Leiter gesondert schliessen. Es wäre demnach die Temperaturerhöhung des inneren Leiters ca. 8,5° C., die des äusseren ca. 4,3° C. Für das zweite Kabel haben wir die Werthe 8,5° und 4° C., bez. 9° C. und 5° C. erhalten. Bringen wir die erhaltenen Resultate unter die Form der allgemeinen Gleichung

$$T = K \frac{i^2}{d^3}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5a)$$

so erhalten wir für die inneren Leiter, deren Durchmesser 11,3 mm, bezw. 4,4 mm waren:

$$\text{für das erste Kabel: } 8{,}5 = K \cdot \frac{\overline{140^2}}{\overline{11{,}3^3}} \quad \text{oder} \quad K = 0{,}625,$$

$$\text{- - zweite - } \quad 9 = K_1 \cdot \frac{\overline{32^2}}{\overline{4{,}4^3}} \quad \text{oder} \quad K_1 = 0{,}74$$

oder nach der Formel

$$J = C \cdot d \sqrt{d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5b)$$

in beiden Fällen mit genügender Annäherung

$$J = 4\, d \sqrt{d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 27)$$

für etwa 10° Temperaturerhöhung.

8. Ermittelung der zulässigen Stromstärke aus dem Schmelzstrome.

Bevor wir zur Zusammenfassung der durch Kennelly's Messungen erhaltenen Resultate schreiten, müssen wir noch die Uebereinstimmung derselben mit den Messungen Anderer prüfen.

Von denjenigen, welche sich eingehend mit dem Studium der Erwärmung der Drähte befasst haben, ist besonders W. H. Preece[1]) zu nennen, dessen erste Arbeiten und Messungen noch in das Jahr 1880 zurückreichen. Diese Messungen bestätigten das von Forbes abgeleitete Gesetz, dass das Quadrat des Stromes proportional der Oberfläche sei, so lange der Drahtdurchmesser grösser ist als 1 mm, und erstrecken sich meist auf die Beobachtung zweier Punkte, welche durch den Eintritt des Selbstleuchtens und das Schmelzen des Drahtes festgelegt sind. Preece giebt für jenen Strom, welcher einen im Verhältniss zum Durchmesser langen Draht von 1 cm Durchmesser bei ruhiger Luft zu schmelzen vermag, die folgende experimentelle

Tabelle 10.

	Schmelzstrom K_S für einen Draht von 1 cm Durchmesser	Schmelzstrom k_s für einen Draht von 1 mm Durchmesser	Schmelztemperatur in ^{0} C.
Kupfer	2530 Amp.	80 Amp.	1054
Silber	1900	60	954
Aluminium . . .	1873	59,2	650
Neusilber	1292	40,8	1200
Platin	1277	40,4	1775
Platinoid	1173	37,1	1300
Eisen	777,4	24,6	1600
Zinn	405,5	12,8	296
Blei	340,6	10,8	335
Legirung (2 Th. Blei, 1 Th. Zinn) . .	325,5	10,3	180

[1]) W. H. Preece, The Electrician, 5. Juni 1880. S. 32. — Ebenda, 12. April 1884. S. 518. — Ebenda, 17. und 24. Febr. 1888. — Ebenda, 27. April 1888. — El. Review, *22*, S. 258. 1888. — El. Review, *22*, S. 506. 1888.

Aus der Tabelle lässt sich unter Zugrundelegung der Beziehung

$$J_S = K_S\, d \sqrt{d} \text{ für einen in cm gemessenen Draht}$$

oder $$J_s = k_s\, d \sqrt{d} \text{ - - - mm - -}$$

der Schmelzstrom für jeden Durchmesser d berechnen. Für Drähte unter 1 mm Durchmesser gilt das Gesetz der $^3/_2$ten Potenz wegen des Ueberwiegens der Konvektion nicht mehr strenge.

Aus den von Preece experimentell gefundenen Schmelzströmen lassen sich jedoch mit leichter Mühe auch alle jene Ströme berechnen, welche erforderlich sind, um einen Draht von gegebenem Durchmesser auf eine bestimmte Temperatur zu erwärmen. Die Ueberlegungen, welche dieses ermöglichen, sind die folgenden[1]):

Ein vom Strome J durchflossener Draht von der Gesammtoberfläche O wird nach Erreichung einer konstanten Temperaturerhöhung T pro Sekunde eine Wärmemenge E . T . O an seine Umgebung abgeben, wenn E die Wärmeabgabe eines qcm pro 1^0 C. Temperaturerhöhung und Sekunde ist. Setzt man Wärmeerzeugung und Wärmeabgabe einander gleich, so hat man

$$J^2 R = E\, T\, O \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4a)$$

oder

$$4\, J^2 \varrho = E \,.\, \pi^2 \,.\, d^3\, T,$$

so dass also

$$T = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{J^2}{d^3} \cdot \left(\frac{\varrho}{E}\right) . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4b)$$

Wenn also der in Klammern gesetzte Quotient $\left(\frac{\varrho}{E}\right)$ für alle Werthe von T denselben Werth beibehält, so wird die Temperaturerhöhung T einfach proportional $\frac{J^2}{d^3}$. Diese Voraussetzung war stillschweigend von den früheren Experimentatoren vor Kennelly gemacht worden. Preece hatte auf Grund von J. T. Bottomley's[2]) Untersuchungen über Wärmestrahlung nachgewiesen, dass die Voraussetzung auch thatsächlich zutrifft. Man kennt[3]) für viele Metalle die genauen Gesetze der Veränderung ihres specifischen Wider-

---

[1]) W. H. Preece, The Electrician, *25*, S. 207. 1890.
[2]) J. T. Bottomley, Phil. Transact. *178*, S. 429 ff. 1887.
[3]) A. Hess, La Lumière él. *37*, S. 19. 1890. — Ebenda, *38*, S. 604. 1890.

standes ϱ mit der Temperaturzunahme T noch nicht vollkommen; in den meisten Fällen erhält man für niedrige Temperaturen eine lineare Funktion von der Form

$$\varrho_T = \varrho_0 (1 + \alpha T), \quad \ldots \ldots \quad 28)$$

worin ϱ_T und ϱ_0 die bezw. Werthe von ϱ für T^0 und 0^0 sind. Diese Funktion ist jedoch in Wirklichkeit nur eine Vereinfachung der exponentiellen Funktion

$$\varrho_T = \varrho (1 + \alpha)^T, \quad \ldots \ldots \quad 29)$$

welche die Veränderung des specifischen Widerstandes für hohe Temperaturunterschiede genau giebt. Für Kupfer (und Platin) ist der Koefficient $\alpha = 0{,}0038$, so dass also

$$\varrho_T = \varrho_0 (1 + 0{,}0038)^T \quad \ldots \ldots \quad 29\,a)$$

wird.

Die folgende Tabelle giebt die Resultate von Experimenten, welche Bottomley an einem Platindrahte vom specifischen Widerstande $\varrho_0 = 14{,}5$ Mikrohmcentimeter zur Ermittelung der Variation von E für verschiedene Werthe von T anstellte, in Nebeneinanderstellung mit den aus Gleichung 29a) berechneten Werthen von ϱ_T.

Tabelle 11.

Zusammenstellung von Bottomley's Resultaten mit den entsprechenden Werthen von ϱ_T.

T in ^{0}C.	E_T	$\varrho_T = 14{,}5\,(1{,}0038)^T \cdot 10^{-6}$	$\frac{\varrho_T}{E_T}$	Abweichung in %
65	14,5	14,5	$1{,}0 \cdot 10^{-6}$	0
110	18,7	17,2	$0{,}92 \cdot 10^{-6}$	—8
232	32,2	27,3	$0{,}85 \cdot 10^{-6}$	—15
383	61,6	48,4	$0{,}79 \cdot 10^{-6}$	—21
740	198,0	187,6	$0{,}95 \cdot 10^{-6}$	—5
900	358,0	344,2	$0{,}96 \cdot 10^{-6}$	—4

Die Uebereinstimmung der Werthe der Quotienten $\left(\frac{\varrho_T}{E_T}\right)$ für verschiedene Werthe von T ist also keine übermässig gute, doch ist sie gerade für die in Betracht kommenden Temperaturen um 900^0 bis 1000^0 und unter 100^0 eine völlig genügende.

Nachdem so für die in Betracht kommenden Temperaturgrenzen die Zulässigkeit der ersten Voraussetzung, dass $\left(\frac{\varrho}{E}\right)$ für verschiedene Werthe von T konstant sei, entschieden ist, ist es nothwendig, zur Ermittelung des die Erwärmung T bewirkenden Stromes J aus dem Schmelzstrome J_S, den Werth E selbst einer genaueren Betrachtung zu unterziehen.

Die Wärmeausstrahlung E eines qcm pro 1^0 C. Temperaturerhöhung hängt wesentlich von der Oberflächenbeschaffenheit ab. Preece nimmt als normale Oberfläche die weissglühende an und vergleicht sie mit blanken und geschwärzten Oberflächen. Nimmt man die Ausstrahlung E der normalen Oberfläche als Einheit, so ist

für blankes glänzendes Kupfer der Oberflächenkoefficient = 0,5
- schmutziges, oxydirtes oder mit Schellackfirniss bedecktes - - - = 0,6
- gut mit Lampenruss bedecktes - - - = 1,0

Wenn wir also für die Schmelztemperatur T_S und eine andere T die normale Oberflächenbeschaffenheit hätten, so wären diese zwei Temperaturen einfach proportional den Quadraten der sie verursachenden Ströme J_S und J. Da aber für die Temperatur T die Oberfläche von anderer Beschaffenheit ist als für die Schmelztemperatur, so haben wir statt der einfachen Beziehung

$$T_S : T = J_S^2 : J^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30)$$

oder

$$J = J_S \cdot \sqrt{\frac{T}{T_S}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 30a)$$

die nur wenig komplicirteren Gleichungen

für blankes, glänzendes Kupfer und für d in mm

$$J = 0{,}5\, J_S \sqrt{\frac{T}{T_S}} \cdot d^{3/2} = 0{,}5 \cdot 80 \sqrt{\frac{T}{1054}} \cdot d^3 = 1{,}23 \sqrt{T\,d}\,, \quad 30b)$$

für schmutziges, oxydirtes oder mit Schellackfirniss bedecktes Kupfer

$$J = 0{,}6\, J_S \sqrt{\frac{T}{T_S}} \cdot d^{3/2} = 0{,}6 \cdot 80 \sqrt{\frac{T}{1054}} \cdot d^3 = 1{,}48\, d \sqrt{T\,d}\,, \quad 30c)$$

für gut mit Lampenruss bedecktes Kupfer

$$J = J_S \sqrt{\frac{T}{T_S}} \cdot d^{3/2} = 80 \sqrt{\frac{T}{1054} \cdot d^3} = 2{,}46\, d \sqrt{T\, d}\,, \qquad 30\,d)$$

aus welchen sich der Strom J ermitteln lässt, welcher in einem Drahte vom Durchmesser d mm eine Temperaturerhöhung von T° C. bewirkt. Preece selbst giebt, um die Uebereinstimmung seiner Werthe mit Kennelly's Resultaten zu beweisen, die folgende Tabelle.

12. Tabelle nach Preece zur Vergleichung zwischen seinen Werthen (P.) und den von Kennelly gefundenen (K.).

Erwärmung eines 10 mm Drahtes.																			
T = 5° C.				10° C.				20° C.				40° C.				80° C.			
Blank		Schwarz		Blank		Schwarz		Blank		Schwarz		Blank		Schwarz		Blank		Schwarz	
P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.	P.	K.
87	85	104	104	123,2	120	148	147	168	169	201	207	243	236	291	290	350	329	420	410

Werthe der Stromstärken, welche einen Draht von 10 mm ϕ um T° erwärmen: $J_{blank} = 1{,}23 \cdot 10 \sqrt{10\,T}$, $J_{schwarz} = 1{,}48 \cdot 10 \sqrt{10\,T}$.

9. Einheitliche Darstellung der Formeln.

Die im Vorstehenden mitgetheilten Formeln, welche von verschiedenen Autoren aufgestellt wurden, um die Resultate eines und desselben Vorganges auszudrücken, müssten sich eigentlich sämmtlich in einer einheitlichen Form darstellen lassen, in welcher auch die ganz allgemeinen und noch nicht genau festgestellten Gesetze der Ausstrahlung und Konvektion enthalten wären. In neuester Zeit hat F. L. O. Wadsworth[1]) eine Lösung der Aufgabe in diesem Sinne versucht, indem er die besten Mittelwerthe aus den Versuchsergebnissen der im Vorhergehenden angeführten Experimentatoren zusammentrug, den Zusammenhang zwischen der gesammten abgegebenen Wärmemenge W, der Temperaturerhöhung T und dem Strome J graphisch darstellte und so im Allgemeinen parabolisch verlaufende Kurven

[1]) F. L. O. Wadsworth, The El. World *19*, S. 145, 1892.

erhielt. Es gelang Wadsworth, den Zusammenhang der diesen Kurven entnommenen Werthe in übersichtlicher und vollkommen hinreichender Annäherung durch Beziehungen darzustellen von der Form

$$W = A\,T^{\Delta}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 31)$$

$$J = B\,T^{\Delta_1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

in welcher A, B und die Exponenten Δ und Δ_1 bestimmte Zahlenwerthe sind.

Die Art und Weise, in welcher Wadsworth die Werthe A und Δ aus den Versuchen von Mc. Farlane ermittelte, mag als typisches Beispiel hier etwas eingehender angeführt werden.

Nach Mc. Farlane's Tabelle, welche wir auf Seite 27 bereits anführten, war die Wärmeabgabe von Kupferkugeln pro qcm, Sekunde und 1 ^{0}C. Temperaturerhöhung

für blankes Kupfer: $E = 0{,}000168 + 1{,}98 \cdot 10^{-6}\,T - 1{,}7 \cdot 10^{8}\,T^2$ 14)

- geschwärztes Kupfer: $E = 0{,}000238 + 3{,}06 \cdot 10^{-6}\,T - 2{,}6 \cdot 10^{8}\,T^2$ 15)

Hieraus berechnen sich für E die auf Seite 27 gegebene Tabelle und für die gesammte Wärmeabgabe $W = E \cdot T$ die entsprechend überschriebenen Spalten der folgenden Tabelle 13.

Erwärmung in ^{0}C.	Blanke Kupferkugeln		Geschwärzte Kupferkugeln	
	1. $W_1 = 1{,}68 \cdot 10^{-4}\,T + 1{,}98 \cdot 10^{-6}\,T^2 - 1{,}7 \cdot 10^{-8}\,T^3$	2. $W_1 = 1{,}492 \cdot 10^{-4} \cdot T^{1{,}103}$	1. $W_2 = 2{,}38 \cdot 10^{-4}\,T + 3{,}06 \cdot 10^{-6}\,T^2 - 2{,}6 \cdot 10^{-8}\,T^3$	2. $W_2 = 2{,}048 \cdot 10^{-4} \cdot T^{1{,}118}$
1. 5	0,000890	0,000881	0,00126	0,00124
2. 10	0,00187	0,00189	0,00266	0,00269
3. 20	0,00402	0,00406	0,00578	0,00583
4. 30	0,00636	0,00635	0,00918	0,00917
5. 40	0,00880	0,00873	0,01276	0,01266
6. 50	0,01125	0,01116	0,01630	0,01624
7. 60	0,01362	0,01364	0,01968	0,01991

Für die sieben Werthe von T ergeben sich aus den mit 1. bezeichneten Spalten die Werthe von W, welche der Berechnung zu Grunde gelegt werden müssen. Logarithmiren wir die Gleichungen

$$W_1 = A_1\,T^{\Delta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

und

$$W_2 = A_2\,T^{\Delta}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 34)$$

so erhalten wir

$$\lg A_1 + \Delta \lg T = \lg W \quad \ldots\ldots \quad 33\,a)$$

und analog

$$\lg A_2 + \Delta \lg T = \lg W. \quad \ldots\ldots \quad 34\,a)$$

Kombiniren wir die auf diese Weise sich ergebenden sieben Gleichungen

1. $\lg A_1 + 0{,}699\,\Delta_1 = -0{,}0506$
2. $\lg A_1 + 1{,}000\,\Delta_1 = \quad 0{,}2695$
3. $\lg A_1 + 1{,}301\,\Delta_1 = \quad 0{,}6040$
4. $\lg A_1 + 1{,}477\,\Delta_1 = \quad 0{,}8035$
5. $\lg A_1 + 1{,}602\,\Delta_1 = \quad 0{,}9445$
6. $\lg A_1 + 1{,}699\,\Delta_1 = \quad 1{,}0512$
7. $\lg A_1 + 1{,}778\,\Delta_1 = \quad 1{,}1342$

nach der Methode der kleinsten Quadrate, nachdem wir die rechten und linken Seiten derselben zur Vermeidung negativer Logarithmen

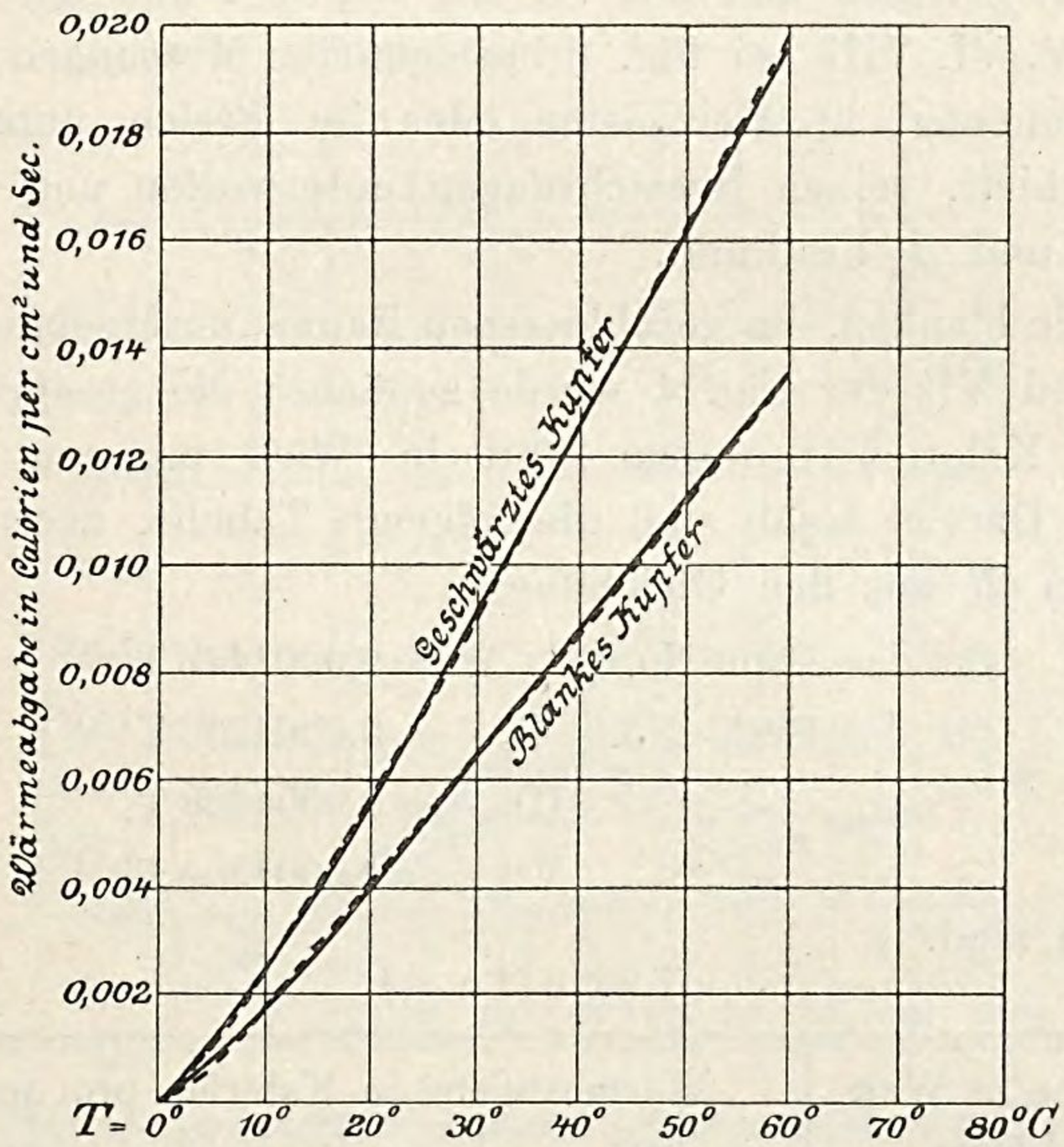


Fig. 14.
Wärmeabgabe von Kupferkugeln.
Beob. Werthe ———
Berechn. - ------

mit 1000 multiplicirt haben, so erhalten wir für die zwei Unbekannten A_1 und Δ_1, die Normalgleichungen

$7 \lg A_1 + 9{,}556\,\Delta_1 = 4{,}7565$ und analog $7 \lg A_2 + 9{,}556\,\Delta = 5{,}862$
$9{,}556 \lg A_1 + 13{,}977\,\Delta_1 = 7{,}5228$ - - $9{,}556 \lg A_2 + 13{,}977\,\Delta = 9{,}043$

woraus

$\Delta_1 = 1{,}103$ und $\Delta_2 = 1{,}118$
$A_1 = 0{,}0001492$ - $A_2 = 0{,}0002048.$

Eine Vergleichung der nach den Gleichungen

$$W = 0{,}0001492\ T^{1{,}103} \text{ für blankes Kupfer}$$

und

$$W = 0{,}0002048\ T^{1{,}118} \text{ - geschwärztes Kupfer}$$

berechneten mit den beobachteten Werthen von W zeigt, dass die Abweichungen innerhalb der Beobachtungsfehler der Originalarbeit liegen. (Fig. 14 und Tabelle 13, Spalte 2.)

In ähnlicher Weise hat Wadsworth die Resultate, welche Kennelly bei seinen mit I, II, V und VII bezeichneten Versuchen an blanken Drähten und Bändern (Fig. 4), sowie bei den in Fig. 3 und 8 niedergelegten und mit VI, IX, XI, XIV und XIX bei Fig. 3, bezw. II, IV, VI, VIII bei Fig. 8 bezeichneten Messungen an blanken und besponnenen, in Holzleisten oder im Freien untergebrachten Drähten erhielt, seinen Betrachtungen unterworfen und für alle die Werthe A_n und Δ_n bestimmt.

Für die blanken, im geschlossenen Raume untergebrachten Leiter I, II, V und VII der Fig. 4 wurde zunächst die gesammte Wärmeabgabe in Kalorien pro qcm statt in Watt pro cm Länge ausgedrückt. Daraus ergab sich die folgende Tabelle, deren berechnete Werthe von W aus den Gleichungen

für das Band No. VII: $W = 0{,}0001448\ T^{1{,}103}$
für den Draht No. I: - $= 0{,}0004256\ T^{1{,}075}$
- - - - II: - $= 0{,}0004488\ T^{1{,}068}$
- - - - V: - $= 0{,}0004504\ T^{1{,}111}$

entnommen sind.

Tabelle 14.

T in °C.	Wärmeabgabe in Watt pro cm Länge				Wärmeabgabe in Kalorien pro qcm und Sekunde							
					VII		I		II		V	
	VII	I	II	V	W beob.	W ber.	W beob.	W ber.	W beob.	W ber.	W beob.	W ber.
10	0,040	0,023	0,020	0,012	0,00188	0,00184	0,0051	0,0051	0,0054	0,0053	0,0062	0,0058
20	0,085	0,048	0,040	0,024	0,0040	0,0039	0,0107	0,0107	0,0109	0,0110	0,0123	0,0126
30	0,130	0,072	0,061	0,037	0,0061	0,0062	0,0161	0,0165	0,0166	0,0170	0,0190	0,0197
40	0,178	0,097	0,082	0,050	0,0084	0,0085	0,0217	0,0224	0,0225	0,0231	0,0250	0,0271
50	0,230	0,125	0,105	0,066	0,0108	0,0108	0,0280	0,0286	0,0286	0,0293	0,0339	0,0348
60	0,285	0,153	0,128	0,081	0,0134	0,0132	0,0343	0,0347	0,0348	0,0356	0,0416	0,0426
70	0,337	0,183	0,153	0,099	0,0158	0,0157	0,0410	0,0410	0,0416	0,0419	0,0509	0,0505
80	0,392	0,213	0,179	0,117	0,0184	0,0182	0,0473	0,0473	0,0487	0,0484	0,0601	0,0586
90	0,450	0,243	0,207	0,135	0,0212	0,0207	0,0537	0,0537	0,0563	0,0548	0,0694	0,0668
100	0,510	0,275	0,235	0,150	0,0240	0,0233	0,0601	0,0601	0,0639	0,0614	0,0771	0,0751

Obwohl die Uebereinstimmung hier (Fig. 15) weniger gut ist als bei Mc. Farlane's Experimenten, liegen die Abweichungen auch hier innerhalb der Beobachtungsfehler.

Im Allgemeinen lässt sich der Zusammenhang zwischen W und T für den Fall eines Drahtes, eines Bandes und einer Kugel bis zu dem Grenzwerthe $T = 100\,^0C.$ in ganz gleicher Weise darstellen durch einen Ausdruck von der Form

$$W = A\,T^{\Delta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

in welchem Δ für alle Fälle den mittleren Werth 1,101 besitzt, während A mit der Beschaffenheit des Körpers variirt.

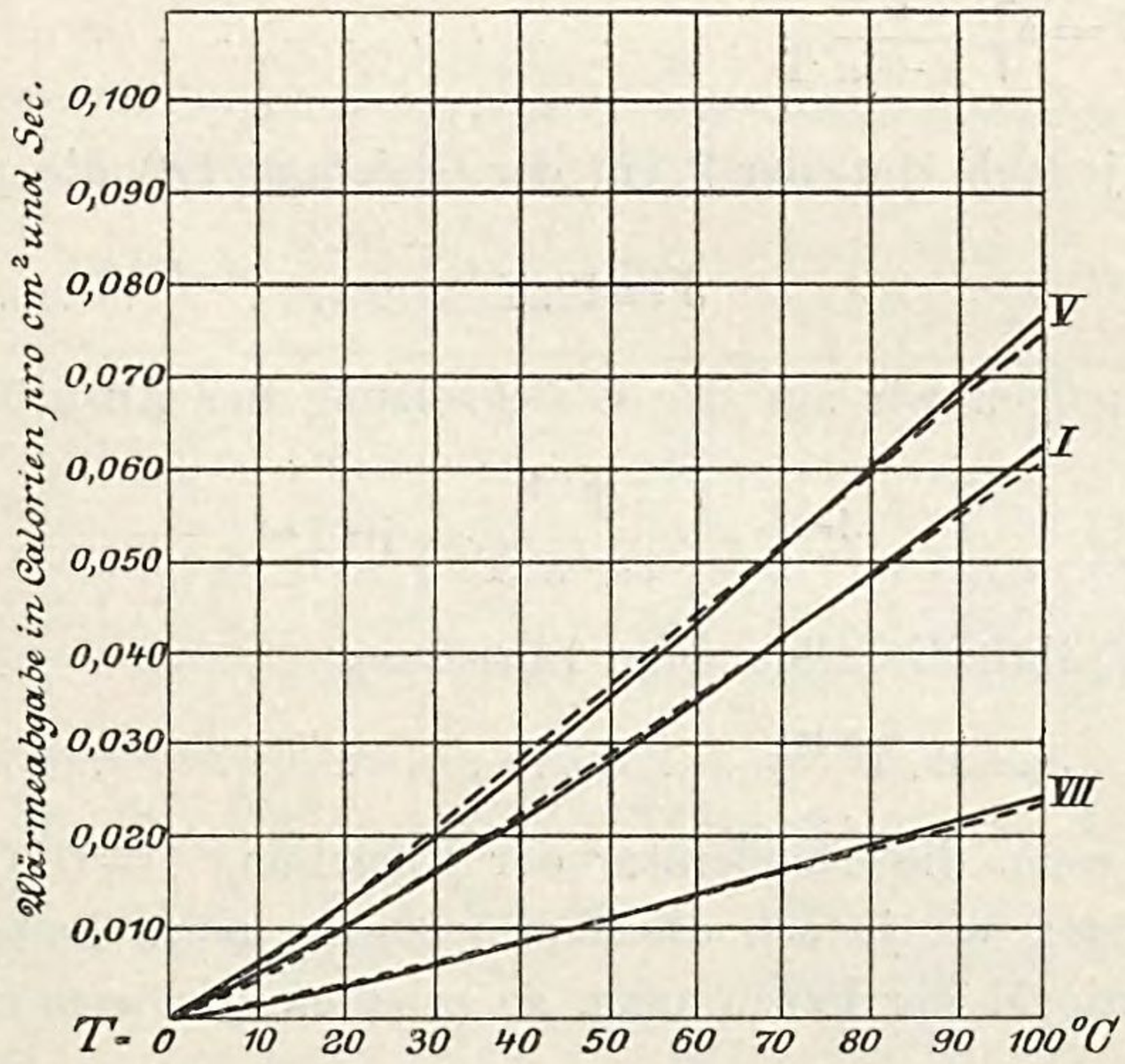


Fig. 15.
Wärmeabgabe blanker Leitungen in geschlossenen Räumen.

Aus der allgemein gültigen Beziehung

$$W = A\,T^{1,10} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35)$$

vermögen wir nun auch ohne Weiteres die Beziehung zwischen J und T aufzustellen. Denn es muss

$$W = D \,.\, J^2 \varrho_T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36)$$

sein, wo ϱ_T der specifische Widerstand des Materials bei der Temperatur $T + t$ und D eine von der Form und Grösse des Körpers abhängige Konstante ist; da nun

$$\varrho_T = \varrho_0 [1 + \alpha (T + t)] = \varrho_0 (1 + \alpha' T), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)$$

so folgt

$$J^2 \varrho_0 (1 + \alpha' T) = A T^{1,1},$$

woraus

$$J^2 = \frac{A}{\varrho_0} \cdot \frac{T^{1,1}}{1 + \alpha' T}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36\,a)$$

oder wenn wir

$$\frac{A}{\varrho_0} = a^2, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 37)$$

also gleich einer Konstanten für jeden bestimmten Leiter setzen, ergiebt sich die gewünschte Beziehung

$$J = a \sqrt{\frac{T^{1,1}}{1 + \alpha' T}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

Ziehen wir jedoch statt der Form der Gleichung 38) die parabolische Beziehung

$$J = B \,.\, T^{\Delta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32\,a)$$

vor, so vermögen wir aus der Gleichsetzung der Ausdrücke

$$J^2 = a^2 \,.\, \frac{T^{1,1}}{1 + \alpha' T} = B^2 T^{2\Delta}$$

für Kupferdrähte die allgemeine Beziehung

$$J = B \,.\, T^{0,485} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

abzuleiten, wenn die Temperatur der Umgebung $t = 0\,^0C$.

Betrachten wir jedoch die Wärmeabgabe eines Leiters als einfach proportional der Erwärmung, so erhalten wir nach Gleichung 4)

$$J^2 = \frac{E d \pi \,.\, q}{0{,}24} \cdot \frac{T}{\varrho_T} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4\,c)$$

oder für einen bestimmten Leiter

$$J^2 = B \,.\, \frac{T}{\varrho_T}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 39\,a)$$

worin B unabhängig von J und T ist.

Suchen wir nun diesen Ausdruck auf die Form

$$J = B_1 T^{\Delta_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

zu bringen, so erhalten wir für $t = 0$ die allgemeine Beziehung

$$J = B_1 T^{0,433} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40)$$

Ermitteln wir die Werthe von B und B_1 in Gleichung 39 und 40

1. für den Draht No. II Fig. 8, lgB = 1,170 lgB_1 = 1,250
2. - - - - IV - 8, = 1,315 = 1,397
3. - - - - VI - 8, = 1,375 = 1,457
4. - - - - VIII - 8, = 1,512 = 1,591
5. - - - - VI - 3, = 0,513 = 0,596
6. - - - - IX - 3, = 0,735 = 0,813
7. - - - - XI - 3, = 0,937 = 1,021
8. - - - - XIV - 3, = 1,146 = 1,228
9. - - - - XIX - 3, = 1,444 = 1,526

und stellen die denselben entsprechenden Werthe von J tabellarisch mit den von Kennelly beobachteten zusammen, so erkennen wir, aus

Tabelle 15.

T in °C.	No. II Fig. 8			No. IV Fig. 8			No. VI Fig. 8		
	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40
10	45,2	51,0	48,2	63,1	70,0	67,7	72,5	80,0	77,7
20	63,3	66,0	65,2	88,3	94,0	91,5	102,0	107,0	105,0
40	88,5	88,0	88,0	123,6	125,0	124,3	142,0	143	141,6
60	107,6	104,0	105,0	150,0	146,0	147,0	173,0	169,0	169,0
80	124,0	117,0	118,8	173,0	162,0	167,0	198,0	188,0	194,0
100	138,0	128,0	130,8	192,6	176,0	183,6	221,0	204	211,1

T in °C.	No. VIII Fig. 8			No. VI Fig. 3			No. IX Fig. 3		
	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40
10	99,4	102	105	9,9	9,2	10,7	16,6	15,5	17,8
20	139,0	145	143	13,9	14,0	14,5	23,2	22,5	24,0
40	194,5	195	193	19,5	20,0	19,5	32,5	32,5	32,5
60	226,0	231	230	23,7	24,2	23,3	39,5	40,3	38,7
80	272,0	261	260,6	27,3	27,7	26,4	45,5	47,0	43,9
100	—	—	—	30,4	31,0	29,0	50,7	53,0	48,3

T in °C.	No. XI. Fig. 3			No. XIV Fig. 3			No. XIX Fig. 3		
	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40	Ber. aus 39	Beob.	Ber. aus 40
10	26,4	26,0	28,4	42,8	39,0	45,8	84,9	84,0	91,0
20	37,0	37,5	38,5	59,8	58,0	61,9	119,0	116,0	123,0
40	51,8	51,5	51,9	83,7	85,0	83,6	166,0	163,0	166,0
60	63,0	63,3	67,0	102,0	105,0	99,8	202,0	201,0	198,0
80	72,5	74,0	70,2	117,0	121,0	113,0	233,0	237,0	225,0
100	80,8	84,0	73,0	131,0	137,0	125,0	260,0	270,0	247,0

dass für die ersten vier Drähte, welche im Freien an Isolatoren befestigt waren, die aus Gleichung 40 abgeleiteten Werthe bessere Uebereinstimmung ergeben als die aus Gleichung 39 berechneten Werthe. Der grösste Unterschied zwischen dem experimentellen Werthe und dem aus 40 berechneten beträgt 5%, jener zwischen dem experimentellen Werthe und dem aus Gleichung 39 ermittelten erreicht 10%, während die mittleren Abweichungen nur 2 bis 4% betragen. Obwohl diese Differenzen noch ziemlich beträchtlich sind, liegen sie doch innerhalb der Beobachtungsfehler und geben genauere Werthe als jene umständliche Formel, durch welche Kennelly selbst seine Versuchsresultate darzustellen versuchte.

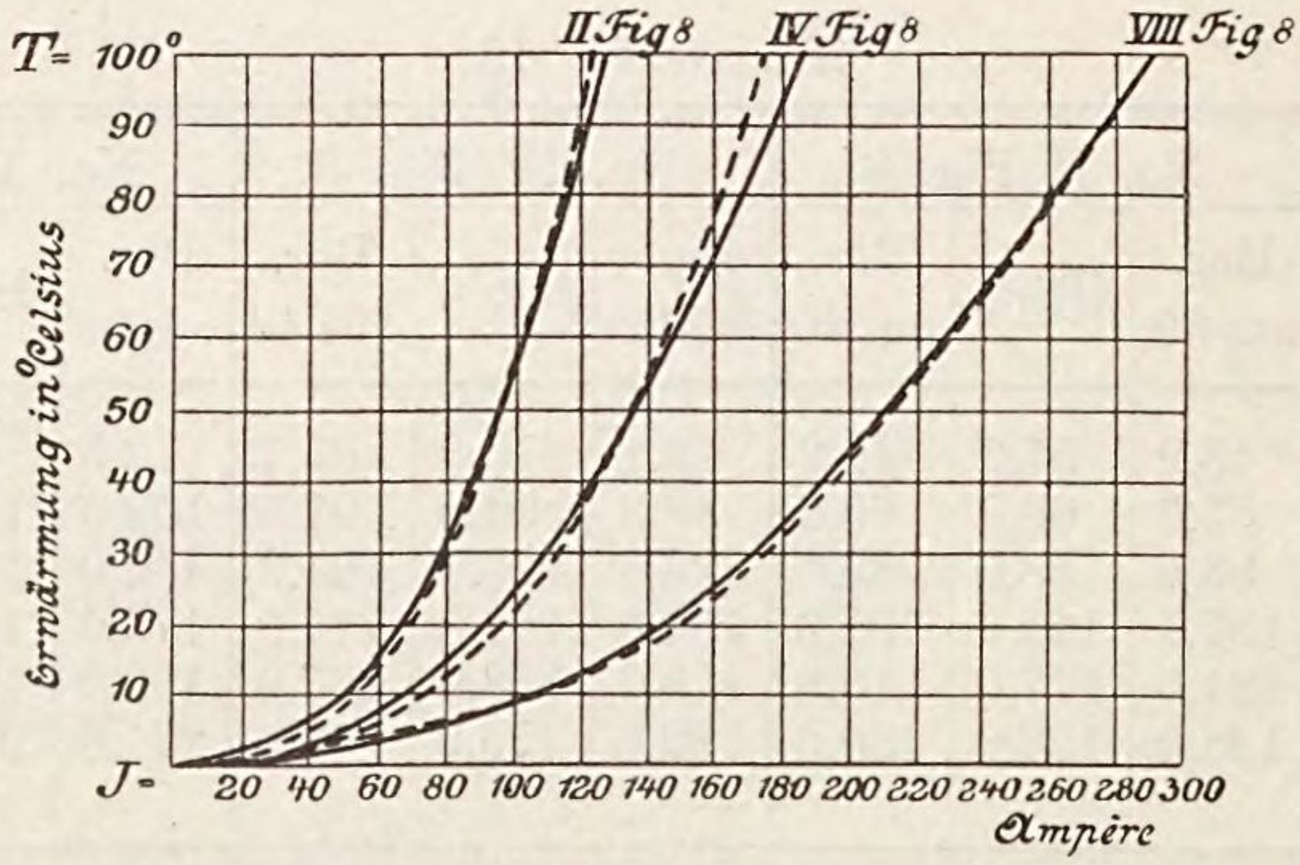


Fig. 16.
Erwärmung der Luftleitungen im Freien.

Die Formel 40 schliesst sich in den erwähnten Fällen besser den Versuchsresultaten an, als Formel 38, weil im Freien die Energie, welche Konvektionsströme hervorruft, nicht vom Drahte allein herrührt, sondern durch die Energie der Luftströmungen unterstützt wird, welche, da diese von der Temperatur des Drahtes unabhängig sind, wahrscheinlich langsamer anwächst als die Temperatur des Drahtes.

Die gesammte Wärmeabgabe W würde sich dann aus zwei der Grösse T^{Δ} proportionalen Ausdrücken zusammensetzen, von welchen für den einen, die Radiation, der Exponent $\Delta > 1$, für den anderen, die Konvektion, der Exponent $\Delta < 1$ ist, sodass im Ganzen W sehr nahe proportional der ersten Potenz von T variirt. Man sieht, dass diese Folgerung mit der bei Ableitung von Gleichung 40 gemachten Voraussetzung sich deckt.

Da die von Wadsworth abgeleiteten Formeln sowohl für blanke Luftleitungen, als auch für schwarz oder weiss isolirte, in Holzleisten verlegte Drähte gelten, kann das Gesetz des Zusammenhanges zwischen Strom und Temperaturerhöhung gar nicht oder nur in verschwindendem Maasse von der Oberflächenbeschaffenheit und Verlegungsart des Drahtes abhängig sein.

Indirekt kann man zu diesem Schlusse auch durch die Ueberlegung gelangen, dass wenn das Gesetz, welches zwischen Temperaturzunahme und Stromstärke besteht, von den erwähnten Nebenumständen abhängig wäre, sich unmöglich die einfache Beziehung

$$J = C \cdot d \sqrt{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5b)$$

mit solcher Genauigkeit allen Versuchsresultaten Kennelly's an blanken und isolirten, im Freien oder in Holzleisten untergebrachten Drähten anschliessen könnte, wie sie es thatsächlich thut.

10. Einfluss des Drahtmaterials auf die Erwärmung.

Bevor wir auf das Studium der Phänomene eingehen, welche die Glühlampe darbietet, erübrigt es noch, auf die Erwärmung von Drähten gleicher Dimensionen, aber verschiedenen Materiales unter dem Einflusse desselben Stromes, und von Drähten gleicher Dimensionen und gleichen Materiales unter dem Einflusse von Strömen verschiedener Natur einzugehen. Betrachten wir die Gleichung 23)

$$\frac{4\,J^2\,\varrho_T}{\pi\,d^2} = \frac{4\,J^2\,\varrho\,(1 + 0{,}00388\,\theta)}{\pi\,d^2} = 0{,}00175\,T + d\,m\,\pi\,R_T, \quad . \quad 23)$$

so bemerken wir, dass unter sonst ganz gleichen Umständen zur Erreichung einer bestimmten Erwärmung T für Drähte gleicher Oberflächenbeschaffenheit und Dimensionen, aber verschiedenen Materials das Produkt $J^2\varrho_T$ konstant sein muss. Fassen wir für den Vergleich wieder die durchweg als zulässig erachtete Erwärmung $T = 10\,^0C.$ über die Lufttemperatur von etwa $t = 25\,^0C.$ in's Auge, so wissen wir, dass für Kupferdrähte unter verschiedenen Verlegungsbedingungen der zulässige Strom sich wie folgt ergiebt:

Tabelle 16.

Für isolirte, in Holzleiste verlegte Kupferdrähte	$J_{Cu} = 5\ d \sqrt{d}$
- blanke Kupferdrähte im Zimmer	$J_{Cu} = 3{,}80$ -
- geschwärzte Kupferdrähte im Zimmer	$J_{Cu} = 4{,}65$ -
- blanke Kupferdrähte bei ruhender Luft im Freien	$J_{Cu} = 8{,}35$ -
- geschwärzte - - - - - -	$J_{Cu} = 8{,}72$ -

Die Werthe der Ströme J_M, welche bei anderem Material M eine Erwärmung von 10 °C. bewirken, lassen sich aus den entsprechenden Werthen J_{Cu} für Kupfer leicht ableiten. Denn es muss für J_M und J_{Cu} die Beziehung bestehen

$$[J^2 \varrho_T]_{Cu} = [J^2 \varrho_T]_M, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41)$$

welche bei Einführung der Werthe von ϱ für die Erwärmung $T = 10\,^0$C. und die Gesammttemperatur $\theta = 35^0$ übergeht in die einfache Gleichung

$$J^2{}_M : J^2{}_{Cu} = (\varrho_{Cu})_{35^0} : (\varrho_M)_{35^0}$$

oder

$$J_M : J_{Cu} = \sqrt{(\varrho_{Cu})_{35^0}} : \sqrt{(\varrho_M)_{35^0}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

Wir erkennen also, dass für verschiedene Materialien der eine bestimmte Erwärmung bewirkende Strom sowohl von der Grösse des specifischen Widerstandes, als auch von der Veränderung desselben mit steigender Temperatur abhängig ist und dass zur Erreichung einer bestimmten Endtemperatur für gleichstarke Drähte verschiedenen Materials die Stromstärken sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Widerständen der Materialien bei der betreffenden Endtemperatur verhalten müssen.

Tabelle 17.

Widerstandskoefficient ϱ_0, Temperaturkoefficient α, Leitungsfähigkeit k und zulässige Belastung einiger Metalle.

Metall M	Widerstandskoeffic. ϱ_0 bei 0° in Mikrohmcentimetern	Temperaturkoeffic. α	Leitungsfähigkeit k_0 bezogen auf Hg bei 0°	Widerstandskoeffic. ϱ_{35} bei 35°C.	$\sqrt{\left(\frac{\rho_M}{\rho_{Cu}}\right)}$ für 35 °C.	Konstante C der empirischen Gleichung $J = Cd\sqrt{d}$ für blanke Luftleitungen für d in mm	
						bei blanker Oberfläche und T = 10 °C.	bei geschw.
Kupfer . . .	1,65	0,0038	57,2	1,870	1,0	8,35	8,72
Aluminium . .	2,916	0,00388	32,35	3,32	1,33	6,29	6,57
Schwed. Eisen .	9,194	0,0048	9,75	10,73	2,40	3,48	3,64
Reines Eisen .	9,754	0,0048	9,67	11,38	2,47	3,38	3,54
Geglühtes Nickel	12,44	0,00365	7,58	14,10	2,74	3,05	3,18
Neusilber. . .	30	0,00036	3,14	30,33	4,02	2,08	2,17
Patentnickel von Bosse & Selve	34,2	0,00019	2,75	34,54	4,30	1,94	2,03
Ferronickel . .	46,3	0,0001	2,04	46,30	4,96	1,88	1,76
Gutes Nickelin von Dr. Geitner	50	0,00025	1,89	50,5	5,19	1,61	1,68

Diese Ueberlegung weist wiederum darauf hin, wie unsinnig es ist, die Erwärmung eines Rheostats z. B. danach zu taxiren, dass man sich mit der Feststellung begnügt, die Drähte des Rheostats seien nur mit 3 Ampère pro qmm beansprucht. Die Erwärmung wird in diesem Falle um so grösser sein, je dicker der Draht, je grösser sein specifischer Widerstand und sein Temperaturkoefficient sind. Dies geht am klarsten aus der nebenstehenden Tabelle 17 hervor, in welcher der Vollständigkeit halber auch einige Metalle enthalten sind, welche nur geringe Bedeutung als Installationsmaterialien haben und zum Theil als solche nur in der Form von Vorschaltewiderständen für Bogenlampenkreise als Theile blanker Luftleitungen verwendet werden.

11. Einfluss der Natur des Stromes.

Um die Frage zu beantworten, welcher Unterschied in der Erwärmung der Leitungen durch die Natur des Stromes bedingt ist, betrachten wir zuerst folgendes Experiment. Wir schalten eine Glühlampe in einen Gleichstromkreis und messen die in der Lampe erzeugte Wärmemenge und Lichtstärke. Hierauf senden wir anstatt des Gleichstromes einen Wechselstrom in die Lampe und messen wieder dieselben Grössen. Es ist nun eine festgestellte Thatsache, dass wir in beiden Fällen ganz dieselben Ergebnisse erhalten, wenn unter sonst gleichen Umständen die mit dem Elektrodynamometer gemessenen Werthe der Stromstärken gleich sind.

Das angedeutete Experiment zeigt, dass in diesem praktischen Falle zwischen den Wirkungen des Gleich- und Wechselstromes kein Unterschied besteht. Beide leisten unter der gegebenen Voraussetzung dieselbe Energie im Kohlenfaden der Glühlampe, und es ist daher klar, dass, weil gleichviel Energie aufgewendet wird, auch beide Mal gleich viel in der Leitung umgesetzt wird. Ebenso hat William Henry Preece[1]) durch eingehende Versuche nachgewiesen, dass für Drähte, Streifen, Stangen und aus Litzen zusammengedrehte Kabel aus Kupfer von 0,38 qcm Querschnitt und 294,6 cm Länge ein Unterschied nicht zu bemerken ist.

---

[1]) Vergl. W. H. Preece, El. Rev. *25*, S. 352. 1889 und
Sir W. Thomson, The Electrician *25*, S. 510. 1890.

In allen Fällen jedoch, wo die periodischen Veränderungen der Stromstärken in der Masse des Leiters selbst Wirbelströme erzeugen können, oder wo die magnetischen Eigenschaften des Leiters neben diesen Wirbelströmen das Auftreten der Hysteresis begünstigen, wird der Wechselstrom eine höhere Erwärmung bewirken, als ein gleich starker, d. h. gleich stark auf ein Dynamometer wirkender Strom einer Akkumulatorenbatterie.

Gelegentlich der in Bath gehaltenen Versammlung der British Association überraschte Sir William Thomson die elektrotechnische Welt mit der Versicherung, dass bei 300 Polwechseln pro Sekunde ein Wechselstrom nur etwa 3 mm tief in das Innere eines dicken cylindrischen Kupferstabes eindringe. Diese auf Grund von Fourier's Diffusionsgesetz abgeleitete Erscheinung bewirkt[1]), dass ein Kupferdraht von 20 mm Durchmesser bei 160 Polwechseln pro Sekunde eine Widerstandserhöhung von 8 % aufweist. Uebrigens ist bei den für grössere Stromstärken allein in Betracht kommenden Kabeln der Einfluss der Diffusionswirkung gering, weil die Kabel aus Litzen zusammengedreht sind, und besonders weil auf dem europäischen Kontinente bis jetzt die Polwechselzahlen weit unter den von Sir W. Thomson angenommenen Werthen bleiben.

Während also im Ganzen auch bei ziemlich starken Kupferleitern der Unterschied in der Erwärmung eines und desselben Leiters durch gleichstarke Wechselströme oder Gleichströme gering ist und von Preece für 0,38 qcm Querschnitt und bei Polwechseln zwischen 122 und 215 pro Minute experimentell nicht aufgefunden werden konnte, zeigt Eisendraht ein wesentlich anderes Verhalten. Sobald der starke Wechselstrom den Eisendraht passirt, beginnt dieser mechanisch zu vibriren und laute Töne abzugeben, deren Stärke mit wachsender Polwechselzahl zunimmt. Bei 211,5 Polwechseln pro Sekunde betrug die Erwärmung mehr als das Doppelte der von einem gleich starken Gleichstrom bewirkten Erwärmung, bei 122 Polwechseln etwa um $^1/_3$ mehr. Das Verhalten der untersuchten Eisendrähte zeigen die folgende Tabelle und die Fig. 17, welcher zur Vervollständigung auch die auf einen Kupferdraht bezügliche Fig. 18 an die Seite gestellt ist.

---

[1]) W. Thomson, Diskussion zu Preece's Abhandlung „über die Hauptleitungen bei elektrischen Beleuchtungsanlagen". The Electrician 27, S. 139. 1891.

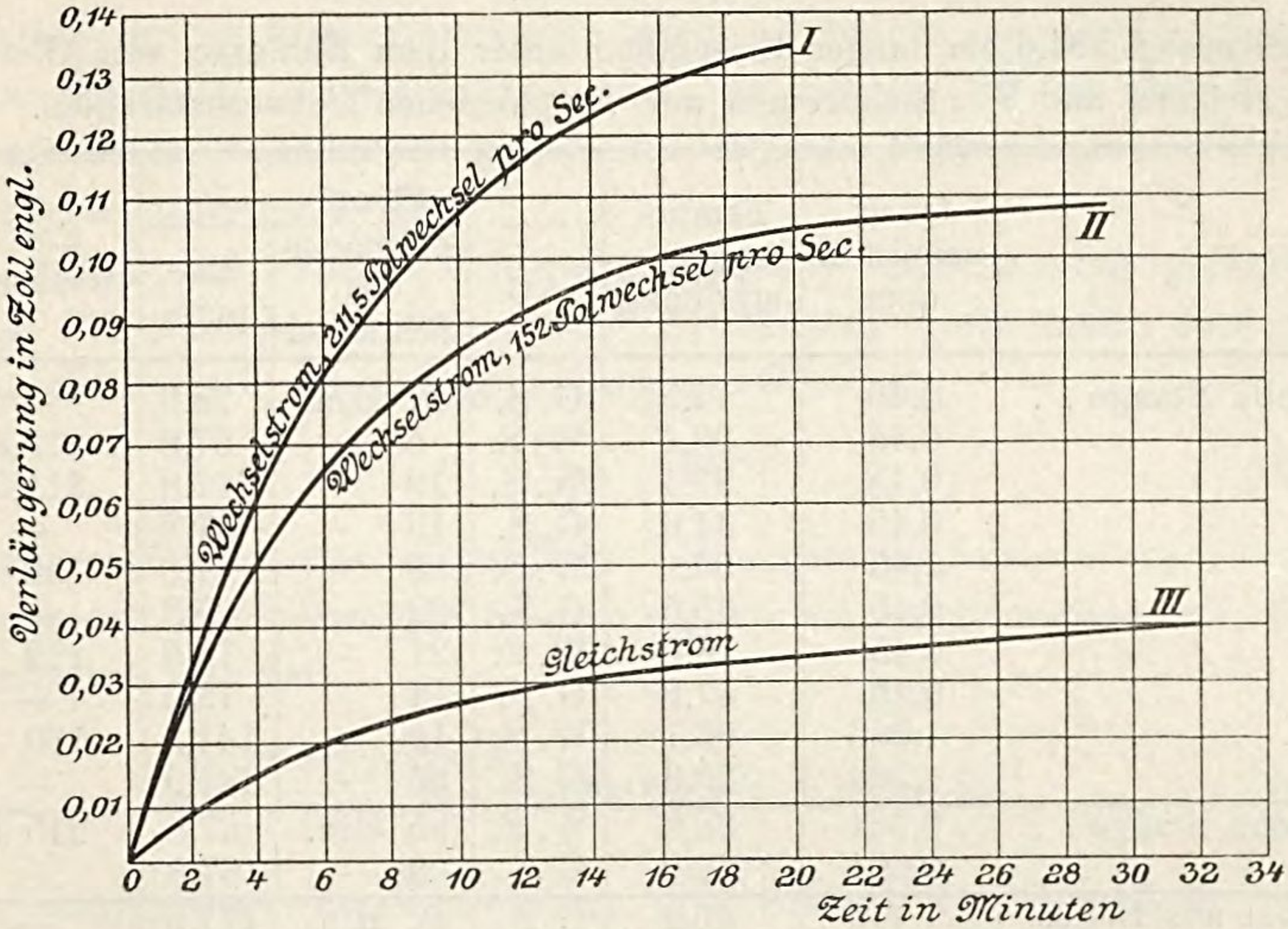


Fig. 17.

Einfluss der Natur eines Stromes von 67,8 Ampère auf einen Eisendraht.

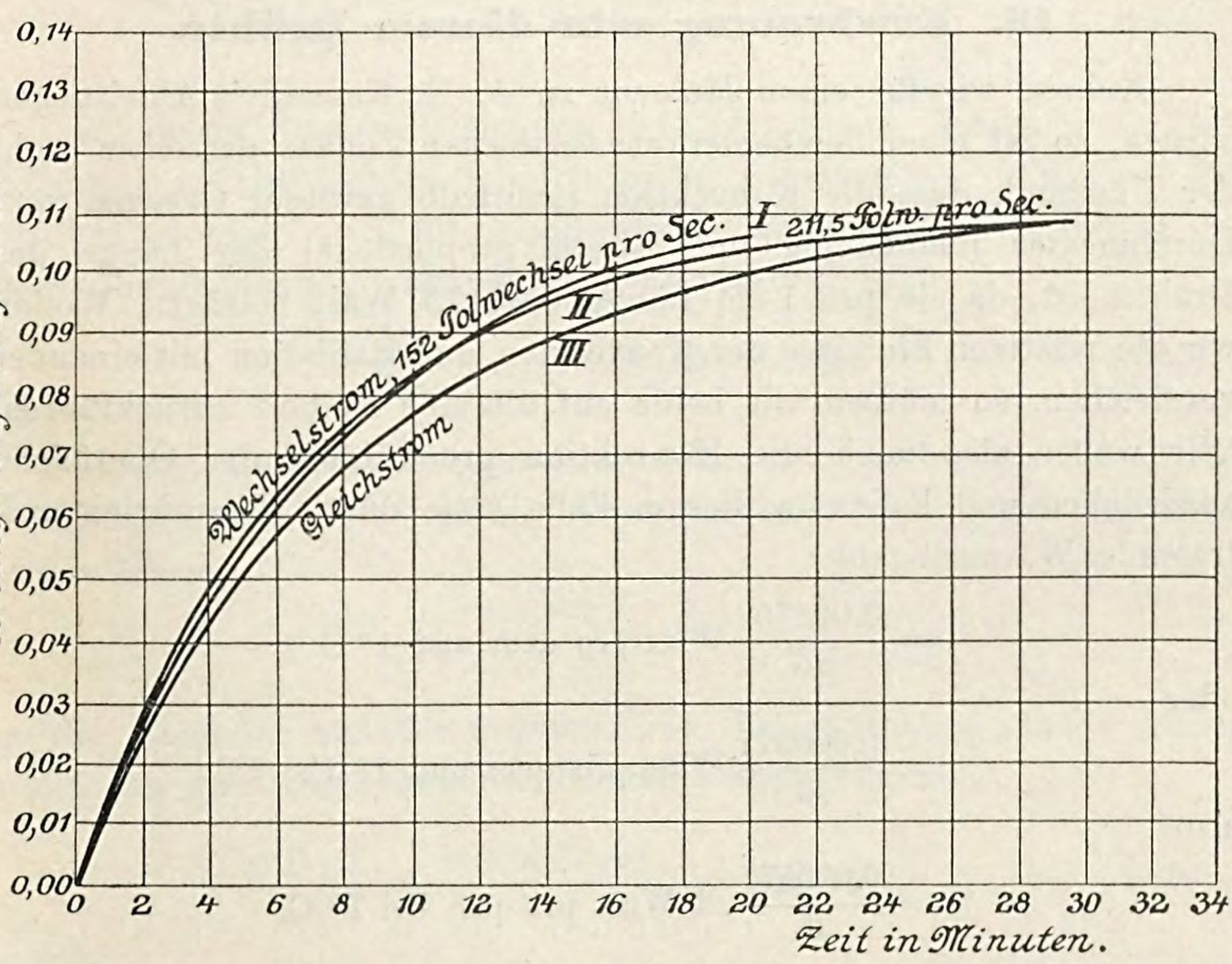


Fig. 18.

Einfluss der Natur eines Stromes von 200 Ampère auf einen Kupferdraht.

Tabelle 18.

Erwärmung 294,6 cm langer Eisenstäbe unter dem Einflusse von Gleichströmen und Wechselströmen mit verschiedenen Polwechselzahlen.

	Querschnitt in qcm	Temperaturerhöhung	Strom			Polwechsel
			Art	Zeitdauer des Schlusses	Ampère	
Runde Stange . .	0,45	74,5	G. S.	27 Min.	98,9	—
	0,45	88,4	W. S.	5 -	67,8	215,5
	0,45	97,1	W. S.	19 -	67,8	211,5
	0,45	44,6	G. S.	13 -	67,8	—
	0,45	80,0	W. S.	29 -	67,8	152
	0,45	35,5	G. S.	22 -	67,8	—
	0,45	76,0	W. S.	21 -	79,5	122
	0,45	47,8	G. S.	14 -	79,5	—
	1,266	96,7	W. S.	19 -	141,9	160
	1,266	38,3	G. S.	36 -	141,9	—
Flache Stange . .	0,361	82,2	W. S.	35 Min.	67,8	215,5
	0,361	32,2	G. S.	9 -	67,8	—
Kabel aus Litzen	1,148	46,4	G. S.	42 Min.	177,9	—
	1,148	96,7	W. S.	15 -	177,9	160

12. Erwärmung sehr dünner Drähte.

Kehren wir für einen Moment zu A. E. Kennelly's Ableitungen zurück, so ist einer der bemerkenswerthesten Punkte derselben wohl der Umstand, dass die Konvektion innerhalb gewisser Grenzen vom Durchmesser unabhängig und direkt proportional der Länge des Drahtes ist, da sie pro 1 cm Länge 0,00175 Watt beträgt. Wollen wir die relativen Einflüsse der Konvektion und Radiation mit einander vergleichen, so müssen wir beide auf dieselbe Einheit zurückführen. Wir wollen also auch die Konvektion pro Einheit der Oberfläche ausdrücken und haben in diesem Falle[1]) die durch Konvektion auftretende Wärmeabgabe

$$= \frac{0{,}00175}{\pi d} \text{ Watt pro qcm und } 1^{\circ} \text{ C.}$$

oder

$$= \frac{0{,}000577}{d} \text{ Watt pro qcm und } 1^{\circ} \text{ C.}$$

also

$$= \frac{0{,}000577}{d} \cdot T \text{ Watt pro qcm bei } T^{\circ} \text{ C.}$$

---

[1]) A. Hess, La Lumière él. *37*, S. 19. 1890.

In dieser Form erkennen wir deutlich, dass der Einfluss der Konvektion um so bedeutender sein wird, je dünner der Draht ist, und dass Kennelly's Experimente zwar für Drähte bis zu etwa 1 mm Durchmesser vollkommen genau, für dünnere Drähte aber nicht ohne Weiteres anwendbar sind.

Schon im Jahre 1882 hatte Forbes[1]) experimentell gefunden, dass für sehr dünne Drähte die Erwärmung nicht mehr dem von ihm theoretisch als richtig befundenen Gesetze

$$J = C \,.\, d \sqrt{d} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5b)$$

folgte, sondern dass diese Regel zu schwache Ströme ergab. Behalten wir die bisherigen Bezeichnungen bei, so bemerken wir, dass Kennelly's Formel

$$\frac{4\,J^2 \varrho (1 + 0{,}00388\,\theta)}{\pi\, d^2} = 0{,}00175\,T + d\,m\,\pi\,.\,R_T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

bei Einführung der Konvektion pro Einheit der Oberfläche statt pro Einheit der Länge übergeht in die Beziehung

$$\frac{4\,J^2 \varrho\,(1 + 0{,}00388\,\theta)}{\pi\, d^2} = d\,\pi \left(\frac{0{,}000577}{d} T + m\,R_T \right) \quad . \quad . \quad . \quad 23a)$$

In dieser letzten Gleichung ist der zweite Ausdruck in der Klammer auf der rechten Seite ein reiner Zahlenwerth, da m (= 1 für blankes Kupfer, = 2 für geschwärztes Kupfer) ein von der Oberflächenbeschaffenheit abhängiger Zahlenfaktor, und

$$R_T = 0{,}0687\,[1{,}0077^T - 1] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17a)$$

ist.

Nimmt also der Durchmesser bis auf sehr kleine Werthe ab, so wird das zweite Glied $m R_T$ vernachlässigbar sein gegenüber dem ersten Gliede

$$\frac{0{,}000577}{d}\,T$$

in der Klammer auf der rechten Seite der Gleichung 23a). Diese Gleichung geht dann über in die Näherungsgleichung

$$\frac{4\,J^2\,\varrho\,T}{\pi\, d^2} = \frac{0{,}000577\;\pi\, d}{d}\,T = 0{,}000577\,\pi\,T, \quad . \quad . \quad . \quad 23b)$$

---

[1]) George Forbes, Journ. Soc. Tel. Eng. and El. *13*, S. 322. 1884.

wenn wir eben annehmen, dass Kennelly's Ermittelung der Konvektion auch noch für sehr geringe Drahtdurchmesser richtig wäre. Aus Gleichung 23b) folgt aber

$$J^2 = \frac{\pi}{4} d^2 \,.\, 0{,}000577 \,\frac{T}{\varrho_T} = a^2 \,\frac{T}{\varrho_T}, \quad \ldots \quad 23c)$$

wenn wir den Zahlenfaktor

$$\frac{\pi}{4} \,.\, 0{,}000577 = a^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 43)$$

setzen,

$$J = a \,.\, d \,.\, \sqrt{\frac{T}{\varrho_T}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 44)$$

oder mit anderen Worten die bemerkenswerthe Thatsache, dass für sehr dünne Drähte der eine gewisse Erwärmung bewirkende Strom näherungsweise dem Drahtdurchmesser proportional ist.

Hierbei ist jedoch zu bemerken, dass der Zahlenfaktor in Gleichung 23c) mit voller Sicherheit als zu klein betrachtet werden kann. Wir halten es jedoch nicht für nöthig, hier weiter auf die bisher vorliegenden Resultate von Messungen[1]) an dünnen und sehr dünnen Drähten einzugehen, da blanke Metalldrähte unter 1 mm Durchmesser gegenwärtig fast gar keine Bedeutung für den Installationsingenieur haben und bis zu diesem Durchmesser herab die sämmtlichen Beobachtungen mit jenen von Kennelly genügend übereinstimmen.

Das Studium der Erwärmung von Leitern von geringen Querschnittsdimensionen ist nur dann von allergrösster Wichtigkeit, wenn alle jene Fragen entschieden werden sollen, welche die Anwendung der durch das Glühen dieser Leiter bewirkten Lichterscheinungen, oder mit anderen Worten die Anwendung der Glühlampen mit sich bringen.

---

[1]) Vergleiche A. Bernstein, Centralbl. für El. *11*, S. 165. 1889.
U. Barbieri, Elektr. Zeitschrift *12*, S. 30. 1891.
Ayrton, The Electrician *28*, S. 119. 1891.

Drittes Kapitel.

Die Glühlampe.

---

1. Definition.

Die Erscheinung, dass feste Körper, wenn sie auf die Glühhitze gebracht werden, selbstständig Licht aussenden, bildet die Grundlage der Erzeugung künstlichen Lichtes mittelst elektrischer Glühlampen.

Der Körper, welcher in den letzteren zum Glühen gebracht wird, ist ein über die Weissglut hinaus fest bleibender Elektricitätsleiter; die nothwendige Temperaturerhöhung bewirkt der elektrische Strom, welcher beim Durchgange durch einen Leiter Wärme erzeugt, deren Menge proportional ist dem Quadrate der Stromstärke und dem Widerstande des Leiters. Sind nun diese beiden Faktoren von entsprechender Grösse, so steigt die Temperatur so weit, dass der Leiter sich bis zur Weissglut erhitzt und demnach selbstständig Licht auszusenden vermag.

In den heutigen Glühlampen wird der Glühkörper durch einen dünnen Kohlenfaden gebildet, der in ein Glasgefäss eingeschlossen ist. Damit der Faden nicht verbrenne, wird das Gefäss entweder mit einem neutralen, die Verbrennung unterdrückenden Gase gefüllt, oder aber, soweit dies praktisch möglich ist, luftleer gemacht. In allen modernen Lampen gelangt ausschliesslich das letztere Mittel zur Anwendung, so dass wir ganz allgemein sagen können:

„Die Glühlampe besteht im Wesentlichen aus einem mit Stromzuführungsdrähten versehenen Kohlenfaden, der in ein luftleeres Glasgefäss eingeschlossen ist“.

2. Herstellung der Lampen.

Es wäre nun von Interesse, die Herstellungsweise der Glühlampen näher zu betrachten. Dieselbe ist jedoch infolge ihrer Schwierigkeit und der Reichhaltigkeit und Feinheit der erforderlichen Mittel zu einem vollständigen Specialzweige der Industrie geworden, so dass deren eingehende Erörterung einem Specialwerke zufällt. An dieser Stelle müssen wir uns daher darauf beschränken, nur in allgemeinen grossen Zügen die Fabrikation anzudeuten.

In erster Linie handelt es sich um die Erzeugung eines durchaus gleich dicken und gleichmässig festen Kohlenfadens, wobei als Rohstoffe Bambus-, Baumwollen- oder Leinenfasern, Gelatine, Papier und dergl. zur Verwendung gelangen. Die aus diesen Stoffen hergestellten Fäden werden durch Erhitzen in einem feuerfesten und luftdicht verschlossenen Tiegel karbonisirt.

Hierauf werden an die Enden der so erhaltenen Kohlenfäden kurze Platindrähte befestigt, und die Fäden alsdann durch Aufschlagen von Kohlenstoff auf die erforderliche Stärke gebracht, so dass der Widerstand derselben der Leuchtkraft, Spannung und Stromstärke der zu erzeugenden Lampe entspricht. Das Aufschlagen von Kohlenstoff, das sogenannte Präpariren der Fäden, geschieht dadurch, dass auf die in einen Kohlenwasserstoff getauchten Fäden, welche mittelst eines hindurchgeschickten Stromes erhitzt werden, eine Schicht von Kohlenstoff elektrolytisch niedergeschlagen wird.

Die fertiggestellten Fäden werden sammt den früher erwähnten Platindrähten in die Glasgefässe eingesetzt, und darauf wird aus letzteren die Luft, soweit als nur immer möglich, ausgepumpt.

Nachdem die Lampen auf ihr Vakuum geprüft und ihrer Leuchtkraft entsprechend sortirt worden sind, werden an dieselben die äusseren Metalltheile befestigt, welche beim Betriebe der Lampen den Kontakt der Kohlenfäden mit der Stromzuleitung zu vermitteln haben.

Anschliessend an die Fabrikation der Lampen wären die Formen zu besprechen, welche im Laufe der Jahre aus den verschiedenen Fabriken hervorgegangen sind. Die vor etwa 10 Jahren zur Blüthe gelangte Glühlampenindustrie hat nämlich rasch einen eifrigen Wettbewerb hervorgerufen, der nur durch die Patentrechte der ersten Erfinder sehr beengt wurde. Man suchte diese Beschränkung durch eine abweichende Ausbildung der einzelnen Bestandtheile zu über-

winden und gelangte so zu einer grossen Anzahl verschiedener Lampen, die nur in ihren letzten Grundformen verwandt waren.

Eine auch nur flüchtige Besprechung der verschiedenen Lampenformen würde uns jedoch viel zu weit führen, und so mag denn auch in dieser Hinsicht auf die Specialwerke verwiesen werden.

3. Die Vorgänge im Kohlenfaden.

Die durch den Stromdurchgang im Kohlenfaden erzeugte Wärmeentwickelung äussert sich in einer Temperaturerhöhung des Fadens. Da aber ein Theil der entstehenden Wärme durch Ausstrahlung an die äussere Umgebung des Fadens abgegeben wird, so kann eine Erhöhung der Temperatur nur solange stattfinden, bis die in einer gewissen Zeit nach aussen abgegebene Wärmemenge gerade der vom Strome erzeugten das Gleichgewicht hält. Von da an hat der Strom lediglich soviel Wärme zu liefern, als von der Oberfläche ausgestrahlt wird.

Ist die Temperatur bis gegen 525° C. gestiegen, so beginnt der Kohlenfaden dunkelroth zu leuchten, bei weiterer Erhöhung der Temperatur treten zu den rothen Strahlen gelbe, dann grüne und blaue, bis der Faden endlich Strahlen aller Wellenlängen aussendet und weissglühend erscheint.

4. Einfluss der Luftverdünnung.

Die Ausstrahlung der Wärme ist nur dann die einzige Art der Energieabführung, wenn das Gefäss der Lampe vollkommen luftleer ist. Enthält dasselbe aber noch Luft oder ein anderes Gas, so wird dem Faden ein Theil der Gesammtenergie auch durch Wärmeleitung und Wärmeströmung entzogen. Da die erzeugte Lichtmenge von der der Lampe zugeführten Energiemenge abhängt, so wird in einer unvollständig entleerten Lampe infolge des durch Ableitung auftretenden Energieverlustes eine geringere Lichtmenge entwickelt werden als bei gleichem Energieaufwande in einer ganz luftleeren. Wir sehen den Zusammenhang, welcher hier besteht, durch die Kurven der Fig. 19 und Fig. 20 ausgedrückt, welche die Abhängigkeit der Lichtstärke von dem Grade der Luftverdünnung bei einem bestimmten Arbeitsaufwande darstellen. Die Kurven nähern sich asymptotisch zwei Grenzwerthen, einem maximalen, welcher bei vollkommener

Luftleere, und einem minimalen, der bei hohem Gasinhalte der Lampe erreicht wird[1]).

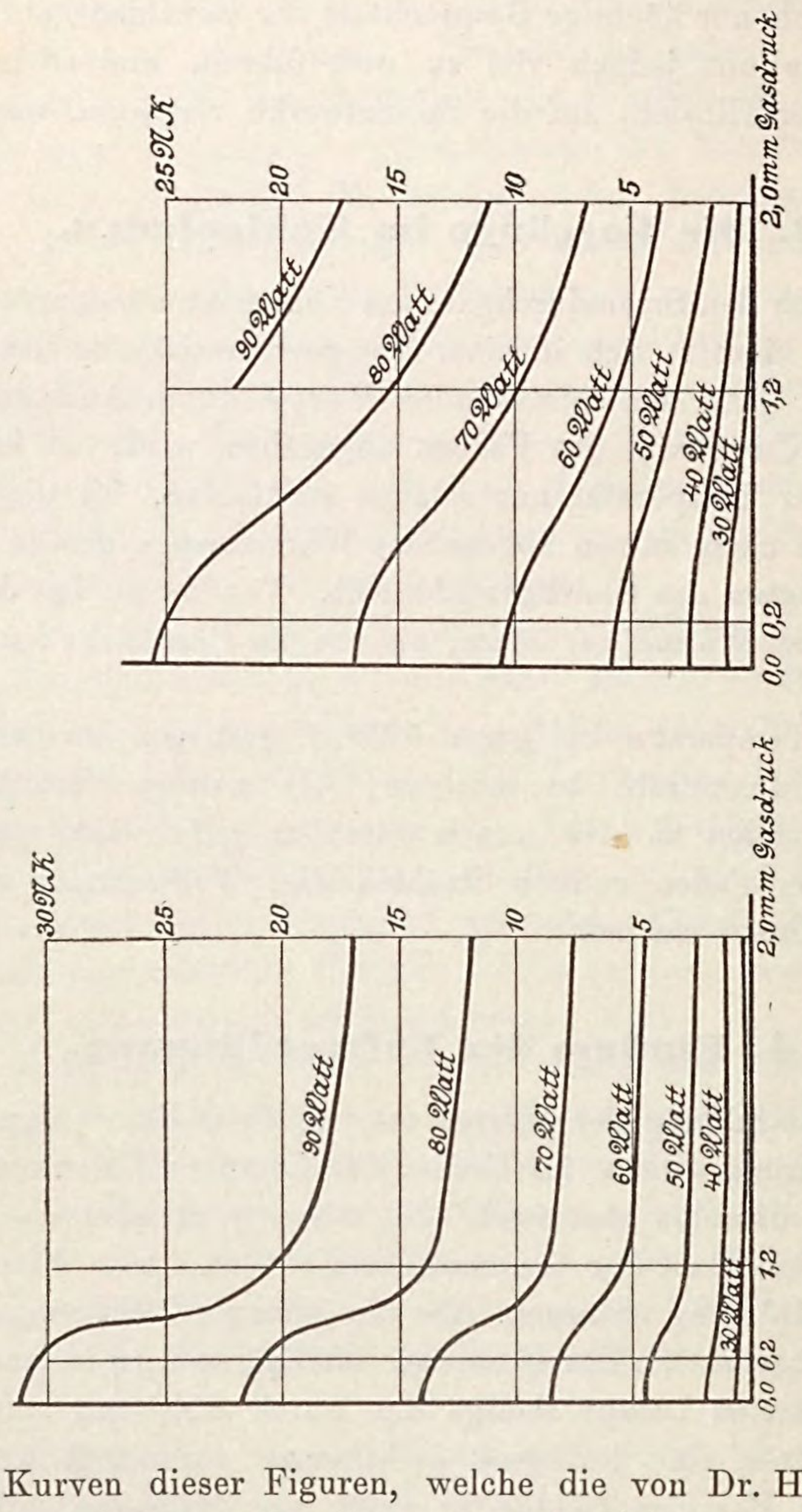


Fig. 19. Swanlampe No. 5.

Fig. 20. Swanlampe No. 6.

Fig. 19 u. 20. Abhängigkeit der Lichtstärke von der Luftverdünnung.

Die Kurven dieser Figuren, welche die von Dr. Hess an zwei Swanlampen erhaltenen Resultate veranschaulichen, lassen erkennen, dass bei einem Gasdrucke zwischen 0,6 und 2 mm die Leucht-

---

[1]) Dr. Hess, Z. f. El. *4*, S. 399. 1886. Palaz, Lum. Él. *23*, S. 515. 1887.

kraft verhältnissmässig gering ist und sich wenig ändert, dass sie aber bei einer Verminderung des Gasdruckes von 0,6 auf 0,2 mm sehr bedeutend zunimmt, um sich schliesslich zwischen der vollkommenen Luftleere und dem niedrigen Gasdrucke von etwa 0,2 mm nur noch unbedeutend zu erhöhen.

Der Verlauf dieser Helligkeitskurven für konstanten Energieaufwand lässt sich durch eine Beziehung darstellen, welche die jedem in p mm gemessenen Gasdrucke, entsprechende Leuchtkraft L aus den Grenzwerthen $L_{max.}$ und $L_{min.}$ abzuleiten gestattet. Diese Beziehung enthält noch eine von der Lampenbeschaffenheit abhängige Konstante a.

Allgemein ist

$$L = \frac{p^2 L_{min.} - a L_{max.}}{p^2 - a} \quad \ldots\ldots\ldots 1)$$

Für die von Dr. Hess untersuchte Swan-Lampe No. 5 betrug $a = -0{,}96$, sodass bei einem Arbeitsaufwand von 70 Watt die Helligkeit

$$H = \frac{4{,}93\, p^2 + 16{,}20}{p^2 + 0{,}96} \text{ war.} \quad \ldots\ldots\ldots 2)$$

Bei einem Arbeitsaufwand von 70 Watt ergeben sich also für diese Lampe die folgenden Werthe:

Tabelle 19.

Gasdrucke:	Helligkeit:
p = 0,0 mm	L = 16,87 N.K.
0,2 -	16,40 -
0,3 -	15,85 -
0,4 -	15,16 -
0,6 -	13,62 -
0,9 -	11,41 -
1,2 -	9,71 -
1,6 -	8,19 -
2,0 -	7,24
20,0 -	4,95 -

5. Wirkungsgrad und Oekonomie.

Bei den Glühlampen handelt es sich um die Erzeugung von Licht, also um die Hervorbringung leuchtender Strahlen. Dieselben sind jedoch von der gleichzeitigen Wärmestrahlung nicht zu trennen; denn jedes Stück der strahlenden Fläche des Kohlenfadens sendet

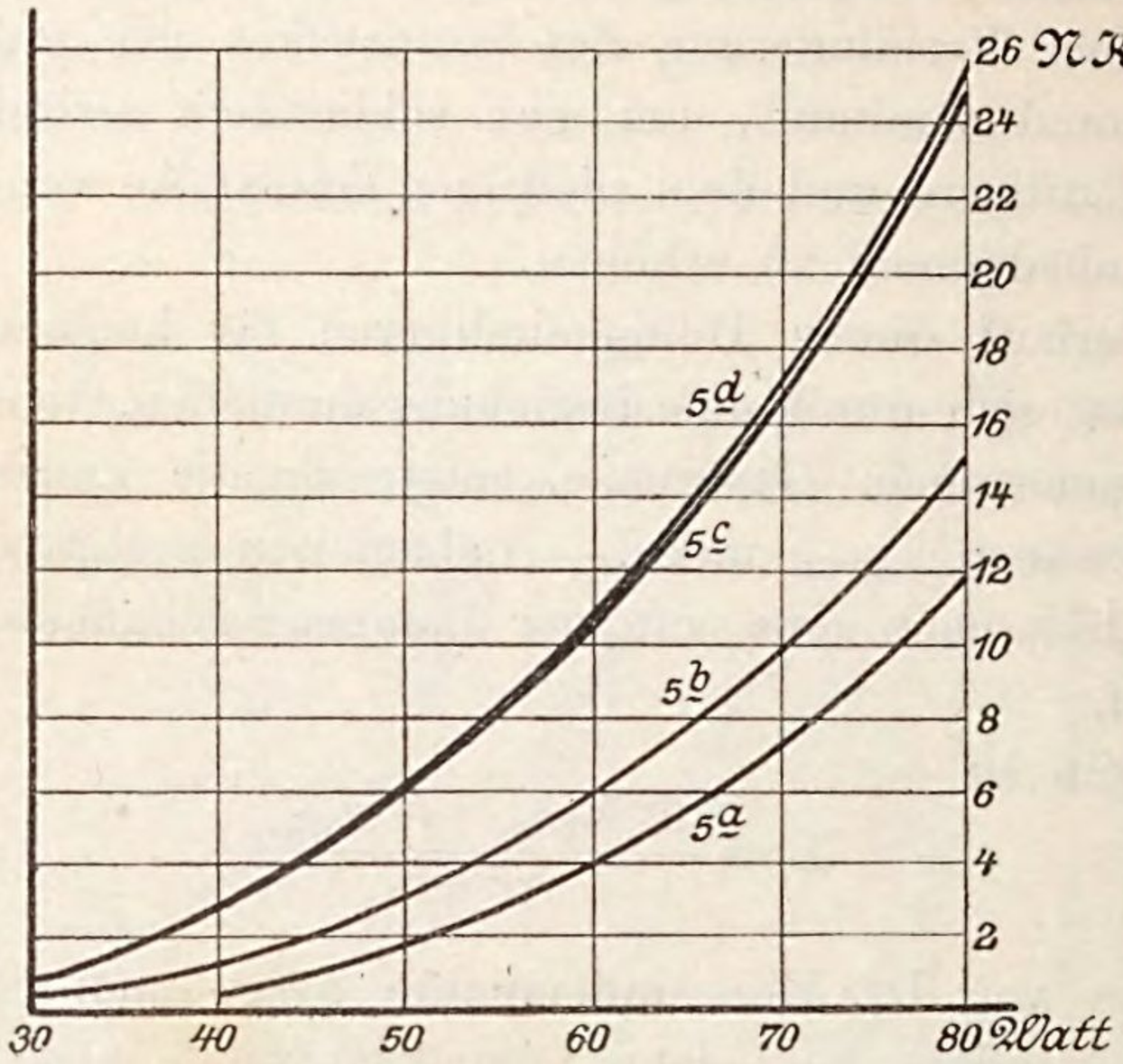


Fig. 21.

Swanlampe No. 5a bei 2 mm Gasdruck
- - 5b - 1,2 - -
- - 5c - 0,1—0,3 mm Gasdruck
- - 5d - 0,0 mm Gasdruck.

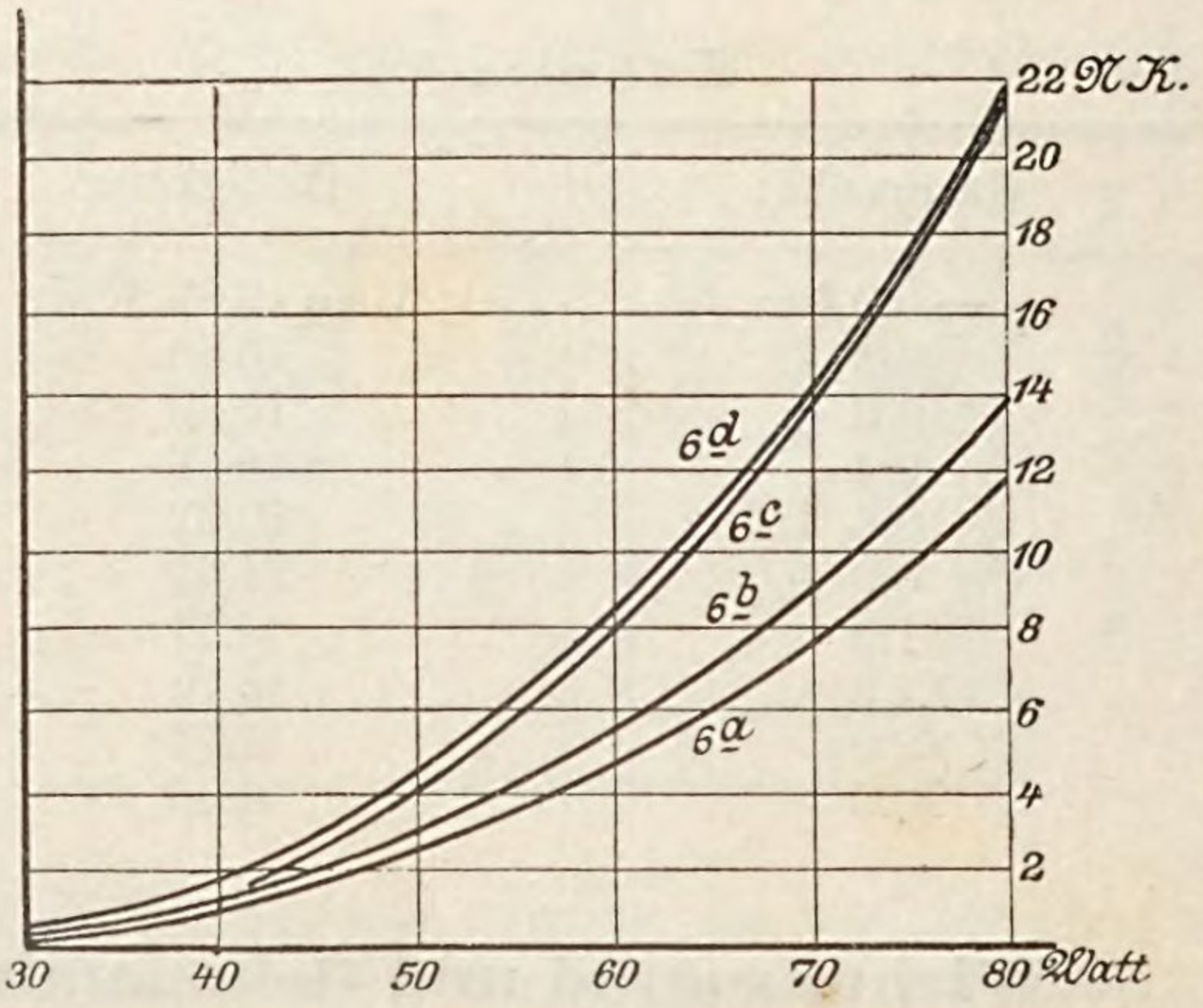


Fig. 22.

Swanlampe No. 6a bei 2 mm Gasdruck
- - 6b - 0,6 - -
- - 6c - 0,1—0,3 mm Gasdruck
- - 6d - 0,1—0,3 - -

eine bestimmte Gesammtmenge von Strahlen aus, von welchen nur ein kleiner Bruchtheil als Licht erscheint. Dieser Bruchtheil wird, absolut und relativ, um so grösser, je höher die Temperatur des strahlenden Fadens ist.

Das Verhältniss der Energiemenge, welche der leuchtenden Strahlung entspricht, zur Energie der gesammten Strahlung nennt man den Wirkungsgrad der Lampe.

Schon aus den obigen Figuren lässt sich herauslesen, dass einem höheren Arbeitsaufwande eine grössere Leuchtkraft entspricht. Deutlicher zeigt sich dies an den Kurven der Fig. 21 und Fig. 22, welche die Zunahme der Leuchtkraft mit wachsendem Energieaufwande bei konstantem Gasdrucke veranschaulichen.

Man erkennt aus diesen Kurven sofort, dass die Lichtstärke der Lampen nicht einfach proportional dem Energieaufwande ist, sondern nach einer höheren Potenz der zugeführten Energiemenge anwachsen muss.

Die ersten Untersuchungen über diesen Gegenstand hat Andrew Jamieson[1]) im Jahre 1882 veröffentlicht.

Analytische Ausdrücke, welche den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Energiemengen (W) und den entsprechenden Lichtstärken (L) in Normalkerzen darstellen, sind für Jamieson's Beobachtungen von Dr. Hugo Krüss[2]) aufgestellt worden. Er fand nach Jamieson's Messungen und den Beobachtungen der Münchener Prüfungskommission die Beziehung

$$L = \alpha W^3, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 3)$$

wobei für die damalige

Edison-A-Lampe	No.	1 :	$\alpha = 0{,}0000470$	Tabelle 20.
- - -	-	2 :	$\alpha = 0{,}0000305$	
- B -			$\alpha = 0{,}0001049$	
Swan-	-	-	1 : $\alpha = 0{,}0001024$	
-	-	-	5 : $\alpha = 0{,}0000114$	
Maxim-	-		$\alpha = 0{,}000086$	
-	-	-	1 : $\alpha = 0{,}0000248$	
Siemens-	-	-	1 : $\alpha = 0{,}0000233$	
-	-	-	2 : $\alpha = 0{,}0000195$	
-	-	-	3 : $\alpha = 0{,}0000268$	

war.

---

[1]) Vergl. Dr. Hess a. a. O.

[2]) H. Krüss, Off. Bericht der Münchener Ausstellung II. Th., S. 118 ff.

Nachdem durch eine Reihe von Jahren die Aufstellung einer genaueren Beziehung als Ausdruck der Beobachtungsresultate vielfach angestrebt worden war, fand Prof. H. F. Weber in Zürich[1]) auf Grund zahlreicher Untersuchungen, die er an 23 Typen von Kohlenglühlampen anstellte, dass innerhalb eines weiten Temperaturintervalles zwischen der, in englischen Normalkerzen gemessenen, mittleren räumlichen Gesammthelligkeit L, dem in Watt ausgedrückten Arbeitsverbrauche W und der Grösse der strahlenden Oberfläche O die Beziehung gelte:

$$L = 0{,}0000380 \frac{W^3}{O^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

oder

$$L = 0{,}0000218 \frac{W^3}{O^2}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

je nachdem die strahlende Kohle zu der grauglänzenden, metallähnlichen, oder zu der mattschwarzen, russähnlich aussehenden Modifikation gehört. Die Konstanten dieser Formeln verändern sich nur um geringe Beträge, wenn die Temperatur des Fadens erheblich tiefere oder höhere Werthe annimmt.

Da die strahlende Oberfläche des Fadens sich im Laufe der Brennzeit etwas ändert, für eine bestimmte Periode jedoch jedenfalls als konstant angesehen werden kann, so ergeben obige Formeln das Gesetz, dass die mittlere, räumliche Lichtstärke proportional der dritten Potenz der zugeführten Energie wächst.

Prof. H. F. Weber hat ferner aus einem allgemeinen Emissionsgesetze Beziehungen gefunden, welche den Zusammenhang zwischen der Stärke S der Gesammtstrahlung, der strahlenden Oberfläche O und der absoluten Temperatur T des strahlenden Körpers darlegen.

Er fand hierfür die Gleichung

$$S = C \cdot O \cdot e^{a\,T} \cdot T, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

worin C die Konstante der Gesammtstrahlung und a eine Zahlengrösse bedeuten, welche für alle festen Körper den Werth

$$a = 0{,}0043 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

besitzt.

---

[1]) H. F. Weber, C. f. E. *12*, S. 257 ff. 1889.

Sollen nur die Strahlen mit der Wellenlänge λ in Beziehung zu der Oberfläche und der absoluten Temperatur des Fadens gebracht werden, so ergiebt sich für die Stärke s der homogenen Strahlung:

$$s = c \cdot \pi O \cdot \frac{1}{\lambda^2} \cdot e^{a T - \frac{1}{b^2 T^2 \lambda^2}} \quad \ldots\ldots\ldots 8)$$

In dieser Gleichung besitzen π und e die bekannten Zahlenwerthe, ferner ist

$$a = 0{,}0043 \quad \ldots\ldots\ldots 7)$$

und für Kohle $b^2 = 0{,}20 \times 10^{-6}$. $\ldots\ldots 9)$

Wir erkennen aus dieser Gleichung, dass die Stärke s der homogenen Strahlung für $\lambda = 0$ und $\lambda = \infty$ den Werth Null für jede Temperatur T annimmt, während sie für jeden anderen Werth von λ bei allen Temperaturen von Null verschieden ist und für einen bestimmten Werth ihr Maximum erreicht.

Die Kurve, welche die spektrale Vertheilung der Energie für irgend eine Temperatur des strahlenden Körpers darstellt, schmiegt sich demnach für unendlich kleine und unendlich grosse Wellenlängen der Abscissenaxe an, steigt auf der Seite der kleinen Wellenlängen, nachdem sie einen Wendepunkt passirt hat, ziemlich steil auf, erreicht einen Kulminationspunkt und fällt von da aus, einen zweiten Wendepunkt durchsetzend, etwas weniger steil gegen die Abscissenaxe ab.

Mit wachsender Helligkeit neigt die Lage des Kulminationspunktes etwas gegen das violette Ende zu, und der blosse Augenschein lehrt uns in der That auch, dass eine mit zu hoher Spannung brennende Lampe, wie wir zu sagen pflegen, „blau brennt“.

P. Garbe hat sehr sorgfältige Untersuchungen über die Stärke der homogenen Strahlung mit dem Spektrophotometer ausgeführt. Für die von ihm benutzte Swanlampe war die Oberfläche $O = 0{,}328$ qcm. Prof. Weber bestimmte nachträglich die Konstante der Gesammtstrahlung mit $C = 16{,}28 \times 10^{-6}$ Grammkalorien pro qcm und Sekunde, leitete daraus die Werthe der absoluten Temperaturen ab und stellte folgende Tabelle zusammen, in der die Wellenlängen λ in mm angegeben sind.

Tabelle 21.

$\lambda = 0{,}000\,709$			$\lambda = 0{,}000\,635$			$\lambda = 0{,}000\,589$			$\lambda = 0{,}000\,526$			$\lambda = 0{,}000\,496$		
W in Watt	L in N.K.	T absol. Temp.	W	L	T	W	L	T	W	L	T	W	L	T
21,35	126,5	1501,5	18,42	117,2	1471,8	16,91	108	1454,9	16,73	144,6	1452,7	17,40	121,2	1460,5
19,76	102,8	1485,0	16,34	85,7	1447,9	13,49	55,2	1409,6	15,80	110,2	1441,1	16,89	103,2	1454,8
16,80	80,2	1453,2	14,49	62,2	1423,9	10,18	23,7	1353,5	15,31	106,6	1434,8	15,64	77,5	1438,8
14,66	55,1	1423,4	10,23	24,7	1354,4	7,89	10,2	1303,6	13,88	78,1	1415,2	11,98	28,9	1385,1
12,47	41,3	1392,4	8,23	13,9	1311,4	6,41	5,1	1262,4	10,29	27,2	1355,5	10,22	14,4	1354,0
10,42	23,4	1358,5	6,46	6,4	1264,3	4,57	1,45	1106,8	5,00	1,35	1214,4	8,56	7,53	1318,2
8,78	16,6	1322,6	5,33	3,4	1226,0	3,66	0,46	1153,9				6,95	2,46	1277,3
			4,14	1,4	1177,1							5,74	1,10	1240,2

Man erkennt, dass die Lichtstärke L mit steigender Temperatur für Strahlen aller Wellenlängen beträchtlich wächst und der Verbrauch an Watt pro N. K. erheblich abnimmt. Da die Temperatur des weissglühenden Kohlenfadens sehr hoch, etwa zwischen 1000 und 1200° C., liegt, so muss infolge dieser hohen Temperatur der Wirkungsgrad der Glühlampen höher sein als der anderer Lichtquellen mit niedrigerer Temperatur.

Die Bestimmung des Wirkungsgrades künstlicher Lichtquellen wurde zuerst von Tyndall 1866 versucht. Im Jahre 1886 stellte E. Blattner in Zürich eingehende Untersuchungen an Swan-, Edison- und Bernsteinlampen an, um den Wirkungsgrad derselben, d. h. das Verhältniss der leuchtenden Strahlung L zur gesammten Strahlung (L + W) für verschiedene Glühstadien zu ermitteln. Blattner mass die zugeführte Energiemenge und bestimmte die Gesammtstrahlung (L + W) und die Wärmestrahlung W allein, indem er einmal ein dünnwandiges, innen geschwärztes Kupferkalorimeter verwendete, bei welchem die Temperaturerhöhung der Flüssigkeit die Bestimmung der Gesammtstrahlung (L + W) gestattete, während er das andere Mal ein Glaskalorimeter anwendete, welches für die leuchtenden Strahlen vollkommen diatherman war und somit bei gleichem Energieaufwande die der Wärmemenge W allein entsprechende, etwas geringere Erwärmung zeigte. Blattner's Versuchsergebnisse sind in folgender Tabelle zusammengestellt.

Aus den beiden letzten Spalten der Tabelle ersieht man, wie bedeutend sich der Energieaufwand pro N.K. erniedrigt und der Wirkungsgrad erhöht, wenn die Temperatur steigt.

Tabelle 22.

Lampensorte	Volt	Ampère	Watt	Ohm	Normal-kerzen	Watt pro Kerze	Wirkungsgrad % $\frac{100\ L}{L+W}$
Swan	52,776	0,931	49,16	56,662	2,62	18,70	2,3
-	60,814	1,108	67,39	54,876	9,24	7,3	2,8
-	62,301	1,208	75,25	51,582	13,24	5,67	3,6
-	62,172	1,274	85,60	52,710	20,60	4,16	5,2
Edison	76,659	0,724	57,99	109,42	4,01	14,5	3,6
-	88,229	0,838	73,97	105,24	8,29	8,9	4,5
-	97,656	0,951	92,86	102,69	16,98	5,47	6,2
-	105,570	1,062	112,06	99,45	28,65	3,91	8,5
Bernstein	37,926	3,244	123,01	11,693	15	8,2	4,2
-	42,744	3,776	161,42	11,319	30	5,4	6,5
-	45,960	4,113	189,05	11,173	50	3,78	7,3
-	51,585	4,642	239,49	11,111	90	2,66	9,9

Nach Blattner hat Ernst Merritt ähnliche Untersuchungen angestellt. Eine seiner Methoden war der von Blattner angewendeten sehr ähnlich, und auch seine Resultate stimmen im Allgemeinen mit denen des letzteren überein.

So fand er für eine Edisonlampe:

Tabelle 23.

V = Volt	W = Watt	L = Lichtstärke in engl. Normalkerzen	l = Energie der leuchtenden Strahlung in Watt	Wirkungsgrad in % $\frac{1001}{W}$	$\frac{l}{L}$	$\frac{W}{L}$
74,2	34,6	0,9	0,18	0,5	1,59	38,4
91,6	56,2	4,8	0,68	1,2	0,14	11,7
97,3	64,6	7,3	1,13	1,7	0,15	8,7
100,3	69,3	8,9	1,62	2,3	0,18	7,8
107,6	81,6	14,6	2,97	3,6	0,20	5,6
109,3	84,4	16,3	4,57	5,4	0,28	5,2
124,1	115,4	38,2	7,46	6,5	0,19	3,0

Merritt's zweite Methode basirte auf der Wirkung der Gesammtstrahlung auf eine empfindliche, an ein Thomsongalvanometer angeschlossene Thermosäule. Schaltete man in den Weg der Gesammtstrahlung eine Zelle mit Alaunlösung, so reducirte sich die Ablenkung des Galvanometers sehr bedeutend, da alsdann nur noch die leuchtenden Strahlen die Thermosäule beeinflussten. Die auf diese Weise erhaltenen Werthe sind in der folgenden Tabelle niedergelegt und ausserdem durch die Fig. 23 veranschaulicht. Sie zeigen eine gute Uebereinstimmung mit den früheren Werthen.

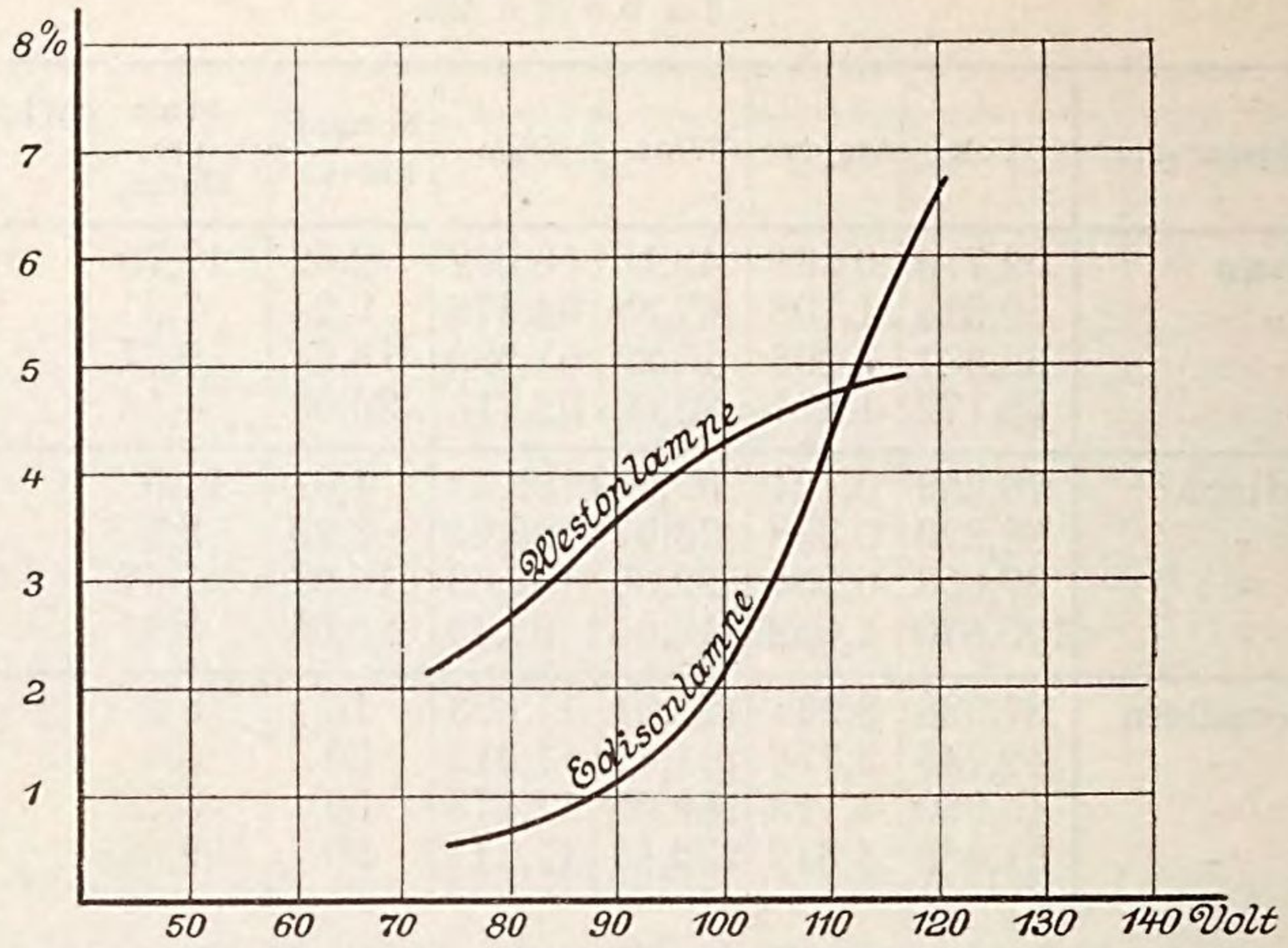


Fig. 23.
Wirkungsgrad von Glühlampen für verschiedene Spannungen nach Merritt.

Tabelle 24.

Lampensorte	V Volt	W Watt	L Kerzen	l in Watt	l/W	l/L	W/L
nominell 16-kerzige Edisonlampe Widerstand kalt: 249 Ohm	63,0	25,4	0,3	0,42	0,016	1,61	84,7
	74,6	37,8	1,0	0,79	0,021	0,79	37,8
	85,4	52,5	2,5	1,96	0,037	0,78	21,0
	99,0	72,2	6,3	4,30	0,059	0,68	11,5
	116,0	102,0	15,2	7,38	0,072	0,49	6,7
nominell 16-kerzige Westonlampe Widerstand kalt: 402 Ohm	72,0	21,6	0,4	0,46	0,021	1,27	54,0
	87,4	33,5	1,5	1,10	0,033	0,76	22,3
	102,0	47,8	4,4	2,09	0,044	0,48	10,9
	117,0	66,1	10,7	3,19	0,048	0,30	6,2
nominell 16-kerzige Westonlampe Widerstand kalt: 152 Ohm	43,0	25,8	0,5	0,53	0,021	1,06	51,7
	50,7	36,0	1,6	0,97	0,027	0,62	22,5
	60,5	52,0	5,2	2,03	0,039	0,39	10,0
	67,5	65,0	11,0	3,95	0,060	0,36	6.0
nominell 8-kerzig.Bernsteinlampe Widerstand kalt: 11,3 Ohm	12,2	25,2	0,2	0,20	0,008	1,00	125,0
	13,4	30,8	0,5	0,41	0,013	0,84	61,6
	15,0	40,4	1,3	0,75	0,018	0,57	31,0
	16,4	53,2	4,1	2,03	0,038	0,50	13,0

Man erkennt auch hier ohne Weiteres, dass bei höherer Temperatur nicht nur das Verhältniss der leuchtenden Strahlung zur

Gesammtstrahlung, sondern auch die Zahl der Kerzenstärken pro Watt zunimmt.

Diese beiden Verhältnisse fallen jedoch nicht zusammen, wie Edward L. Nichols[1]) durch spektrophotometrische Untersuchungen festgestellt hat. Er bestimmte den Wirkungsgrad einer 16 kerzigen Edisonlampe in relativem Maasse, indem er denselben auf die 16 kerzige Lampe als Einheit bezog und denselben einmal als das Verhältniss der Kerzenstärken zu der aufgewendeten Energie in Watt, das andere Mal als das Verhältniss der leuchtenden zur gesammten Strahlung ausdrückte. Er fand hierbei folgende Resultate:

Tabelle 25.

Zustand des Glühens gleich dem einer 16-kerzigen Edisonlampe, wenn sie liefert:	Wirkungsgrad, bezogen auf den einer 16-kerzigen Lampe als Einheit, ausgedrückt durch das Verhältniss	
	$\frac{\text{Kerzenstärken}}{\text{Watt}}$	$\frac{\text{Leuchtende Strahlung}}{\text{Gesammtstrahlung}}$
4 Kerzen	0,394	0,211
10 -	0,729	0,632
16 -	1,000	1,000
22 -	1,218	1,368
28 -	1,391	1,589

Wir haben im Laufe der vorstehenden Erörterungen bereits erwähnt, dass einem bestimmten Energieaufwande bei verschiedenen Temperaturen nicht dieselben Lichtstärken entsprechen. Die letzteren sind vielmehr bei einem bestimmten Aufwande grösser oder kleiner, je nachdem die Temperatur höher oder niedriger ist. Das Verhältniss der Energiemenge zu der mit ihr erzeugten Leuchtkraft, also den Quotienten

$$\frac{\text{Energieaufwand in Watt,}}{\text{Leuchtkraft in Kerzenstärken}}$$

bezeichnet man als die Oekonomie der Lampe.

Der Name ist leider sehr unglücklich gewählt, da eine Lampe um so ökonomischer arbeitet, je kleiner ihre Oekonomie ist. Es wäre jedenfalls richtiger gewesen, den reciproken Werth des obenstehenden Quotienten die Oekonomie der Lampe zu nennen.

---

[1]) Edw. L. Nichols, Centralbl. f. E. *12*, S. 135, 1889.

6. Zusammenhang zwischen der Leuchtkraft und den elektrischen Grössen der Lampen.

Um den Zusammenhang der Leuchtkraft einer Glühlampe mit den charakteristischen elektrischen Grössen derselben zu erkennen, verfolgen wir die Ergebnisse zahlreicher Untersuchungen, welche wir selbst zu diesem Zwecke angestellt haben. Eine noch ungebrauchte Lampe der Züricher Glühlampenfabrik, welche die Bezeichnung 110 Volt, 16 Kerzen trug, wurde einer eingehenden photometrischen Untersuchung unterzogen und ergab hierbei die in der folgenden Tabelle und in Fig. 24 veranschaulichten Resultate.

Tabelle 26.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Volt V	Watt W	Ampère J	Hefner-Kerzen L			Watt pro Kerze η		Ohm
			beob.	berechn.	berechn.	beob.	berechn.	
55	16	0,291	0,09			177,5		188,5
58	17,9	0,309	0,13			138		187,5
60	18,8	0,313	0,18			54,5		192,0
62,8	21,2	0,338	0,36			59,0		186
65	22,4	0,344	0,41			44,7		189
67,5	24,4	0,362	0,51			37,7		186,5
70	26,2	0,374	0,71			36,9		187
72	28	0,389	0,90			21,1		185
75	29,4	0,391	1,24	1,49	1,67	13,7		192
77,5	30,8	0,398	1,86	1,86	1,92	16,6		194,5
80,5	35	0,435	2,45	2,41	2,81	14,3		185
83	37,2	0,448	3,25	2,96	3,37	11,45		185
87	40,6	0,466	3,76	4,08	4,39	10,8	9,13	187
90	44,4	0,495	4,95	5,11	5,74	9,0	7,84	182
93,5	48	0,514	6,85	6,67	7,26	7,02	6,66	182
97,5	51,5	0,527	9,7	8,85	8,96	5,30	5,47	185
101	54,3	0,538	11,2	11,19	10,5	4,85	4,68	187,5
103	58	0,564	14,0	12,84	12,8	4,14	4,26	182,5
107	61,5	0,575	16,0	16,55	15,3	3,84	3,61	186
109,3	65	0,595	19,5	19,24	18,0	3,34	3,26	183
112	70	0,625	25,0	22,70	22,5	2,80	2,94	179
117	77	0,658	37,8	29,20	30,0	2,04	2,10	177,5
125	85,9	0,687	42,4	45,77	41,6	2,02		181,5
126	88,5	0,703	47,8	48,34	45,5	1,85	1,72	179,5
133	98,5	0,740	60,0	73,10	62,7	1,64	1,35	179
141	113	0,802	88	103,8	94,7	1,29		175,5
148	128,5	0,870	160	151,3	139,2	0,80		170
153	143	0,937	218	180,9	191,8	0,655		152,8
156	156	1,000	245	206,4	249,1	0,637		156
163	169	1,035	315	255,8	316,6	0,536		157,5
176	183	1,040	334	468,9	402,0	0,547		169

Wir erfahren aus den vorgeführten Resultaten, dass die Leuchtkraft mit wachsender Spannung anfänglich sehr langsam, dann etwas rascher steigt, nach Ueberschreitung der normalen Spannung einen Wendepunkt erreicht und dann, gegen die höchsten bei den Versuchen erreichten Spannungen, wieder etwas langsamer als vorher zunimmt.

Gleichzeitig nimmt der Energieaufwand pro Hefnerkerze von rund 200 auf rund 0,5 Watt ab, wenn die Spannung von 50 bis auf etwa 180 Volt gesteigert wird.

Sucht man ein einfaches, empirisches Gesetz, welches sich den Beobachtungen mit hinreichender Genauigkeit anschliesst, so muss man zunächst die naturgemäss nur ungenauen Werthe der kleinsten und eigentlich auch jene der grössten Leuchtkräfte ausschliessen; denn in beiden Fällen stand der Schirm des Bunsenphotometers so nahe dem einen oder anderen Ende der Photometerbank, dass geringe Ablesefehler einen sehr bedeutenden Einfluss auf das Resultat haben mussten. Aus diesem Grunde kann es nicht weiter befremden, wenn die aus der Beziehung

$$L = 2{,}64 \times 10^{-13} \cdot V^{6{,}8}$$

berechneten und in der Vertikalreihe V der vorstehenden Tabelle zusammengestellten Leuchtkräfte in den oberen Werthen eine weniger gute Uebereinstimmung zeigen, während zwischen 1 und 150 Hefnerkerzen eine vollkommen genügende Uebereinstimmung zwischen den Beobachtungs- und Rechnungsresultaten herrscht.

Die in Fig. 24 punktirt dargestellte Kurve der aus der Spannung berechneten Leuchtkräfte schmiegt sich auch bis gegen 30 Hefnerkerzen hin vollkommen der nach der Beobachtung erhaltenen Kurve an, weicht in der Nähe des beobachteten Wendepunktes etwas weiter ab, durchschneidet die Beobachtungskurve bei dem 150 Kerzen entsprechenden Punkte, giebt darauf zwischen 150 und 330 Kerzen zu niedrige Werthe, um nach Ueberschreitung dieses Grenzwerthes, bei welchem die Beobachtungskurve, entsprechend der beginnenden Zerstörung des Kohlenfadens, stärker abfällt, beträchtlich zu hohe Werthe zu ergeben. Im Gegensatze hierzu zeigt sich gerade für die den hohen Spannungen entsprechenden, höheren Temperaturen des Kohlenfadens eine sehr gute Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den aus der aufgewendeten Energiemenge berechneten Werthen der Leuchtkräfte, welche aus der Beziehung

$$L = 6{,}56 \cdot 10^{-5}\, W^3$$

ermittelt und in der Vertikalreihe VI der voranstehenden Tabelle zusammengestellt sind.

Für die der normalen Betriebsspannung benachbarten Spannungswerthe lässt sich der Energieaufwand (η) pro Hefnerkerze mit genügender Genauigkeit aus der Betriebsspannung V ermitteln, indem man setzt

$$\eta = \frac{4{,}88 \cdot 10^9}{V^{4,8}}.$$

Die hieraus gewonnenen Werthe sind in der Vertikalreihe VIII enthalten.

Die letzte Reihe der Tabelle enthält schliesslich noch den als Quotienten der Spannung und Stromstärke ermittelten Widerstand des Kohlenfadens.

Derselbe sinkt (Fig. 25) von da an, wo der Faden ganz schwach röthlich zu glimmen beginnt, bis zu dem Punkte, welcher etwa der halben Normalspannung entspricht; von da an nimmt der Widerstand anfangs langsam, dann sehr rasch ab, um bei Ueberschreitung von 150 Volt, infolge der durch Disaggregation beginnenden Zerstörung des Fadens, ebenso rasch wieder anzusteigen.

Trägt man die Werthe des Stromes und der Energiemenge als Ordinaten zu den zugehörigen als Abscissen genommenen Spannungswerthen auf, so zeigen auch die so erhaltenen beiden Kurven bei wachsender Spannung eine allmähliche und regelmässige Steigung; in der Nähe des Punktes, wo die Fadenzerstörung beginnt, erreichen beide Kurven (Fig. 24) einen Wendepunkt, nach dessen Ueberschreitung, infolge der starken Widerstandszunahme, die Energiekurve nur wenig, die Stromkurve gar nicht mehr steigt.

Aehnliche Ergebnisse, wie die im Vorstehenden erörterten, haben auch D. A. Ceuter und L. A. Ferguson[1]) aus ihren Untersuchungen erhalten. Wir führen hier nur die Beziehungen zwischen Leuchtkraft, Spannung und Energie, welche wir für einige bekannte Lampentypen gefunden haben, kurz an; dieselben sind die Resultate der von uns in Gemeinschaft mit Herrn C. D. Nagtglas-Versteeg vorgenommenen grösseren Zahl von Lampenmessungen.

---

[1]) Ceuter und Ferguson, Elektrot. Zeitschr. 13, S. 79. 1892.

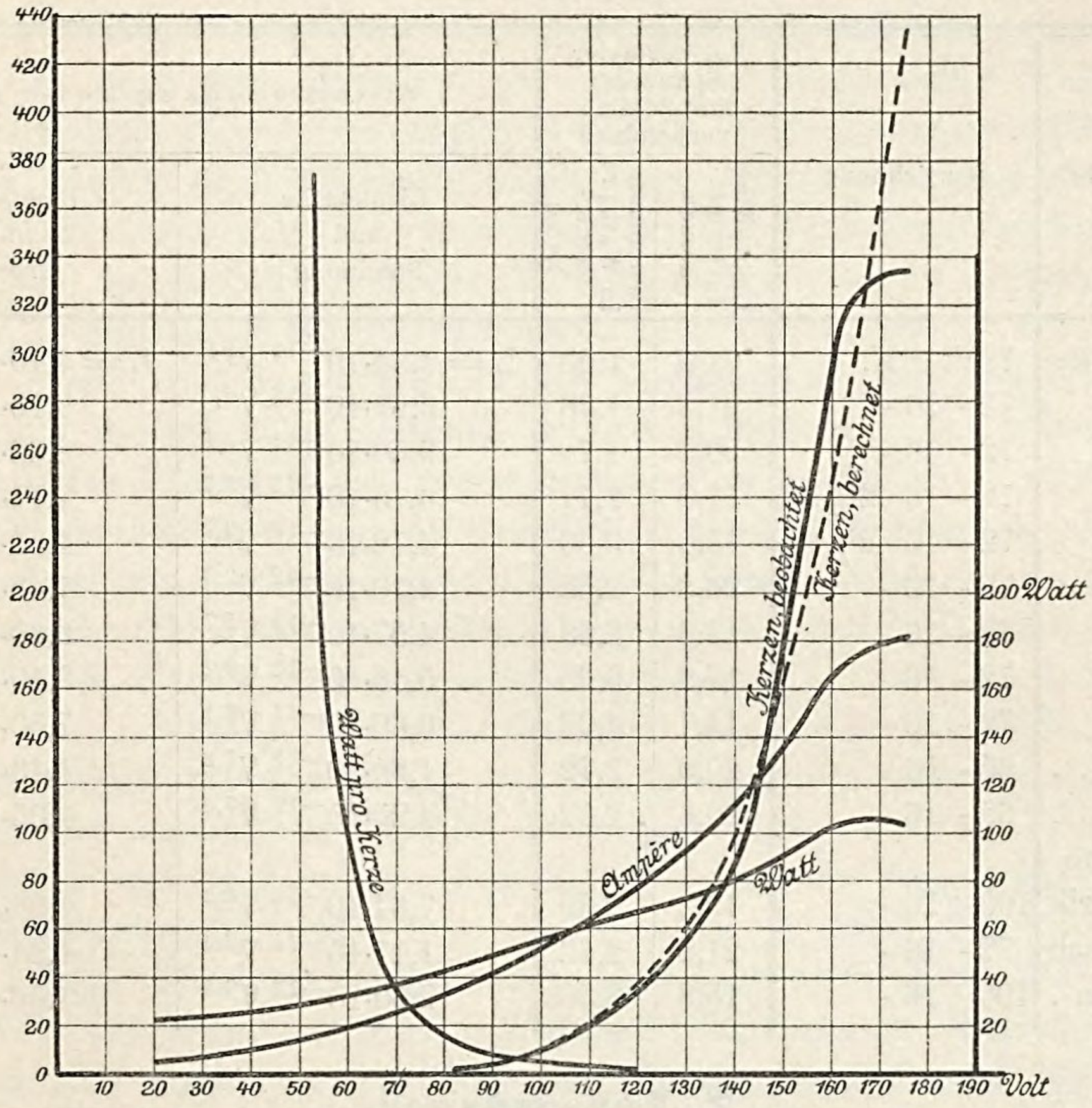


Fig. 24.

Zusammenhang zwischen den charakteristischen Grössen einer Glühlampe.

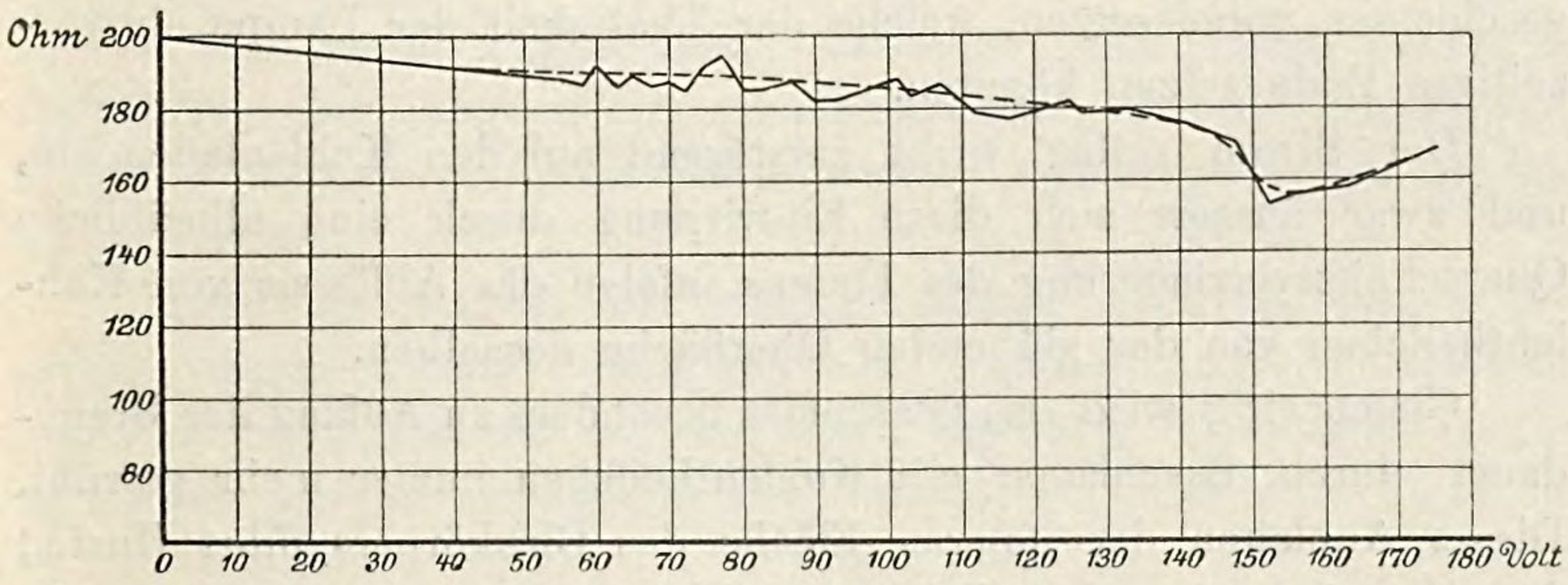


Fig. 25.

Widerstand einer Glühlampe bei verschiedenen Spannungen.

Tabelle 27.

Lampensorte	Bezeichnung	Bei normaler Spannung thatsächlich vorhandene		Zusammenhang zwischen	
		Lichtstärke in Hefnerkerzen	Oekonomie in Watt pro Hefnerkerze	Lichtstärke und Spannung	Lichtstärke und Energie
De Khotinsky	72V. 16K.	24,3	1,53	$L = 1{,}34 \cdot 10^{-11} V^{6,6}$	$L = 4{,}70 \cdot 10^{-4} W^{3}$
- -	72 - 16 -	21,8	1,78	$3{,}33 \cdot 10^{-12} V^{6,9}$	$3{,}76 \cdot 10^{-4} W^{3}$
- -	72 - 16 -	20,3	1,78	$9{,}50 \cdot 10^{-11} V^{6,1}$	$4{,}32 \cdot 10^{-4} W^{3}$
- -	72 - 16 - $2^1/_2$W.	17,0	2,71	$6{,}13 \cdot 10^{-12} V^{6,7}$	$1{,}74 \cdot 10^{-4} W^{3}$
- -	72 - 16 - $2^1/_2$W.	15,5	3,00	$4{,}72 \cdot 10^{-11} V^{6,2}$	$1{,}54 \cdot 10^{-4} W^{3}$
Pope, Venloo	72 - 16 -	26,8	2,65	$4{,}10 \cdot 10^{-12} V^{6,9}$	$7{,}43 \cdot 10^{-5} W^{3}$
- -	72 - 16 -	17,6	3,38	$4{,}57 \cdot 10^{-10} V^{5,7}$	$6{,}60 \cdot 10^{-5} W^{3}$
- -	72 - 16 -	17,9	3,65	$5{,}46 \cdot 10^{-11} V^{6,2}$	$8{,}10 \cdot 10^{-5} W^{3}$
- -	72 - 16 -	14,1	4,06	$6{,}60 \cdot 10^{-11} V^{6,1}$	$7{,}50 \cdot 10^{-5} W^{3}$
Cruto	65 - 16 -	20,9	2,72	$1{,}85 \cdot 10^{-12} V^{7,2}$	$1{,}13 \cdot 10^{-4} W^{3}$
-	65 - 16 -	20,6	2,82	$4{,}20 \cdot 10^{-12} V^{7,0}$	$1{,}05 \cdot 10^{-4} W^{3}$
Schwedische Glühl.-Fabrik	100 - 16 -	19,2	2,39	$7{,}64 \cdot 10^{-12} V^{6,2}$	$1{,}98 \cdot 10^{-4} W^{3}$
Gebr. Pintsch	72 - 16 -	21,2	2,62	$1{,}17 \cdot 10^{-11} V^{6.6}$	$1{,}24 \cdot 10^{-4} W^{3}$
Watt, Wien .	100 - 16 -	15,8	3,36	$2{,}50 \cdot 10^{-12} V^{6,4}$	$1{,}06 \cdot 10^{-4} W^{3}$

7. Lebensdauer.

Die Wirksamkeit der Glühlampe, d. h. die Ausstrahlung von Licht, dauert nicht unverändert fort, sondern nimmt fortwährend ab, um endlich zu verschwinden, selbst wenn wir alle Zufälle als ausgeschlossen voraussetzen, welche der Thätigkeit der Lampe ein vorzeitiges Ende setzen könnten.

Der Strom selbst wirkt zerstörend auf den Kohlenfaden ein, und zwar äussert sich diese Einwirkung durch eine allmähliche Querschnittsverringerung des Fadens infolge des Ablösens von Kohlentheilchen von der glühenden Oberfläche desselben.

Gleichzeitig wird das Glasgefäss besonders zu Anfang der Brenndauer durch Beschlagen mit Kohlentheilchen immer mehr getrübt. Dieses Anblaken der inneren Fläche des Glaskörpers führt Husted darauf zurück, dass das Glas in der Wärme dem Atmosphärendrucke nicht widerstehen kann, und ganz geringe Mengen Luft in das Innere der Lampe eindringen lässt. Berliner glaubt, dass das Schwarzwerden

davon herrührt, dass die von dem Kohlenfaden absorbirten Gase beim Glühen entweichen und Kohlentheilchen mit sich reissen, welche nach dem Erlöschen der Lampe am Glase haften bleiben, während die Gase wieder absorbirt werden. S. P. Thompson schliesslich erklärt die Erscheinung damit, dass beim Stromschlusse eine statische Ladung, bei der Unterbrechung eine Entladung stattfindet, welche das Losreissen kleiner Kohlentheilchen und das Fortschleudern derselben an die Glaswandungen nach sich ziehen[1]).

Unter Hinweis auf die zuweilen beobachteten „negativen Schatten“, d. h. auf helle, regelmässig verlaufende Streifen in der bräunlich schwarzen Glasoberfläche, welche als hinter einem Schenkel des Kohlenbügels und in der Ebene des Bügels gelegene Punkte der Glaswandung von den vom anderen Schenkel fortgeschleuderten Kohlentheilchen nicht getroffen werden konnten, geben auch F. Uppenborn[2]) und J. A. Fleming[3]) eine ähnliche Erklärung.

Die Loslösung der Kohlentheilchen findet nach den bisherigen Erfahrungen bei Anwendung von Gleichstrom auf der an den negativen Pol angeschlossenen Seite des Fadens rascher statt als auf der anderen und tritt um so eher ein, je höher die Temperatur des Fadens gesteigert wird.

Nach Fleming's eingehenden Untersuchungen über die genannte und unter dem Namen „Edison-Effekt“ bekannte Erscheinung lässt sich annehmen, dass von allen Theilen des glühenden Fadens Kohlentheilchen geradlinig fortgeschleudert werden, welche eine negative Ladung haben. Bringt man zwischen die Schenkel des Kohlenfadens eine Metallplatte, die mit einer Zuleitung von aussen versehen ist, so lässt sich ein Strom nachweisen, der vom positiven Pole der Lampe nach dieser Platte geht. Verhindert man durch einseitiges Bestreichen der letzteren mit einer Isolirmasse, dass die losgeschleuderten Theilchen die Metallplatte treffen, so verschwindet der erwähnte Strom.

Durch das Ablösen der Kohlentheilchen wird der Faden beständig dünner, sein Widerstand also grösser. Die Stromstärke nimmt dementsprechend ab, und die Temperatur fällt. Gleichzeitig verkleinert sich die Oberfläche des Fadens; doch während diese im

---

[1]) Fortschritte der Elektrotechnik. 1888.
[2]) F. Uppenborn, Centralbl. f. Elek. 7, S. 145. 1885.
[3]) J. A. Fleming, The Electr. *24*, S. 393. 1890.

einfachen Verhältnisse mit dem Durchmesser abnimmt, steigt der Widerstand entsprechend der Querschnittsänderung, also im quadratischen Verhältnisse zur Abnahme des Durchmessers.

In dieser Hinsicht entspricht der Abnahme der Energie eine relative Vergrösserung der Oberfläche, wodurch der Temperaturunterschied zwischen dem Faden und der Umgebung abermals vermindert wird. Mit dem Abfalle der Temperatur sinkt aber auch der Antheil der leuchtenden Strahlung an der Gesammtstrahlung und die Lichtwirkung nimmt dementsprechend ab.

Gleichzeitig wird die Verminderung der Lichtwirkung noch durch die wachsende Absorption der Strahlen durch die Belegung des Glasgefässes unterstützt. So dauert die Abnahme der Leuchtkraft fort, bis der Faden endlich nur mehr dunkel glüht, das Glasgefäss fast schwarz geworden ist und die Lampe gleichsam todt erscheint.

Die Zeit von der Inbetriebsetzung der Lampe bis zum Eintritte dieses Zustandes, oder mit anderen Worten, die Anzahl der Brennstunden, während welcher die Lampe unter normalen Verhältnissen Licht auszusenden vermag, nennen wir die „absolute Lebensdauer“ derselben.

Dieselbe hängt hauptsächlich von den Dimensionen und den Eigenschaften des Kohlenfadens und dem Grade der Luftverdünnung im Glasgefässe ab.

Da nun aber die Lichtabnahme viel rascher vor sich geht als die der Querschnittsverringerung des Fadens entsprechende Abnahme des Energieverbrauches, muss Hand in Hand mit der Zunahme der Brenndauer eine erhebliche Zunahme der pro Kerze aufgewendeten Energiemenge stattfinden.

Insbesondere stark tritt diese Zunahme bei Lampen von niedrigem Energiebedarf im Anfange auf, so dass die anfänglich niedrige Zahl der Watt pro Kerze sehr rasch über jene Werthe steigt, welche eine Lampe mit höherem Anfangsverbrauche nach gleicher Brenndauer aufweist.

Zur Feststellung dieser Thatsache hat C. Feldmann[1]) auf Veranlassung des Direktors F. Joly der städtischen Gas-, Wasser- und Elektricitätswerke zu Köln, am dortigen, mit Wechselstrom arbeitenden Elektricitätswerke eine Reihe von Lampen verschiedener Lampenfabriken eingehenden elektrischen und photometrischen Untersuchun-

[1]) C. Feldmann, Elektr. Zeitschr. 13, S. 667. 1892. — The Elektr. 30, S. 88. 1892.

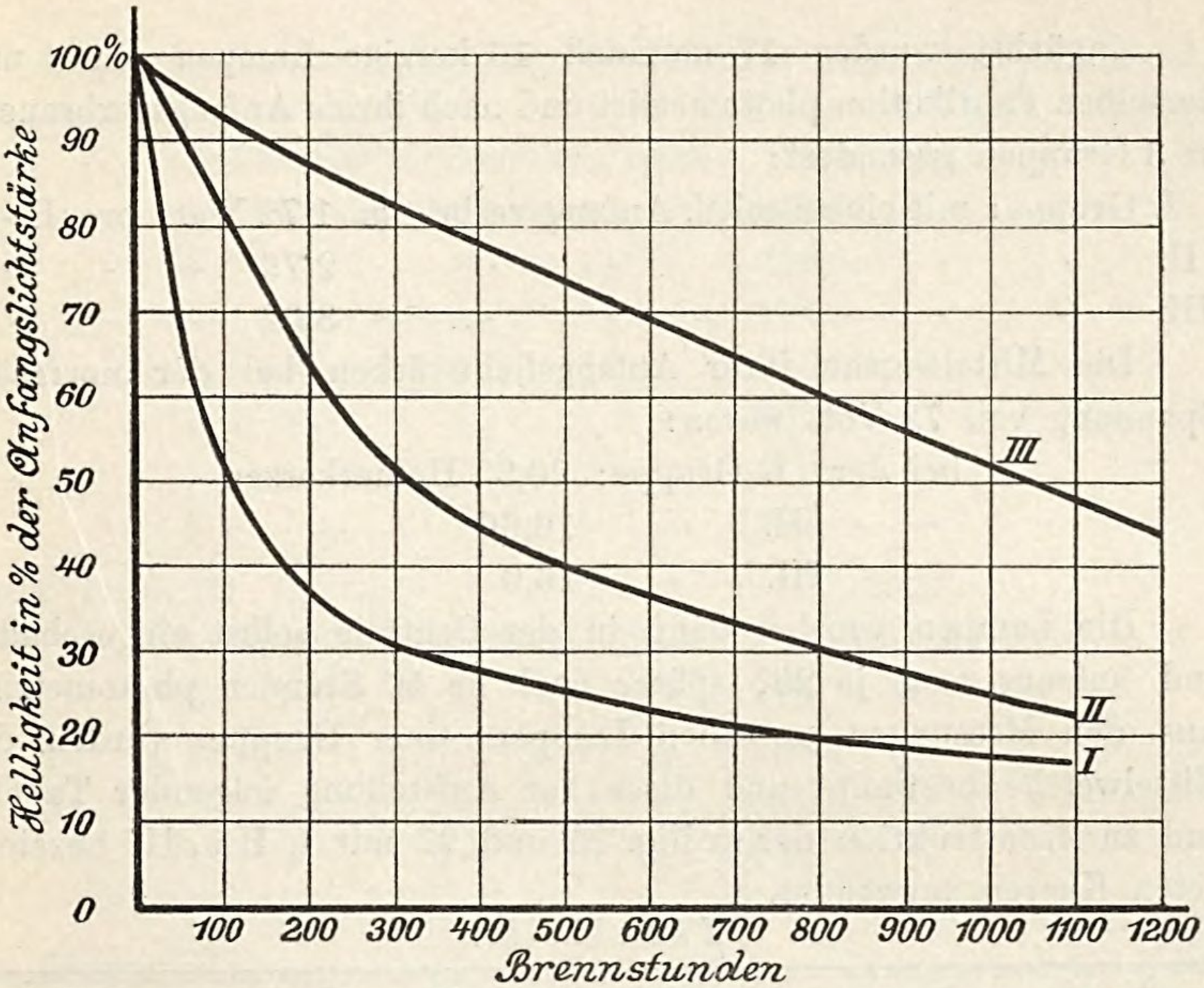


Fig. 26.

Abnahme der Helligkeit bei De Khotinsky-Lampen.

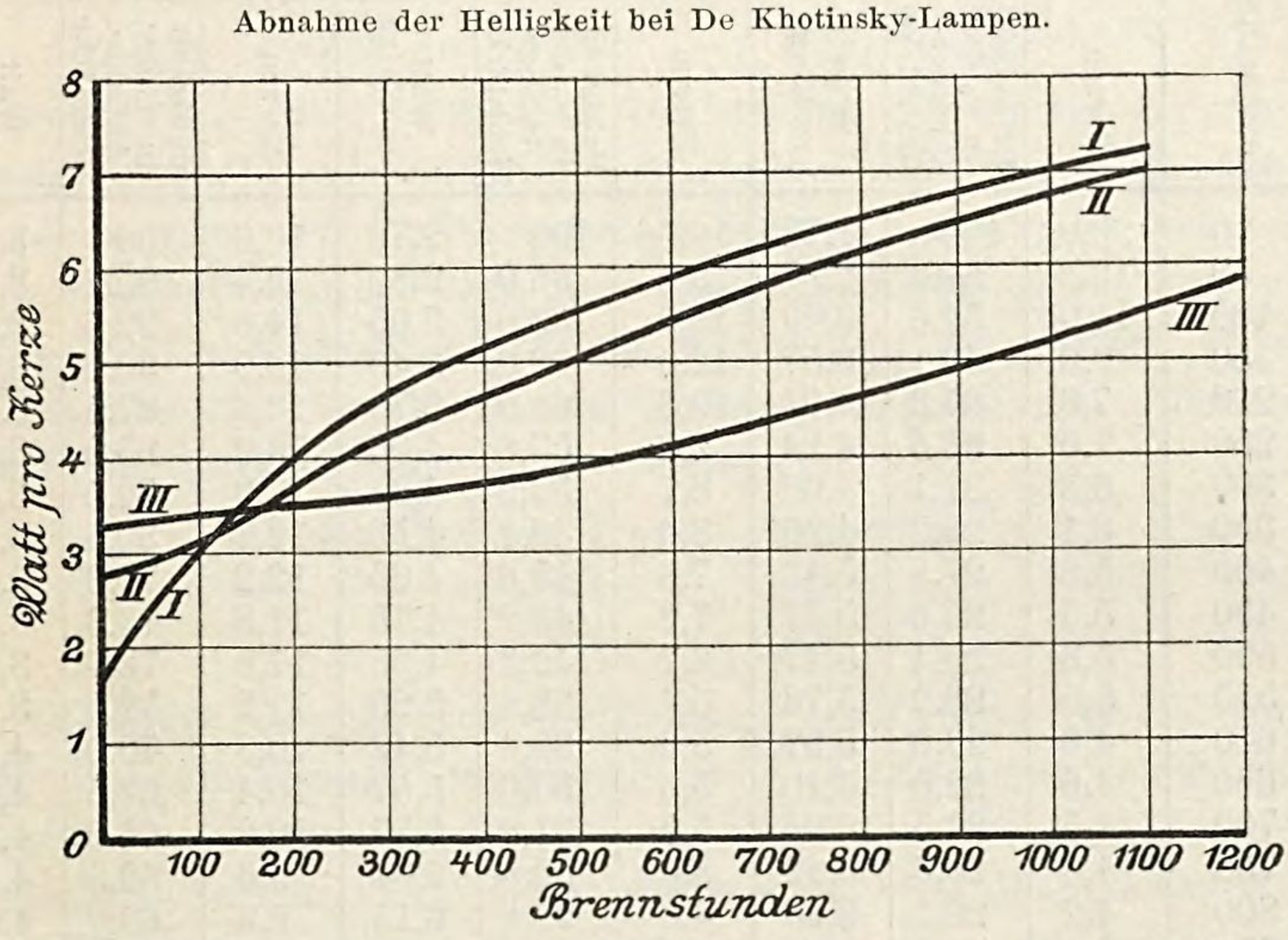


Fig. 27.

Zunahme der Watt pro Kerze bei de Khotinsky-Lampen.

gen unterzogen, aus deren Ergebnissen als besonders charakteristisch die folgenden Daten mitgetheilt werden mögen.

Zunächst wurden 17 nominell 16 kerzige Lampen einer und derselben Fabrikation photometrirt und nach ihrem Anfangsverbrauche in 3 Gruppen gesondert:

I. Gruppe: mit einem mittl. Anfangsverbr. von 1,72 Watt pro H.-K.
II. - - - - - - - 2,76 - - -
III. - - - - - - - 3,32 - - -

Die Mittelwerthe ihrer Anfangslichtstärken bei der normalen Spannung von 72 Volt waren:

bei der I. Gruppe: 20,9 Hefnerkerzen
- - II. - 16,66 -
- - III. - 16,0 -

Die Lampen wurden dann in der Centrale selbst eingeschaltet und anfangs nach je 25, später nach je 50 Stunden photometrirt. Aus den Messungen an allen Lampen einer Gruppe wurden die Mittelwerthe bestimmt und diese zur Aufstellung folgender Tabelle und zur Konstruktion der in Fig. 26 und 27 mit I, II u. III bezeichneten Kurven verwendet.

Tabelle 28.

Brennstunden	Gruppe I			Gruppe II			Gruppe III		
	Kerzen	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	Watt pro Kerze	Kerzen	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	Watt pro Kerze	Kerzen	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	Watt pro Kerze
0	20,9	100	1,72	16,66	100	2,76	16,0	100	3,32
50	13,5	64,6	2,57	15,5	93,0	2,85	15,4	96,2	3,35
100	11,0	52,6	3,09	13,9	83,6	3,05	14,8	92,5	3,39
150	9,0	43,1	3,57	12,0	72,0	3,40	14,0	90,0	3,41
200	7,8	37,3	4,04	10,8	65,0	3,70	13,6	87,5	3,50
250	7,0	33,5	4,24	9,8	57,8	4,03	13,2	85,0	3,56
300	6,5	31,1	4,68	8,7	52,2	4,25	12,9	82,5	3,63
350	6,1	29,2	4,90	8,0	48,1	4,53	12,7	80,5	3,68
400	5,8	27,8	5,13	7,6	45,6	4,60	12,2	79,3	3,70
450	5,5	26,3	5,37	7,2	43,2	4,75	11,8	76,3	3,82
500	5,3	25,4	5,47	6,7	40,3	4,95	11,5	73,7	3,92
550	5,0	23,9	5,78	6,4	38,4	5,25	11,2	72,0	3,98
600	4,8	23,0	5,97	5,9	35,4	5,42	10,8	70,0	4,17
650	4,6	22,0	6,10	5,6	33,6	5,57	10,4	67,5	4,27
700	4,5	21,5	6,23	5,2	31,2	5,77	10,0	65,0	4,33
750	4,3	20,6	6,42	5,0	30,0	6,04	9,6	62,5	4,48
800	4,2	20,1	6,63	4,8	28,8	6,15	9,3	60,0	4,64
850	4,0	19,2	6,72	4,6	27,6	6,20	9,0	58,2	4,77
900	3,9	18,8	6,84	4,5	27,1	6,45	8,7	56,3	4,90
950	3,9	18,6	6,9	4,2	25,3	6,60	8,3	54,3	5,03
1000	3,8	18,2	7,0	4,0	24,1	6,76	8,0	51,9	5,20
1100	3,6	17,2	7,3	3,8	22,8	7,0	7,7	48,2	5,50
1200	—	—	—	—	—	—	7,0	43,7	5,85

Fügen wir zur vorangegangenen Tabelle noch hinzu, dass von Gruppe I:

2	Lampen	ausbrannten	nach	16 Stunden
1	Lampe	ausbrannte	-	45 -
1	-	-	-	130 -
1	-	-	-	176 -
1	-	-	-	246 -
1	-	-	-	302 -
1	-	-	-	370 -
1	-	-	-	1130 -

von Gruppe II:

1	Lampe	ausbrannte	nach	110 Stunden
1	-	-	-	212 -
1	-	-	-	246 -
1	-	-	-	281 -
1	-	-	-	400 -
1	-	-	-	1080 -

von Gruppe III:

1	Lampe	ausbrannte	nach	370 Stunden
2	Lampen	noch leben	-	1500 -

so erkennen wir, dass zwar auch bei Lampen mit anfangs niedrigem Energieverbrauche die absolute Lebensdauer eine hohe sein kann, dass aber gegen das Ende derselben eine so bedeutende Abnahme der Leuchtkraft eintritt, dass diese Lampen unmöglich bis nahe zur Grenze der Lebensdauer ausgenützt werden können. Setzen wir als das Minimum der Leuchtkraft 50 % der Anfangslichtstärke fest, so beträgt die entsprechende Brennstundenzahl

bei der	Gruppe	I	etwa	110 Stunden
-	-	II	-	325 -
-	-	III	-	1050 -

Abgesehen davon, dass die Lampen der Gruppe III viel langsamer ihre Leuchtkraft verlieren, erreichen sie schon nach etwa 150 Stunden gleiche Oekonomie mit denen der Gruppen I und II, um nach Ueberschreitung dieses Werthes so viel ökonomischer zu arbeiten als die anderen Gruppen, dass sie erst nach etwa 1100 Stunden jene Oekonomie erreichen, welche die Lampen der Gruppe I nach etwa 500, jene der Gruppe II nach etwa 620 Stunden besitzen. (Vergl. Fig. 27.)

Die dargelegten Verhältnisse entspringen nicht etwa einer besonderen Eigenschaft der untersuchten Lampen, sondern zeigen sich auch deutlich beispielsweise in den von dem Hause Siemens & Halske in Berlin veröffentlichten Ergebnissen von Untersuchungen an Lampen sowohl eigener als fremder Fabrikation.

Nach denselben beanspruchten Glühlampen mit dem Anfangsverbrauche von nominell $1^1/_2$, 2 und $2^1/_2$ Watt im Verlaufe der Brenndauer folgende Energiemengen pro Kerzenstärke:

Tabelle 29.

Brennstunden	Watt pro Kerze		
0	1,52	2,01	2,51
5	1,91	2,03	
10	2,43	2,24	2,52
15	2,81	2,38	
20	3,19	2,48	2,52
25	3,40	2,57	
30	3,77	2,71	2,52
35	4,07	2,91	
40	4,15	2,98	2,55
45	4,25	3,03	
50	4,45	3,06	2,69
55	4,46	3,25	
60		3,46	2,71
65		3,51	
70		3,65	2,79
75		3,67	
80		3,83	2,89
85		3,93	
90		3,99	3,01
95			3,09
100			3,22
110			3,26
120			3,30
130			3,53
140			3,58
150			

Die aus diesen Daten konstruirten Kurven (Fig. 28) zeigen dieselben Eigenschaften, wie die aus Feldmann's Versuchen abgeleiteten. Man erkennt das Ansteigen aller Kurven, die ausserordentlich rasche Zunahme der Watt pro Kerzenstärke für die Lampen mit niedrigstem Anfangsverbrauche und die Vortheile, welche die Verwendung relativ höherwattiger Lampen bieten muss, sobald die Brenndauer über 20 Stunden beträgt.

Es lässt sich sonach durchaus nicht behaupten, wie es öfters geschieht, dass man mit Glühlampen von geringerem als dem bisher gebräuchlichen Energiebedarfe unbedingt eine Ersparniss erzielt. Man muss vielmehr unter Berücksichtigung aller Nebenumstände von Fall zu Fall untersuchen, ob die Anwendung der Lampen mit geringem Anfangsverbrauche zu verwerfen sei oder nicht. Zu empfehlen wird sie nur in seltenen Fällen sein, und zwar hauptsächlich da, wo die Installation einen mehr provisorischen Charakter trägt, und mit geringer Betriebskraft auf kurze Zeit ein bedeutender Lichteffekt erzielt werden soll.

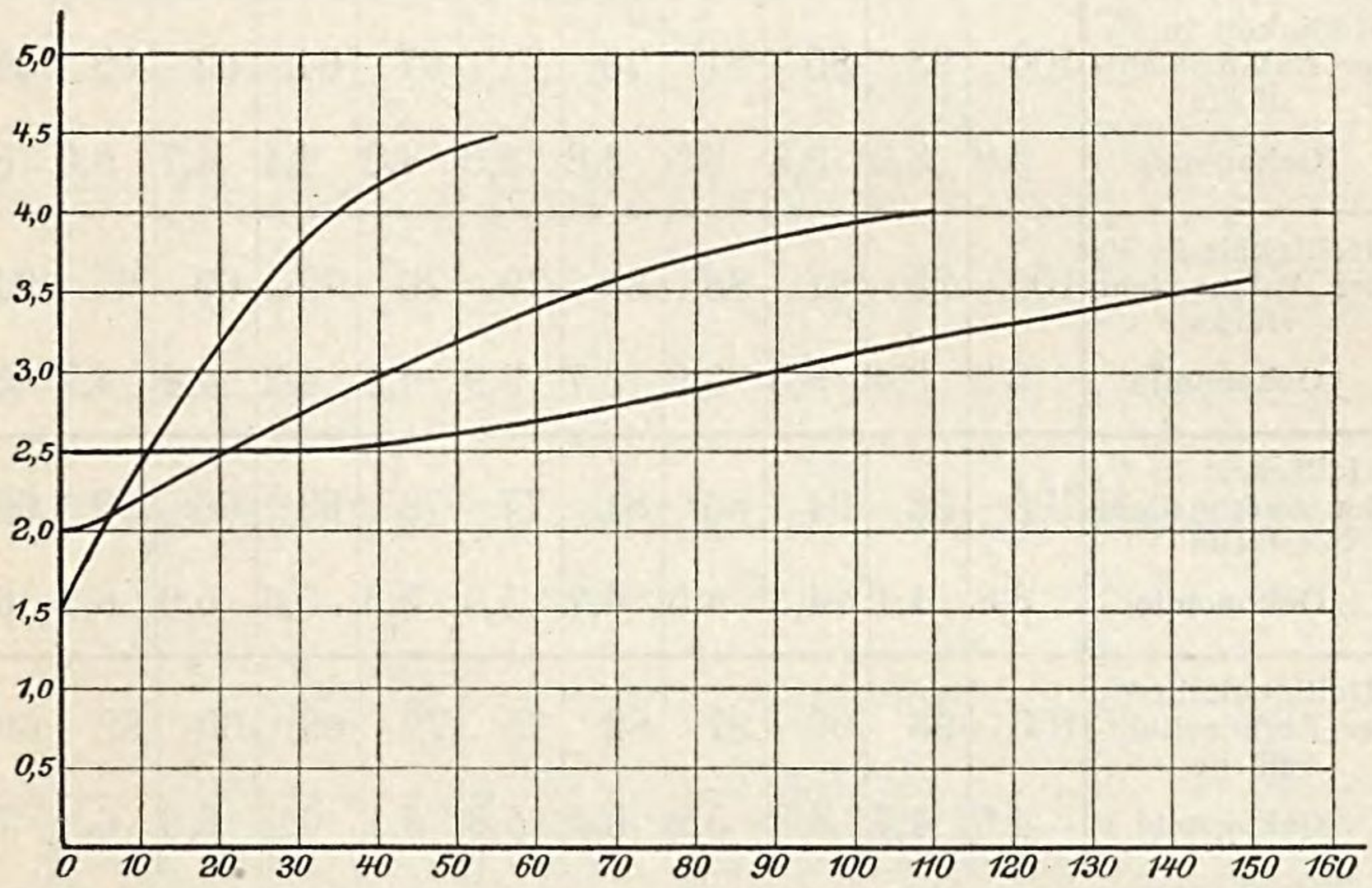


Fig. 28.
Versuche von Siemens & Halske über die Zunahme der Watt pro Kerze mit wachsender Brenndauer.

Im Allgemeinen sind nach dem heutigen Stande der Glühlampenfabrikation Lampen der üblichen Art mit etwa 3—3,5 Watt Anfangsverbrauch pro Normalkerze in den meisten Fällen vorzuziehen.

In überzeugendster Weise gelangt man zu dieser Ansicht, wenn man die Mittelwerthe aller Versuche nimmt, welche Thomas, Martin und Hassler[1]), Haubtmann[2]) und Feldmann angestellt haben. Diesen Versuchen wurden im Ganzen mehr als 500 Lampen unterzogen, welche 49 verschiedenen Typen entsprechen, 28 verschiedenen Fa-

---

[1]) Thomas, Martin und Hassler, The Electr. *29*, S. 330. 1892.
[2]) Ch. Haubtmann, L'Electricien *4*, S. 200. 1892.

briken entstammten und zum Theil in Amerika, zum Theil in Deutschland, England, Frankreich, Holland, Italien, Oesterreich-Ungarn und der Schweiz hergestellt worden waren.

Tabelle 30.

Brenndauer in Stunden		0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000	1100	1200
Anfangsverbrauch: 2,0—2,5 Watt pro Kerze	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	100	84	70	59	53	48	45	41	39	38	37	36	35
	Oekonomie	2,4	2,8	3,3	3,7	4,2	4,6	4,8	5,2	5,3	5,5	5,7	5,7	5,8
2,5—3,0 Watt pro Kerze	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	100	93	85	81	76	71	67	64	62	59	56	53	50
	Oekonomie	2,9	3,0	3,3	3,5	3,8	4,0	4,2	4,4	4,7	5,0	5,3	6,0	6,3
3,0—3,5 Watt pro Kerze	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	100	95	91	88	84	79	76	72	69	67	64	62	59
	Oekonomie	3,3	3,4	3,5	3,6	3,7	3,9	4,1	4,2	4,4	4,7	5,0	5,4	5,6
3,5—4,0 Watt pro Kerze	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	100	96	91	86	81	77	73	69	66	63	60	58	56
	Oekonomie	3,8	4,1	4,3	4,5	4,7	5,0	5,3	5,6	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7
über 4.0 Watt pro Kerze	Helligkeit in % der Anfangslichtstärke	100	96	92	87	82	75	72	68	65	62	60	58	56
	Oekonomie	4,5	4,7	4,9	5,2	5,4	5,8	6,1	6,4	6,8	6,9	7,0	7,1	7,1

Trägt man die dieser Tabelle entnommenen Werthe graphisch auf, so erkennt man (Fig. 29 und 30), dass von den untersuchten 49 Sorten jene sechs, deren mittlerer Anfangsverbrauch 3,3 Watt pro Kerze war, sich sowohl in Bezug auf Konstanz der Leuchtkraft, als auch in Bezug auf die Zunahme des Energieverbrauches pro Kerze als die günstigsten erweisen. Die Lampen mit einem Anfangsverbrauche von 3,5—4,0 und über 4,0 Watt pro Kerze sind in Bezug auf die relativ geringe Helligkeitsverminderung den günstigsten Lampen nahezu gleichwerthig; da aber ihre Oekonomie sich procentuell ebenso verändert wie jene der besten Lampensorten, so wird man bei ihrer Verwendung nur einen hohen Energieverbrauch ohne ein entsprechendes Aequivalent haben.

Zu der vorstehenden Tabelle ist nur noch zu bemerken, dass die Uebereinstimmung zwischen den von Feldmann mit Wechsel-

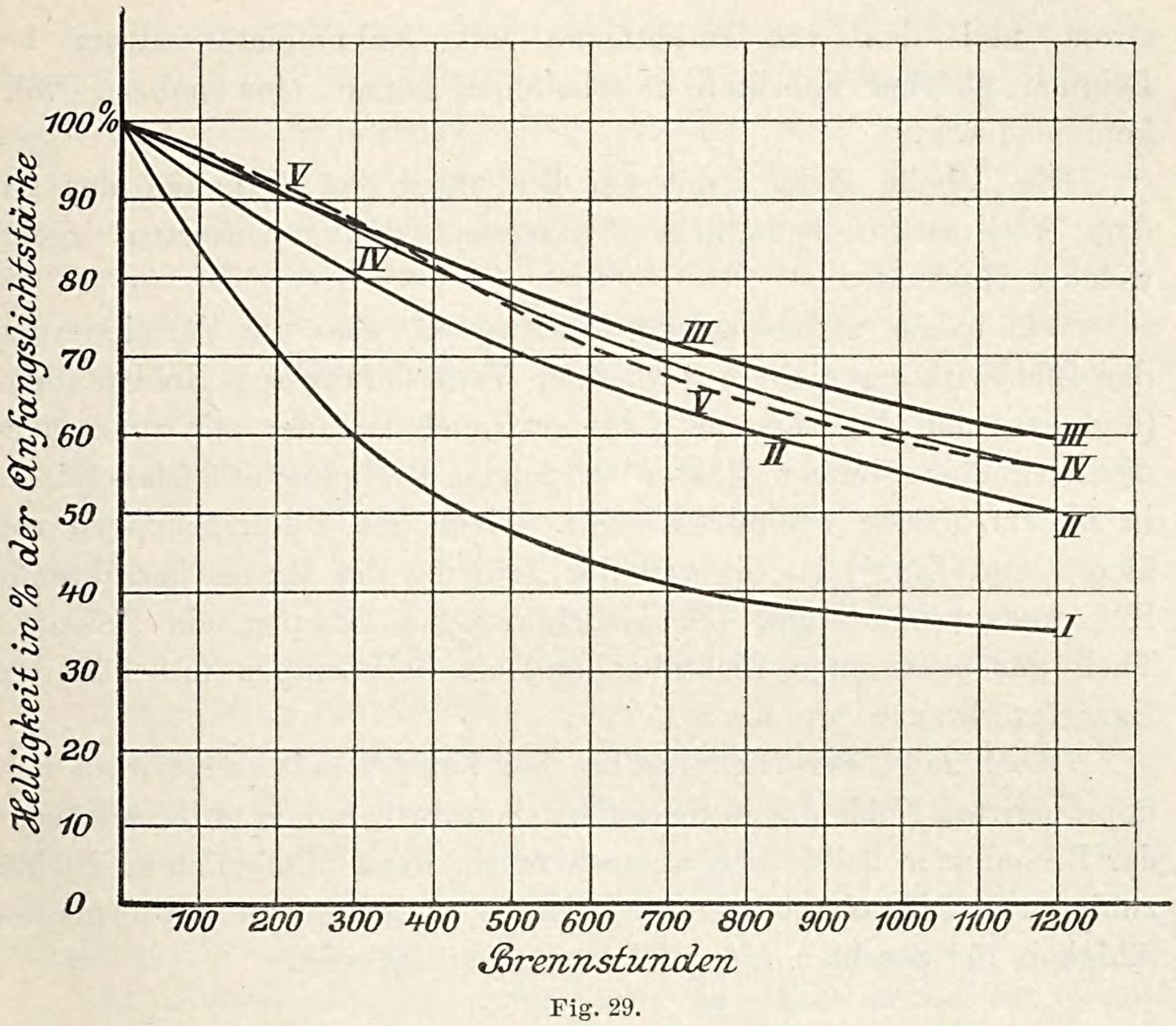


Fig. 29.
Abnahme der Helligkeit bei modernen Glühlampen.

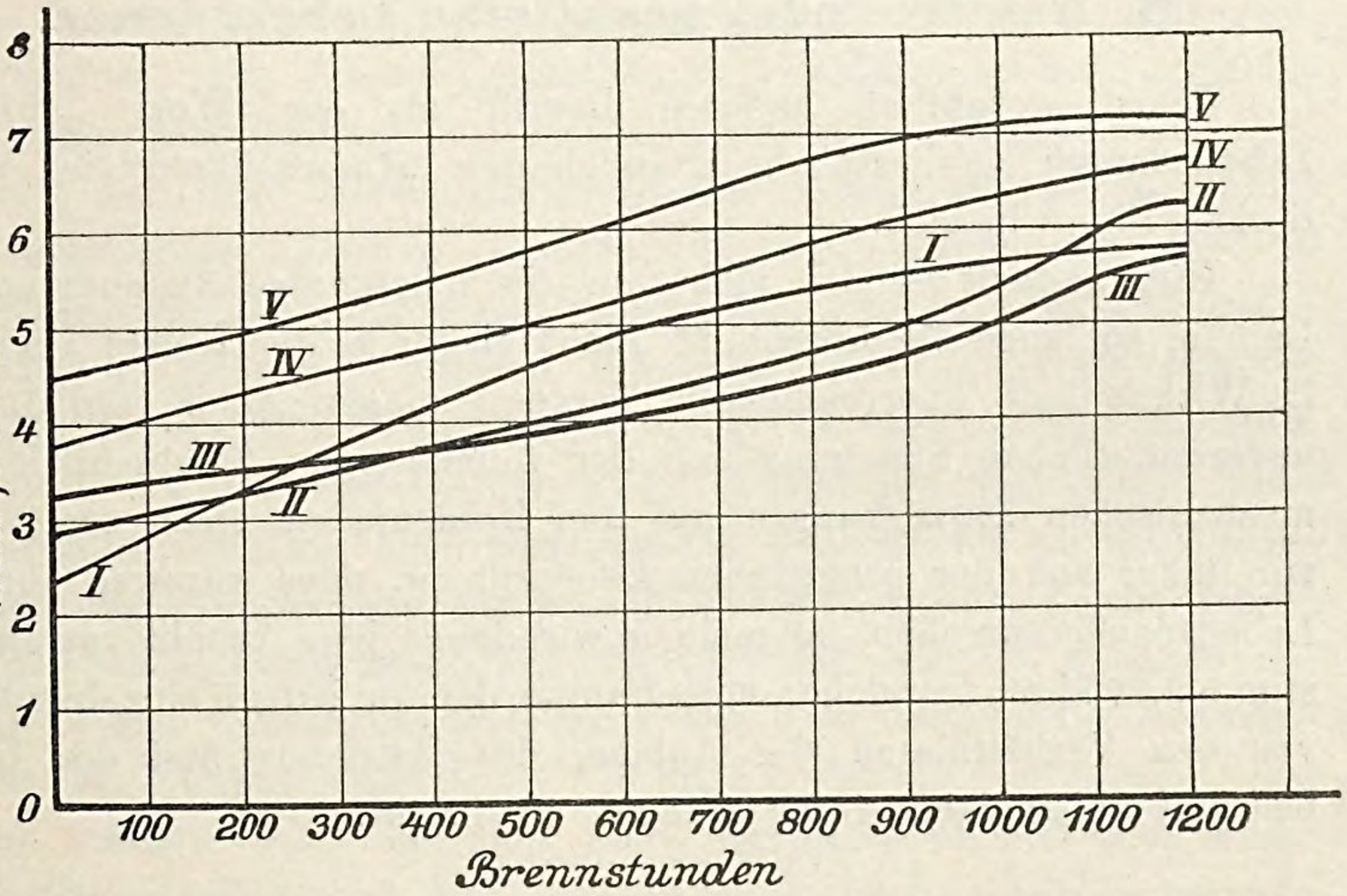


Fig. 30.
Zunahme der Watt pro Kerze bei modernen Glühlampen.

strom und den von Haubtmann mit Akkumulatorenstrom bei Lampen gleicher Fabrikation erhaltenen Daten eine nahezu vollkommene war.

Die Tabelle giebt somit ein Bild über das Verhalten der auf dem Weltmarkte befindlichen besseren Glühlampensorten irgend welcher Herkunft.

Wir haben vorher darauf hingewiesen, dass die Verminderung der Lichtwirkung nicht nur von der Veränderung des Kohlenfadens (und eventuell des Vacuums), sondern auch von der mit zunehmender Brenndauer immer dichter werdenden Belegung des Glasgefässes in hohem Maasse beeinflusst wird. Nach den Untersuchungen von Moore und Ling[1]) ist die von der Trübung des Glases herrührende Helligkeitsverminderung bei niedrigwattigen Lampen ein grösserer Theil der gesammten Lichtabnahme, als bei Lampen mit höherem Energieverbrauch pro Kerze.

Dabei zeigt der Niederschlag bei Lampen mit präparirten und unpräparirten Kohlenfäden denselben Charakter, indem er bei wachsender Brenndauer bei beiden anfangs rasch, dann allmählich an Dichte zunimmt und für eine bestimmte Brenndauer die gleiche Absorptionsfähigkeit für Strahlen aller Wellenlängen aufweist.

8. Relative oder praktische Lebensdauer.

Einen wesentlich anderen Begriff als das Wort „absolute Lebensdauer“ schliesst die Bezeichnung „Lebensdauer“ im praktischen Sinne in sich.

Hier handelt es sich nicht um die vollständige Ausnutzung der Lampe, so lange sie überhaupt Licht giebt; weiter treffen auch die in Wirklichkeit unerreichbaren Voraussetzungen einer vollkommen unveränderlichen Spannung und der vollständigen Abwesenheit aller mechanischen Einwirkungen auf den Kohlenfaden nicht zu. Wenn wir daher von der praktischen Lebensdauer, oder kurzweg von der Lebensdauer sprechen, so meinen wir damit jene Anzahl von Brennstunden, während welcher eine Lampe den in jedem einzelnen Falle von den Verhältnissen der Anlage, des Betriebes und des Lichtbedarfes abhängigen Anforderungen entspricht.

---

[1]) Edw. L. Nichols, The Electrician *29*, p. 676. 1892.

Die Leuchtkraft wird nach einer gewissen Anzahl von Brennstunden auf eine Stufe gesunken sein, welche in der einen Beleuchtungsanlage, oder in einem Punkte derselben, noch genügt, während sie in einer anderen Anlage, oder auch in einem anderen Punkte einer und derselben Anlage, bereits unzureichend sein kann und daher eine Auswechselung der Lampen erfordert. In beiden Fällen ist demnach die in Rechnung zu ziehende Lebensdauer eine andere, wenngleich die thatsächliche Haltbarkeit der Lampen ganz dieselbe sein kann.

Die Lebensdauer bezieht sich auch nicht auf eine einzige, ganz bestimmte Lampe, für welche sie ja unter ganz besonders günstigen Verhältnissen eine sehr hohe, oder infolge ungünstiger Umstände eine sehr niedere sein kann, sondern bedeutet lediglich einen von den jeweiligen Verhältnissen abhängigen, für eine grosse Anzahl von Lampen geltenden Mittelwerth.

Die Höhe der praktischen Lebensdauer ist, gleichwie die der absoluten, von den Dimensionen und Eigenschaften des Kohlenfadens und dem Grade der Luftverdünnung im Glasgefässe abhängig. Ausserdem wirken auf dieselbe aber noch die Oekonomie und die Betriebsverhältnisse in ausschlaggebendem Maasse ein.

Den Einfluss der Oekonomie auf die Höhe der Lebensdauer haben wir bereits im Voranstehenden kennen gelernt, und wir haben gesehen, dass Oekonomie und Lebensdauer zu einander im Gegensatze stehen. Der genaue Zusammenhang zwischen beiden ist jedoch noch nicht festgestellt.

Bei der Wahl einer Lampenart für einen bestimmten Zweck wird man beide Faktoren in Rechnung ziehen, und zwar wird es ganz von den in jedem Falle besonderen Verhältnissen abhängen, welchem der beiden Faktoren man einen überwiegenden Einfluss einräumt. Für ganz kleine, z. B. fünf- bis zehnkerzige Lampen wird man auf eine hohe Oekonomie verzichten, weil sonst deren Lebensdauer bei den ohnehin schwachen Kohlenfäden unverhältnissmässig erniedrigt werden würde. In Anlagen, in welchen ein grosser Aufwand an Leitungsmaterial nothwendig ist, oder in welchen die Betriebskosten sehr hoch sind, wird man eine möglichst hohe Oekonomie der Lampen anstreben. Es darf hiebei jedoch niemals vergessen werden, dass eine sehr hohe Anfangsökonomie noch keine Ersparniss gewährleistet, und man daher in dem genannten Streben nicht immer bis zur äussersten Grenze gehen darf. Jedenfalls kann

mit der stetigen Verminderung des Glühlampenpreises immer mehr Rücksicht auf eine hohe Oekonomie genommen werden. In den ersten Anfängen der Glühlichtbeleuchtung, als eine 16kerzige Glühlampe ungefähr 20 Mark kostete, betrug der Aufwand für die Neuanschaffung und den Ersatz der Glühlampen eine hohe und ausschlaggebende Summe, so dass die Höhe der Lebensdauer einen sehr bedeutenden Faktor bildete; heute hingegen, da der Preis derselben Lampe bis auf 1 Mark heruntergesunken ist, tritt der Anschaffungspreis in vielen Fällen gegenüber der Bedeutung der Anlage- und Betriebskosten zurück.

Ein allgemeiner Grundsatz lässt sich natürlich in dieser Hinsicht nicht aufstellen; die Entscheidung wird sich vielmehr stets ganz nach den besonderen örtlichen Verhältnissen richten.

Neben der Oekonomie sind die Betriebsverhältnisse von grösstem Einfluss auf die Höhe der Lebensdauer. Namentlich ist es die Abweichung der Betriebsspannung von derjenigen, für welche die Lampe gebaut ist, welche die Höhe der Lebensdauer in ausschlaggebender Weise verändert. Ein Zahlenverhältniss, welches die Aenderung der Lebensdauer mit der Aenderung der Spannung ausdrücken würde, konnte bis heute noch nicht ermittelt werden. Für die alten Edison-Lampen wurde angegeben, dass die Höhe der Lebensdauer der 25. Potenz der Spannung umgekehrt proportional sei; neuere Untersuchungen lassen es wieder wahrscheinlich erscheinen, dass der Exponent dieser Potenz nur etwa acht ist. Gewiss ist nur, dass jede Erhöhung der Spannung über den normalen Werth die Lebensdauer empfindlich schädigt, während eine Erniederung dieselbe erhöht.

Wie bereits ausführlich erörtert wurde, befolgt die Leuchtkraft gerade den umgekehrten Gang. Ueber den Einfluss der Spannungsänderungen auf die Leuchtkraft sowohl, als auch auf die Lebensdauer giebt nachstehende Tabelle einen guten Aufschluss. In derselben bedeuten die Zahlen am Kopfe die normalen Lichtstärken, während die in der ersten Verticalreihe stehenden Zahlen jene Kerzenstärken bezeichnen, welche die Lampen bei der daneben verzeichneten Spannung liefern. Die besonders hervorgehobenen Rubriken entsprechen den normalen Betriebsbedingungen.

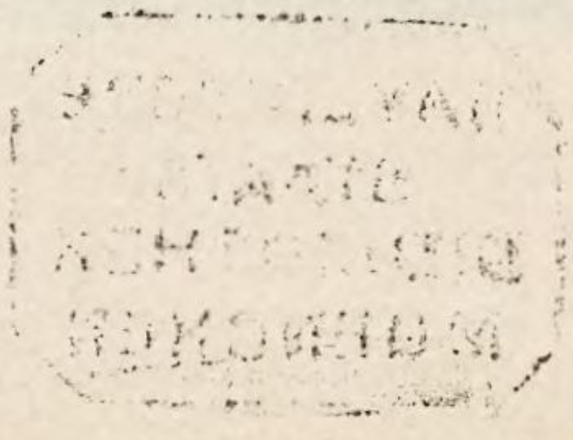


Tabelle 31.

Edison-Lampen zu 3,1 Watt pro Kerzenstärke.

N.K.	Leuchtkraft in Normalkerzen 16	20	24	32	50	100	
10	97,5 0,425 4,14 3400						Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
13	101,5 0,458 3,59 1400	98,5 0,54 4,1 2960					Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
16	105 0,473 3,1 600	101,6 0,573 3,60 1400	99 0,645 4,00 2600				Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
20	108,5 0,514 2,79 276	105 0,590 3,1 600	102,2 0,675 3,45 1200	97,5 0,851 4,15 3400			Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
24	111,3 0,513 2,73 138	108,5 0,625 2,80 270	105 0,708 3,1 600	100,7 0,881 3,70 1700			Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
32		113 0,66 2,33 96	110,5 0,738 2,254 171	105 0,942 3,1 600	98,4 1,33 4,10 3000		Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
50					105 1,48 3,1 600		Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden
75						100,5 2,75 3,7 1800	Volt Ampère Watt pro Kerze Lebensdauer in Stunden

Dieselben Verhältnisse werden durch die Kurven der Figur 31 veranschaulicht. Man ersieht aus dem Verlaufe der Kurven 16, 20, 24, 32, 50, dass eine relativ geringe Spannungserhöhung eine bedeutende Steigerung der Leuchtkraft und eine damit Hand in Hand gehende Abnahme des Verbrauches in Watt pro N.K. auf Kosten der Lebensdauer bewirkt. Deutlicher noch führt uns die oberste Kurve,

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

deren Abscissen die Brennstundenzahlen, und deren Ordinaten die in dem rechts gezeichneten Maassstabe aufgetragenen Werthe der Watt pro Kerzenstärke sind, die Zunahme der Lebensdauer mit wachsendem Verbrauche an Watt pro Kerzenstärke vor Augen, indem sie durch ihr rasches Abfallen gegen den Ordinatenwerth von 2 Watt pro N.K. und ihr allmähliches Ansteigen gegen den Ordinatenwerth von 4 Watt pro N.K. andeutet, dass die günstigsten Arbeitsbedingungen für die untersuchte Lampe jene Zwischenwerthe darstellen, welche bei dauerndem und billigem Betriebe nahe dem Grenzwerthe von 4 und bei theuerem Betriebe nahe dem von 2 Watt pro N.K. liegen.

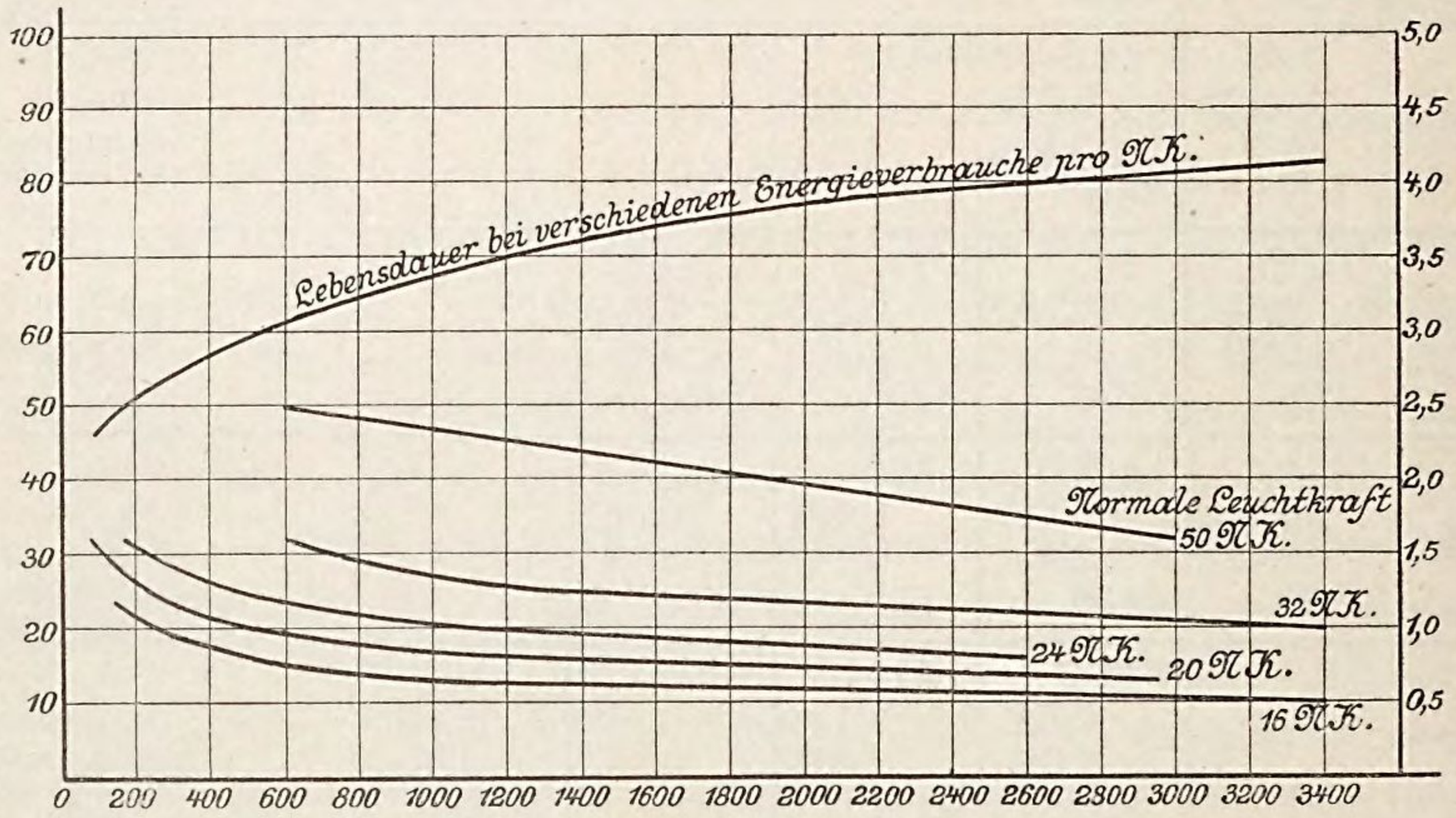


Fig. 31.
Lebensdauer und Leuchtkraft der Edisonlampen bei verschiedenen Spannungen.

Die Lebensdauer der Glühlampen wird in hohem Maasse von den Schwankungen in der Spannung und Stromstärke beeinflusst. Jede Ungleichheit in der Geschwindigkeit der Antriebsmaschinen, jeder Stoss einer Riemennaht trägt einen Theil zur Verminderung der Lebensdauer der Lampen bei. Die erste Anforderung an einen guten Glühlampenbetrieb ist daher die möglichste Gleichförmigkeit in dem Gange der stromerzeugenden Maschinen, beziehungsweise deren Antriebsmotoren.

Je nachdem dieser Anforderung in höherem oder geringerem Maasse genügt wird, stellt sich die Lebensdauer der Lampen einer und derselben Fabrikation höher oder niedriger.

Wenn daher verschiedene Glühlampenfabriken Garantien über die Lebensdauer der von ihnen gelieferten Lampen übernehmen, so liegt darin noch keine Gewähr für den Käufer, dass er in der That auf die von der Fabrik angegebenen Zahlen rechnen kann. Da nämlich in verschiedenen Betrieben den vollkommen strengen Bedingungen in ganz verschiedenen Annäherungsgraden Rechnung getragen werden kann, und da die nicht vorauszusehenden Abweichungen hiervon in jedem einzelnen Falle anderer Art sein werden, so wird es sich meistens gar nicht nachweisen lassen, ob und wie weit die bei den Garantien vorausgesetzten Bedingungen eingehalten worden sind, und es werden daher auch nur in seltenen Fällen erfolgreiche Ersatzansprüche gestellt werden können.

Die Schwankungen der Stromstärke ziehen entsprechende Schwankungen der Temperatur des Kohlenfadens nach sich, welche die Höhe der Lebensdauer beeinträchtigen. Diese Thatsache legt nun die Frage nahe, ob etwa die Anwendung von Wechselstrom zur Speisung der Lampen nicht einen ähnlichen Einfluss ausübt wie die sonstigen Schwankungen der Stromstärke. Wenn man jedoch bedenkt, dass die während der überaus kurzen Zeit eines Polwechsels ausgestrahlte Wärmemenge nur eine Temperaturverminderung hervorrufen kann, welche im Verhältnisse zur hohen Temperatur des Fadens ganz und gar verschwindet, so erkennt man, dass die Anwendung von Wechselstrom die Lebensdauer nicht beeinträchtigen kann. In der That haben auch überaus zahlreiche Versuche[1]) gezeigt, dass in der Anwendung von Gleich- oder Wechselstrom bezüglich der Lebensdauer sowohl, als auch des Wirkungsgrades kein Unterschied besteht. Von einem anderen Gesichtspunkt aus betrachtet, scheint es sogar, dass Wechselstrom eine geringere Abnutzung des Glühfadens verursacht als Gleichstrom.

Denn der mit dem Namen „Edison-Effekt“ bezeichneten Erscheinung, dass das Fortschleudern von Kohlentheilchen am negativen Schenkel des Fadens stärker auftritt als auf den übrigen Theilen desselben, muss eine einseitige Einwirkung zu Grunde liegen; sie kann also offenbar bei der Anwendung von Wechselstrom, wobei die Pole der Lampe beständig wechseln, nicht eintreten.

---

[1]) Rodet: El. Zeitschr. *12*, S. 561. 1890. F. Uppenborn, ebendaselbst.

9. Begriff der Leuchtkraft oder Lichtstärke.

Wir haben in den vorangegangenen Erörterungen immer nur kurzweg von Leuchtkraft oder Lichtstärke gesprochen, obwohl stets die sogenannte mittlere horizontale, und bei der Entwickelung des Begriffes „Wirkungsgrad“ die sogenannte mittlere sphärische Leuchtkraft der Glühlampe gemeint war.

Wir wollen nun diese Begriffe kurz erklären.

Die von dem Kohlenfaden einer Glühlampe ausgesandte Lichtstrahlung ist für die verschiedenen Richtungen nicht ganz gleichförmig vertheilt. Man muss deshalb eine Stellung der Lampe zum Photometerschirm als die Normalstellung willkürlich wählen, und hat damit auch die normale Leuchtkraft festgesetzt. Zweckmässig wird man die Normalstellung so wählen, dass ein geringer Fehler bei der Einstellung in diese Richtung eine möglichst geringe Aenderung der sich ergebenden normalen Leuchtkraft nach sich zieht.

Denken wir uns nun jene Stellung der Lampe, in welcher die Ebene der Schenkel ihres Kohlenfadens senkrecht zur Längsaxe der Photometerbank steht, als Normalstellung oder Normalrichtung bezeichnet, nennen wir ferner jenen Kreis, nach welchem das Glasgefäss durch eine in der halben Höhe des Kohlenfadens gelegene Horizontalebene geschnitten wird, den Aequator und jenen Punkt, in welchem die in der Normalrichtung verlaufende Axe der Lampe den Aequator schneidet, den Nullpunkt, so ergiebt uns die Messung der in der Normalrichtung ausgesandten leuchtenden Strahlung die normale Leuchtkraft.

Bestimmen wir den Mittelwerth aller für die verschiedenen Längengrade des Aequators sich ergebenden Leuchtkräfte, so erhalten wir die mittlere horizontale Leuchtkraft, und diese ist es auch, welche wir bei unseren früher erwähnten Messungen in Betracht gezogen haben.

Zum Begriffe der mittleren sphärischen Leuchtkraft gelangen wir am einfachsten, wenn wir die von Puffer[1]) angewendete Methode zur Bestimmung derselben betrachten.

Es wurden vorgenommen:

1 Beobachtung entsprechend dem Mittelwerth aus 4 Ablesungen am Nordpol für die Längengrade 0°, 45°, 90°, 135°.
4 Beobachtungen für die Länge 0° und unter 60°, 120°, 240°, 300° Breite
4 - - - - 90° - - 60°, 120°, 240°, 300° -

[1]) Puffer u. A. The Electr. *25*, S. 71. 1890.

4 Beobachtungen für die Länge 0° und unter 30°, 150°, 210°, 330° Breite
4 - - - - 45° - - 30°, 150°, 210°, 330° -
4 - - - - 90° - - 30°, 150°, 210°, 330° -
4 - - - - 135° - - 30°, 150°, 210°, 330° -
12 - am Aequator an um je 30° von einander entfernten Punkten
1 Beobachtung am Südpol, für welche jedoch die Leuchtkraft Null angenommen wird.

Durch Addition der diesen 38 Beobachtungen entsprechenden Werthe und Division der Summe durch die Anzahl der Beobachtungen erhält man schliesslich den Mittelwerth der nach allen Richtungen ausgesandten Leuchtkräfte, oder mit anderen Worten die mittlere sphärische Leuchtkraft.

Horizontal

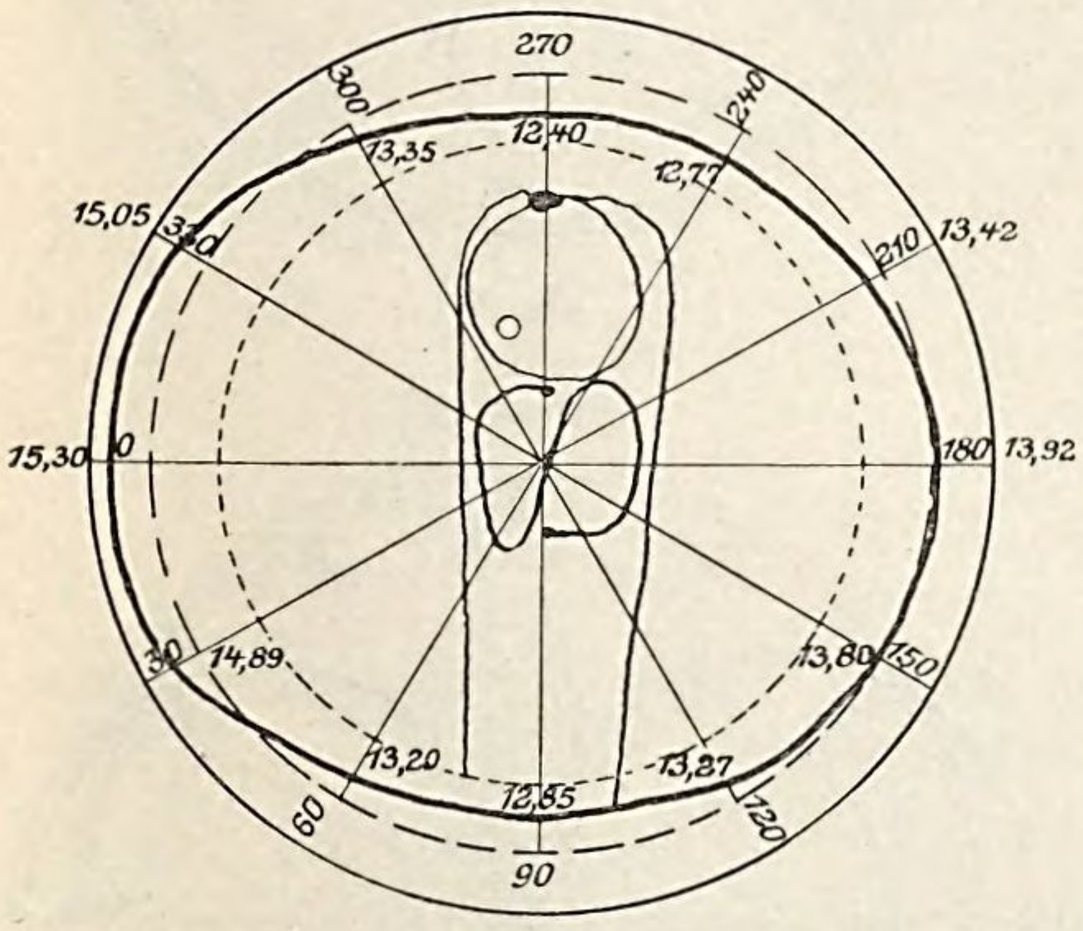


Fig. 32.
Leuchtkraft einer Swanlampe unter verschiedenen Richtungen.

Horizontal

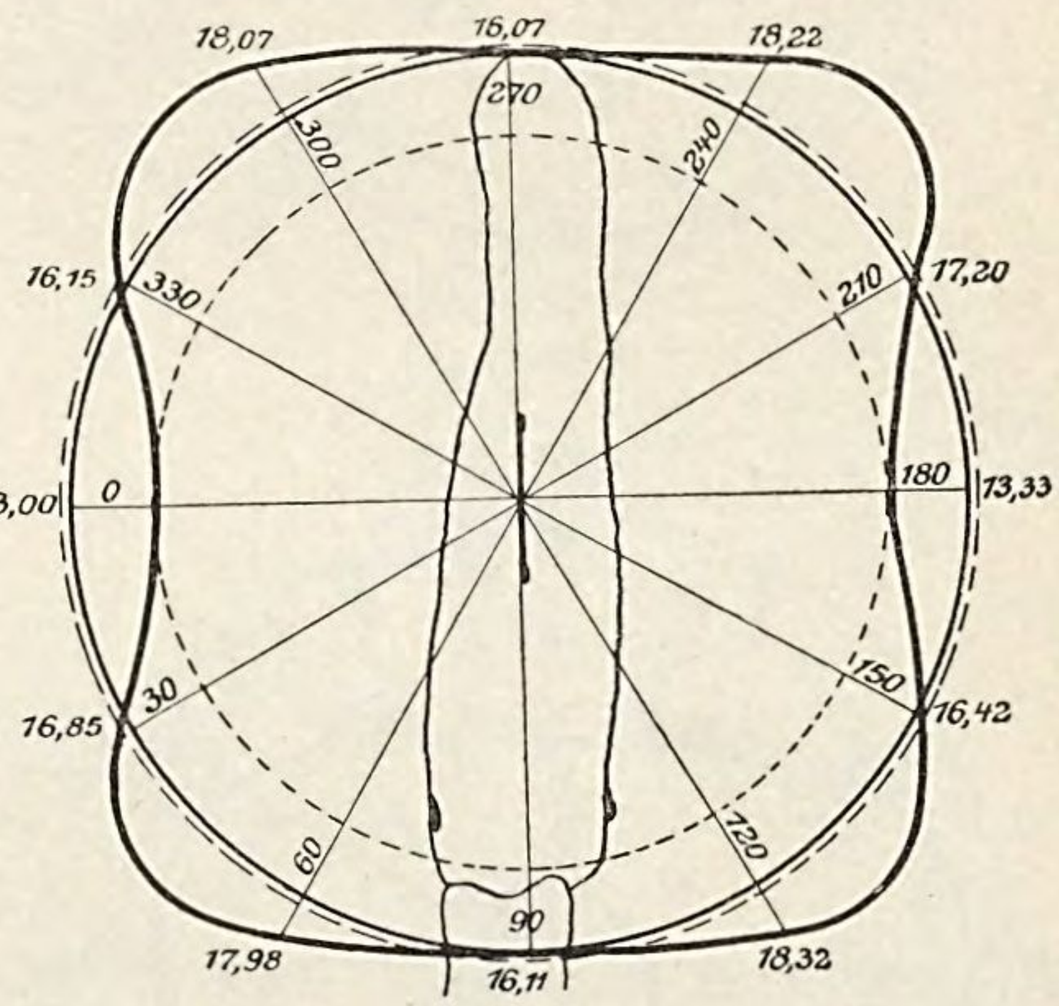


Fig. 33
Leuchtkraft einer Edisonlampe unter verschiedenen Richtungen

Der horizontale Reduktionsfaktor ist dann das Verhältniss der mittleren horizontalen zur normalen Leuchtkraft, der sphärische Reduktionsfaktor das Verhältniss der mittleren sphärischen zur normalen Lichtstärke.

Es ist ohne Weiteres klar, dass der horizontale Reduktionsfaktor stets grösser sein muss als der sphärische, da die Lampe in horizontaler Richtung am Aequator mehr Licht aussenden wird, als in höheren Breitengraden nach den übrigen Richtungen.

Die Figuren 32 und 33 zeigen den Verlauf der für die verschiedenen Längengrade des Aequators ermittelten Leuchtkräfte für eine

Edison- und eine Swanlampe, und die Kohlenfäden in ihren Relativlagen zum Photometer im Aufriss und Grundriss. Die übrigen 8 Figuren (Fig. 34 bis 41) beziehen sich auf die zur Ermittelung

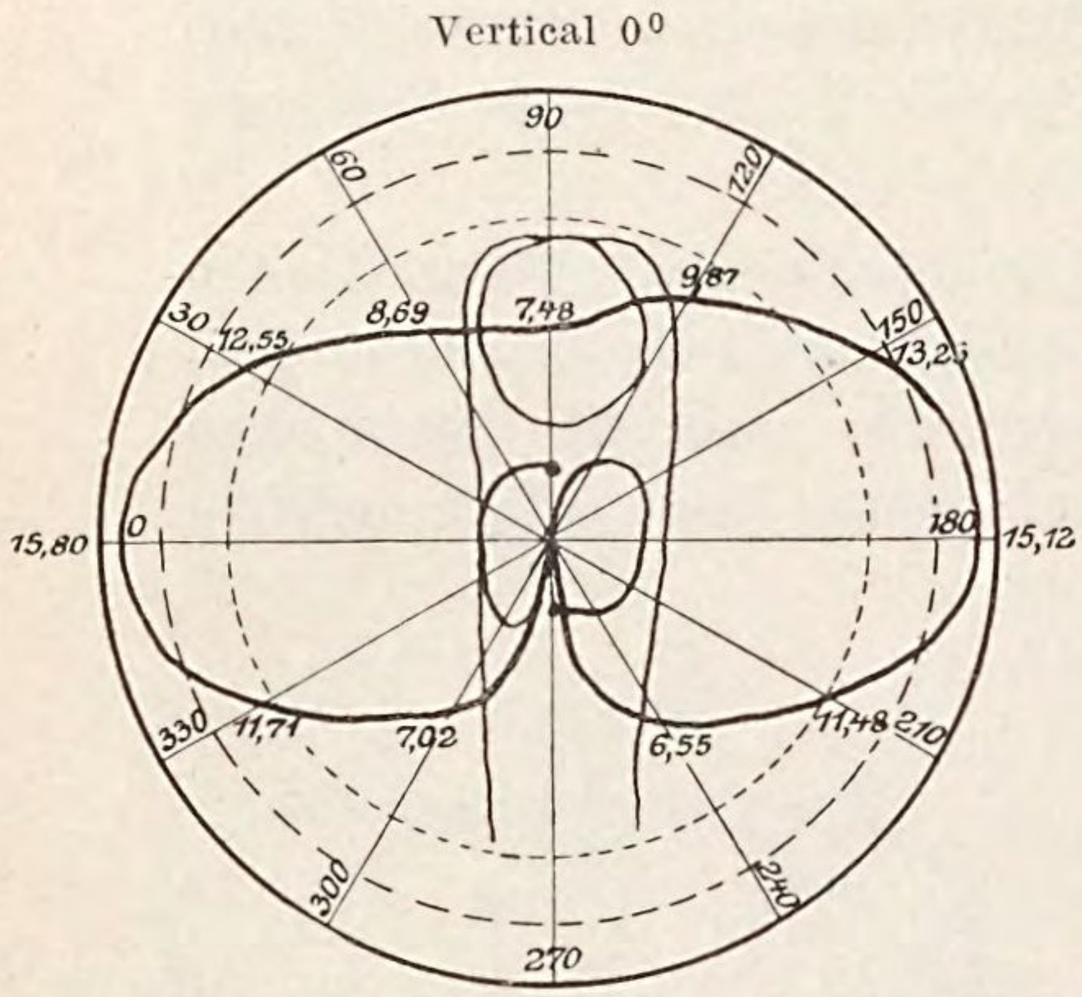


Fig. 34.

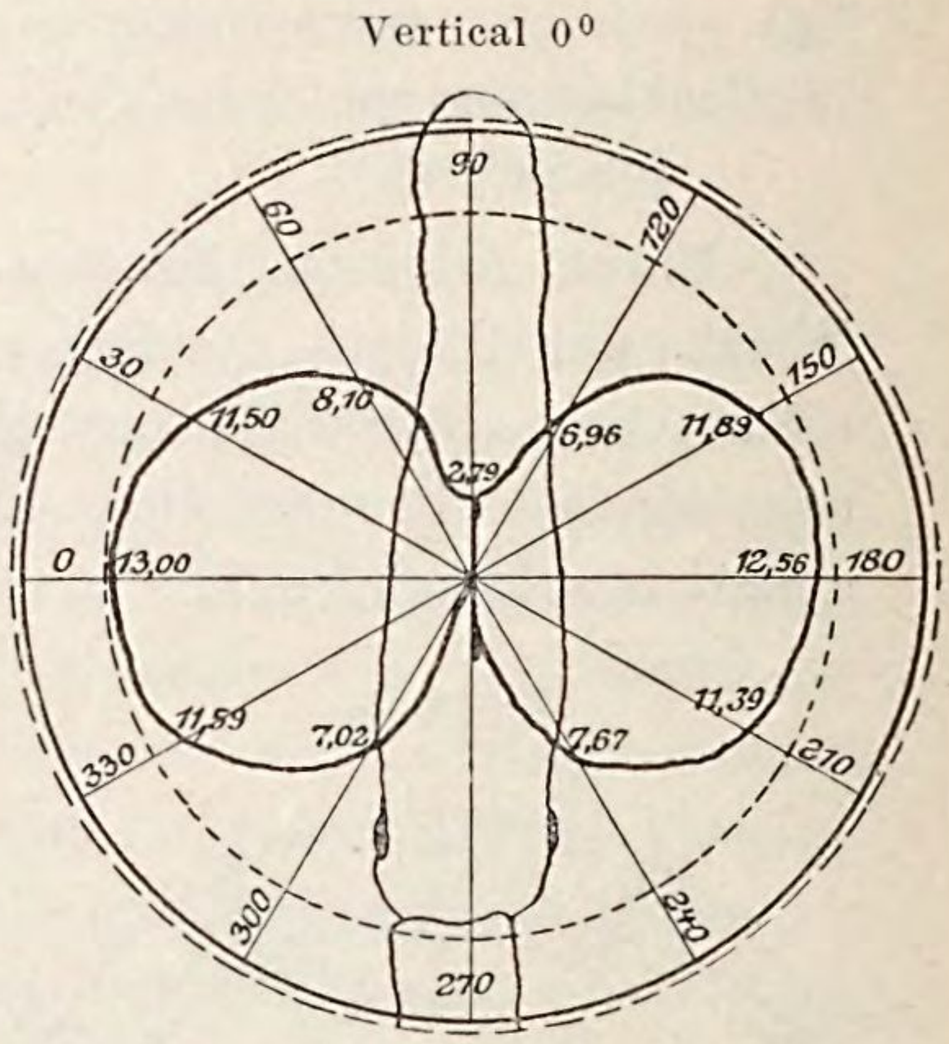


Fig. 35.

Vertical 45°

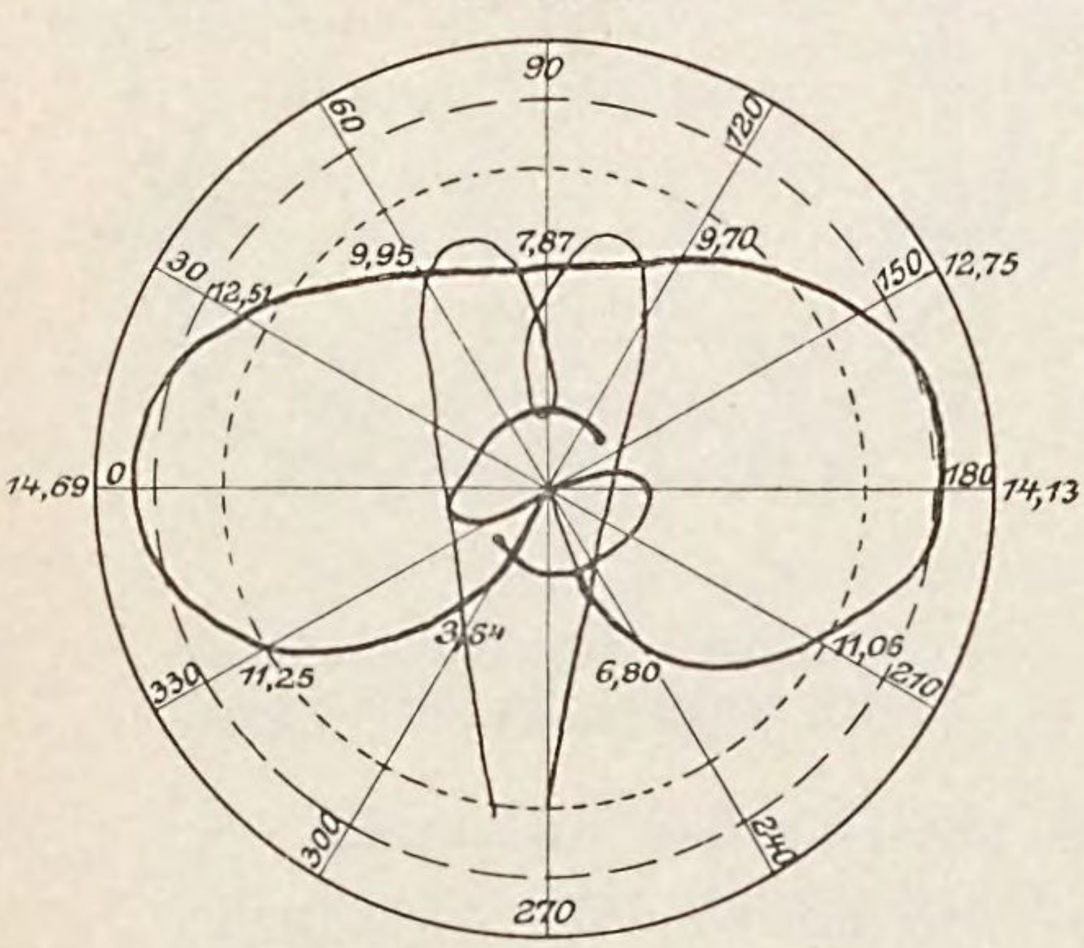


Fig. 36.
Leuchtkraft einer Swanlampe unter verschiedenen Richtungen.

Vertical 45°

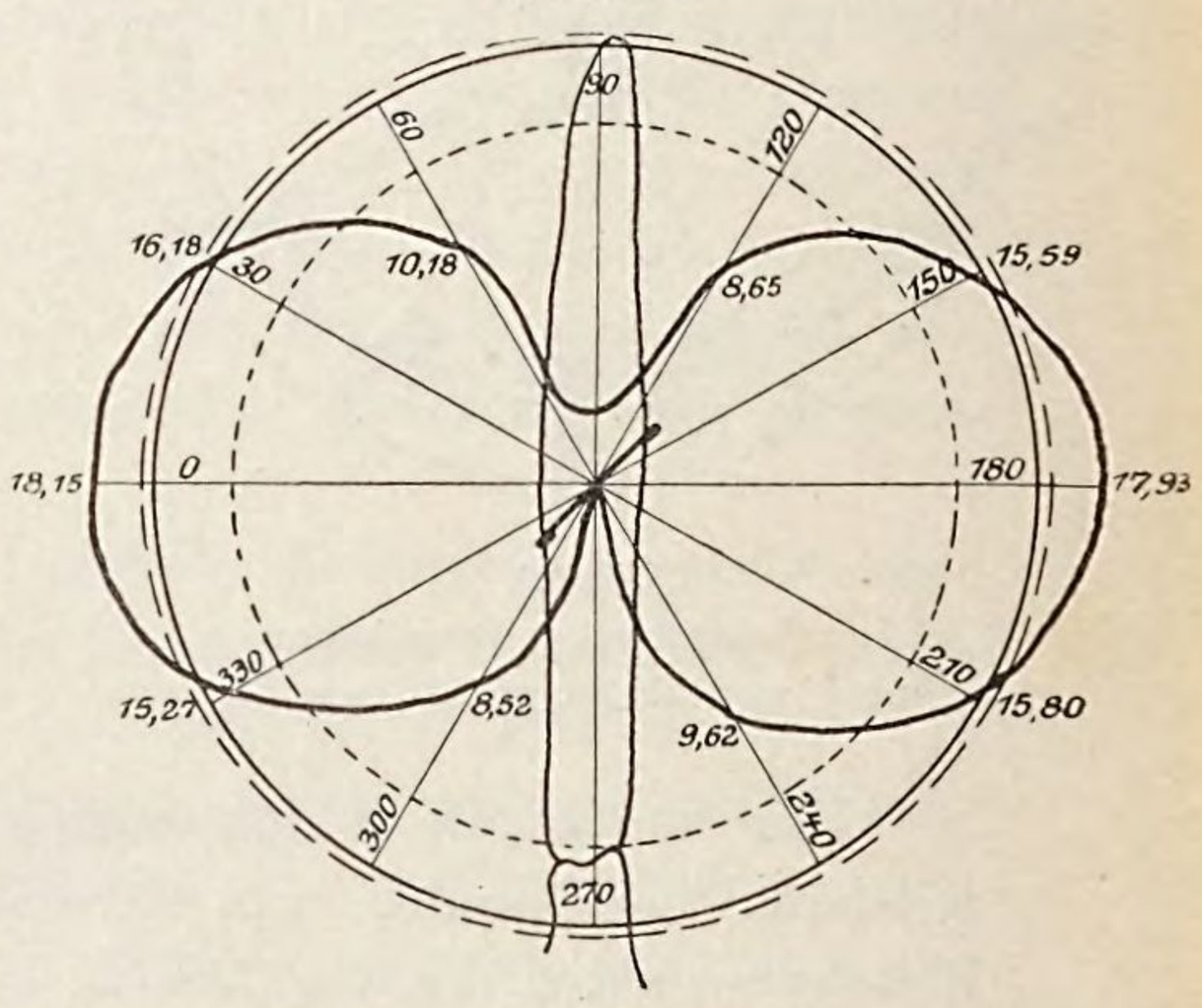


Fig. 37.
Leuchtkraft einer Edisonlampe unter verschiedenen Richtungen.

der sphärischen Helligkeit für die verschiedenen Meridiane vorgenommenen Messungen. Auch hier ist wieder die Stellung des Kohlenfadens in ähnlicher Weise eingezeichnet; ausserdem deuten die (——) Kreise die nominelle, die (– – –) Kreise die horizontale

und die (-------) Kreise die sphärische Leuchtkraft an, und schliesslich sind für jeden Meridian die für verschiedene Breitengrade ermittelten Leuchtkräfte dargestellt und durch eine lemniskatenartige Kurve verbunden. Der Flächeninhalt dieser Kurve im Vergleiche zu

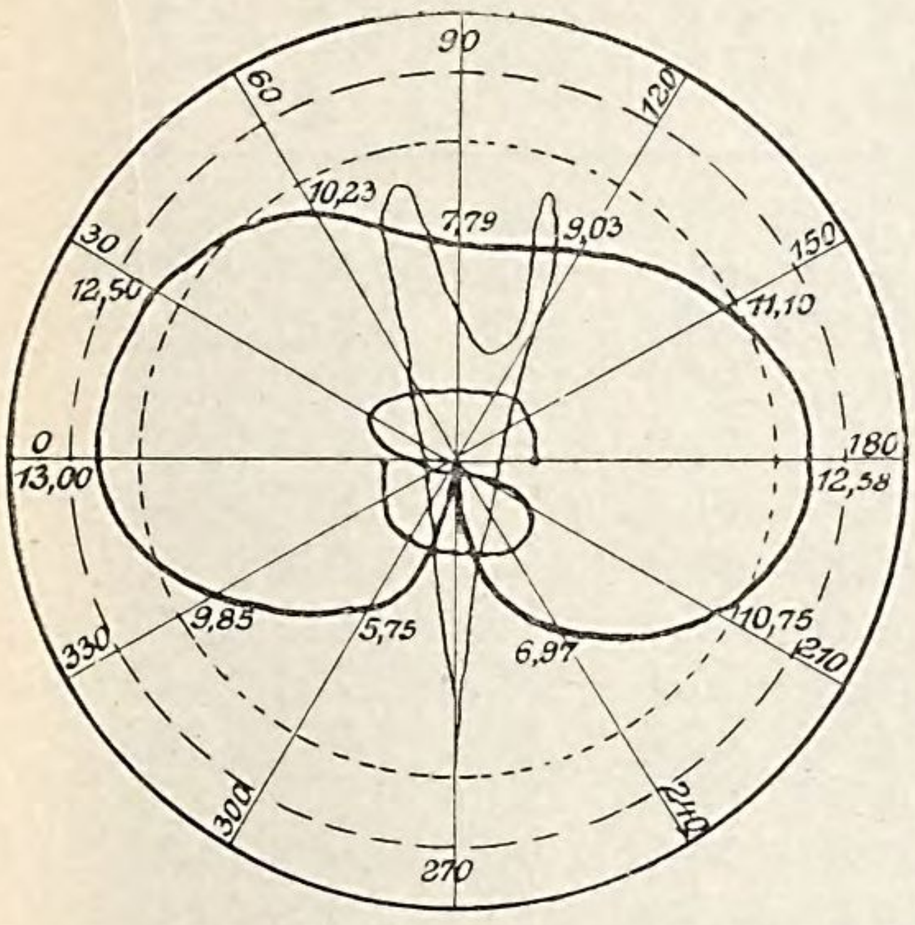


Fig. 38.

Vertical 90°

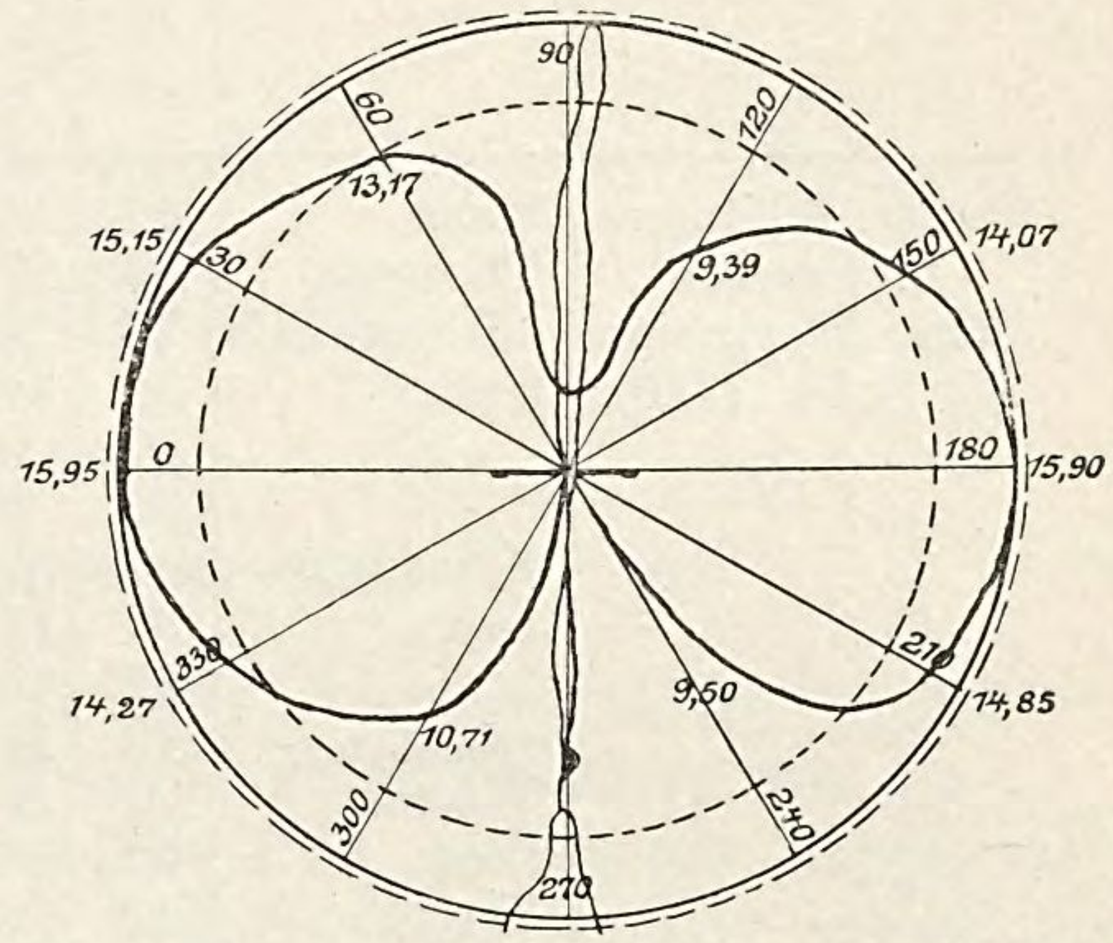


Fig. 39.

Vertical 90°

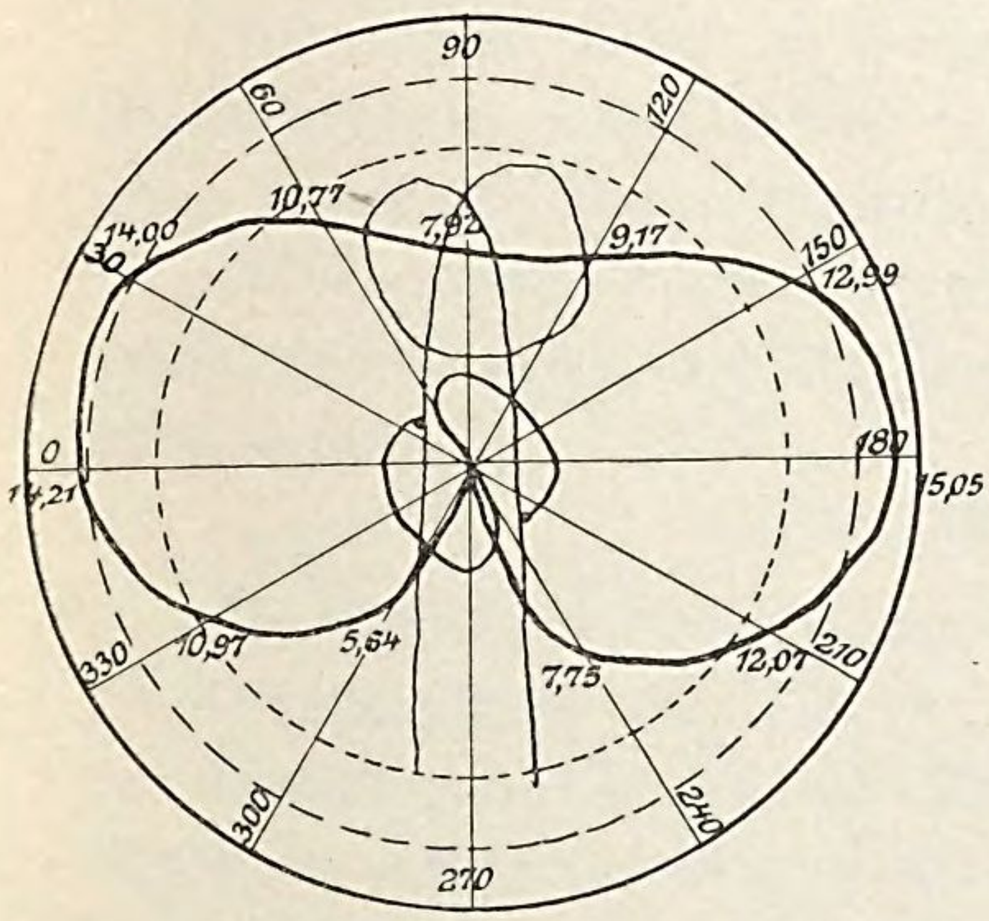


Fig. 40.
Leuchtkraft einer Swanlampe
unter verschiedenen Richtungen.

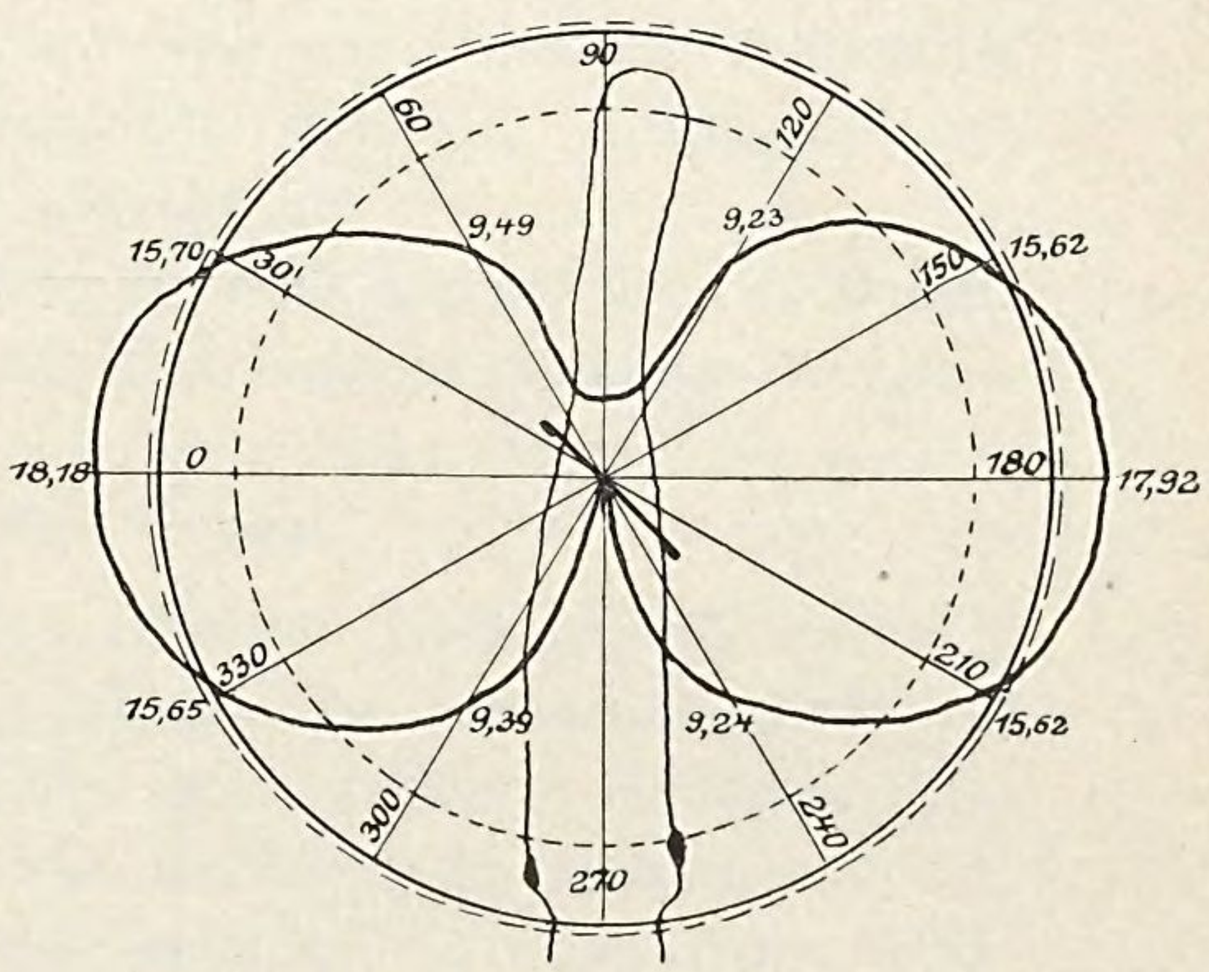


Fig. 41.
Leuchtkraft einer Edisonlampe
unter verschiedenen Richtungen.

jenen der Figuren 32 u. 33 bestätigt die obige Bemerkung, dass der horizontale Reduktionsfaktor grösser sein muss als der sphärische. Die Werthe, welche diese Faktoren für verschiedene Lampen besitzen, können der folgenden Tabelle entnommen werden.

Tabelle 32.

Beobachter	Lampe	Volt	Kerzen	Watt pro Kerze sphärisch	Watt pro Kerze horizontal	Sphär. Kerzen / Normalkerzen in %	Horizont. Kerzen / Normalkerzen in %	Sphärischer Reduktions-Faktor	Horizontaler Reduktions-Faktor
Puffer, Whitmore u. Pearson (The Electrician *25*, S. 71. 1890).	Swan	46	16	3,56	3,06	89,9	105	0,925	1,077
	Thomson-Houston	52,6	20	3,91	3,18	84,0	103	0,801	0,985
		75	16	3,97	3,27	83,2	101	0,832	1,011
	Swan	92	32	4,03	3,44	86,7	102	0,826	0,968
	-	46	8	4,17	3,64	73,6	86,3	0,797	0,907
	-	36	8	4,27	3,67	82,6	97	0,817	0,959
	Edison	101	32	4,37	3,82	89,4	107	1,078	1,290
	Swan	38	16	4,70	4,05	66,1	76,6	0,807	0,937
	-	92	16	4,76	3,9	71,8	87,7	0,751	0,915
	Thoms.-Houst.	110	16	4,95	4,04	65,6	80,4	1,808	0,990
	Weston	70	16	5,01	4,72	89,1	94,6	0,857	0,909
	Swan	92	10	5,30	4,21	71,7	90,3	0,807	1,027
	Weston	110	16	5,32	4,36	68,5	83,8	1,222	1,491
	Edison	101	16	6,00	4,81	82,9	103	1,020	1,27
	-	101	10	6,26	4,98	82,5	104	0,786	0,987

Viertes Kapitel.

Die Bogenlampe.

1. Der Lichtbogen.

Der Volta'sche Lichtbogen ist der Sitz einer Reihe thermischer, optischer und chemischer Erscheinungen, deren Erklärung seit der Entdeckung des Bogens durch Humphry Davy (1813) den Gegenstand eifriger Untersuchungen und lebhafter Erörterungen bildet, ohne dass man bis heute zu einem endgiltigen Ergebnisse gelangt wäre.

Wir führen daher im Folgenden auch nur die durch zahlreiche Beobachtungen festgestellten Thatsachen und die wichtigsten zu ihrer Erklärung unternommenen Versuche an.

Dabei unterscheiden wir vor Allem nach der Art des den Bogen speisenden Stromes zwischen dem Gleichstrombogen und dem Wechselstrombogen.

a) Der Gleichstrombogen.

Werden zwei Kohlenelektroden in einem Gleichstromkreise mit ihren zugespitzten Endflächen in gegenseitige Berührung gebracht, so äussert sich an diesen Flächen eine deutlich merkbare Erwärmung. Entfernt man alsdann die Kohlenenden langsam bis auf einen Abstand von etwa $^1/_2$ mm von einander, so beginnt die unter dem Namen Lichtbogen bekannte Lichterscheinung, vorausgesetzt, dass zwischen den beiden Kohlenenden eine genügende Spannung herrscht. Der trennende Raum zwischen denselben erscheint mit glühenden Dämpfen oder Gasen erfüllt; die an den positiven Pol angeschlossene Kohle flacht sich zusehends ab und es findet ein deutlich erkennbarer Uebergang von Kohlenpartikelchen auf die negative Kohle statt, wo die Partikelchen nach und nach zu pilz-

artigen Hütchen anwachsen. An beiden Polen vollzieht sich eine beständige Verbrennung; während aber der von der positiven Kohle herrührende Niederschlag die Spitze der negativen Kohle verstärkt, verzehrt die Hitze die Seitenwände dieser Kohle und schneidet unterhalb der Kuppe so tief ein, dass diese endlich abfällt. Die positive Kohle verzehrt sich rascher, als eine gleich starke negative, doch ist die vielfach gehörte Behauptung, dass sich dieselbe doppelt so rasch verbraucht, nicht ohne Weiteres richtig.

Bei der bisher betrachteten Kohlenspitzenentfernung von 0,5 bis 0,75 mm erfordert die Herstellung des Bogens eine Spannung von ungefähr 25 Volt; doch ist der Bogen unstet, flackernd und von einem beständigen prasselnden Geräusche, sowie von starken Veränderungen in der Lichtstärke begleitet. Wird die Kohlenentfernung weiter vergrössert, so gelangt der Bogen nach Ueberwindung eines sehr unruhigen Stadiums zu einer Länge, bei welcher er stabil bleibt und sowohl eine konstante Spannung erfordert, als auch eine konstante Lichtstärke erzeugt. Diese Länge steigt langsam mit der Stromstärke und beträgt nach Uppenborn[1]) für Lampen von

5— 8	Ampère	1—2 mm
8—10	-	2—3 -
10—20	-	4—5 -

Die für die Aufrechterhaltung eines solchen Bogens nothwendige Spannung beträgt ungefähr 45 Volt. Diese 45 Volt werden jedoch nicht der ganzen Länge des Bogens nach gleichmässig verbraucht; der Spannungsabfall ist vielmehr ganz ungleichmässig vertheilt, und zwar entfallen ungefähr 33 Volt auf den Uebergang des Stromes von der positiven Kohle zum Bogen, 5,5 Volt auf den Uebergang von diesem auf die negative Kohle und der Rest auf den Lichtbogen selbst. Dieser ungleichmässigen Vertheilung des Spannungsgefälles entspricht auch eine ungleichmässige Vertheilung der Temperatur im Bogen. Nach den Untersuchungen Rosetti's beträgt dieselbe ca. 3200° am positiven und 2500° am negativen Pole. Es sind dies die höchsten Temperaturen, welche man bis heute erzeugen kann, und sie liegen über den Schmelzpunkten der meisten bekannten Körper.

In unmittelbarem Zusammenhange mit der Vertheilung der Temperaturen und der auf den Bogen verwendeten Gesammtenergie

---

[1]) F. Uppenborn, Kalender f. Elektr. S. 225. 1893.

stehen die Verschiedenheiten der von den einzelnen Theilen des Bogens ausgestrahlten Lichtmengen, und zwar beträgt nach Palaz[1]), in guter Uebereinstimmung mit der Vertheilung der Gesammtenergie, die von der positiven Kohle ausgestrahlte Lichtmenge ca. 85 %, die von der negativen Kohle ausgesandte Strahlung 10 % und die vom Bogen selbst herrührende 5 % der gesammten leuchtenden Strahlung. Der geringe Antheil des Bogens selbst an der Lichtwirkung erklärt sich durch die geringe Emissionsfähigkeit der in demselben enthaltenen Dämpfe.

Die eigenthümliche Vertheilung der Lichtwirkung ist der Grund dafür, dass man die positive Kohle stets als obere anordnet, wenn es sich um die Beleuchtung von Bodenflächen handelt.

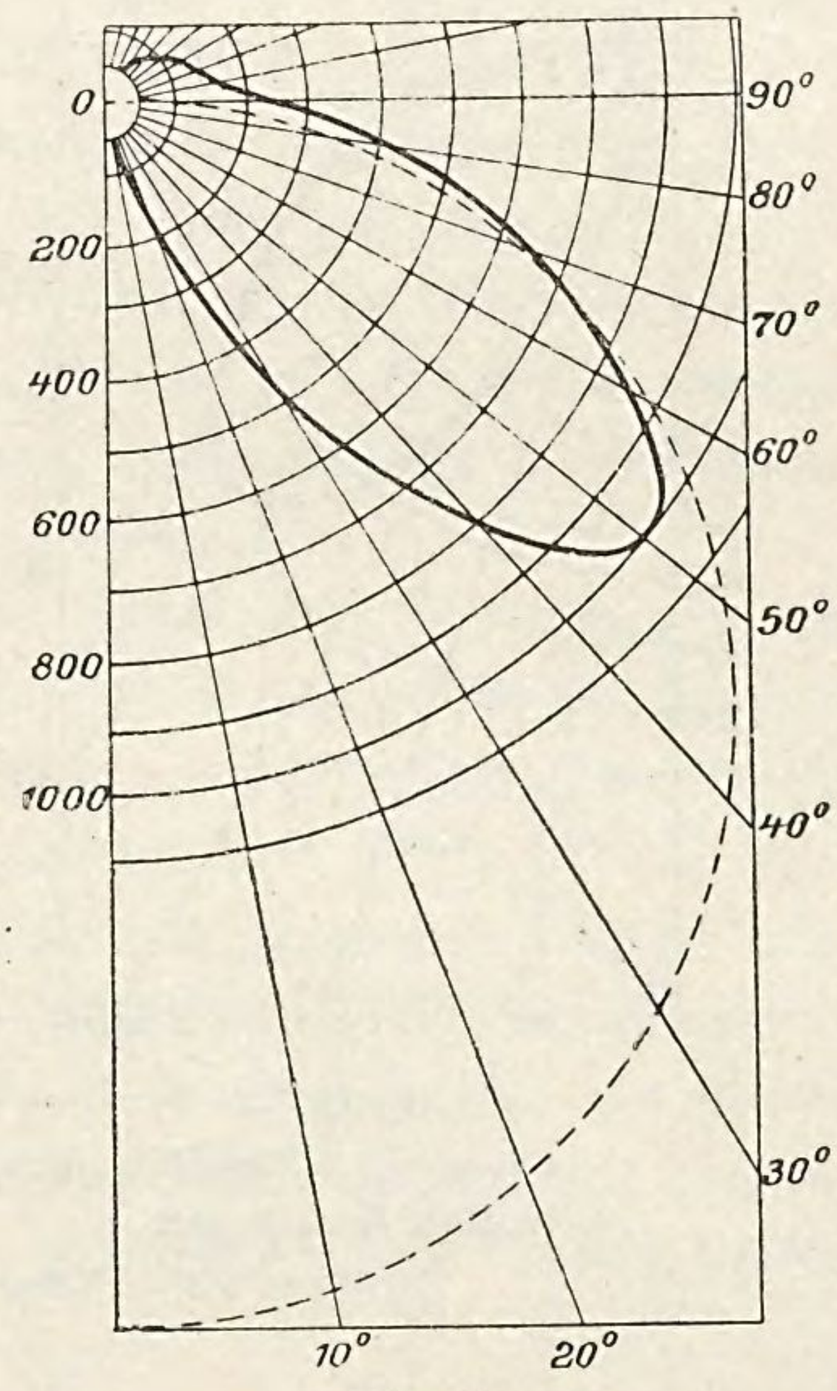


Fig. 42.
Lichtvertheilung
beim Gleichstrombogen.

Die Ergebnisse der bisher an Bogenlampen vorgenommenen photometrischen Messungen über die Vertheilung der Lichtwirkung sind meistens in Gestalt einer polaren Kurve niedergelegt worden, welche man erhält, indem man für jede der in Untersuchung gezogenen Richtungen unter entsprechendem Winkel gegen eine angenommene Nulllinie einen Strahl zieht und auf diesen die gemessenen Kerzenstärken in einem passenden Maassstabe aufträgt. Man gelangt durch Verbindung aller so erhaltenen Punkte zu einer Kurve von der in Fig. 42 dargestellten schräg liegenden Ei-Form. Ueber die Gestalt der Kurve kann man sich übrigens auch durch eine einfache Ueberlegung Klarheit verschaffen.

Wenn die positive Oberkohle über der negativen Unterkohle angeordnet ist, so muss natürlich die Lichtwirkung vertikal nach abwärts infolge des Schattens der unteren Kohle Null sein. In horizontaler Richtung wird die ausgestrahlte Lichtmenge wegen der

---

[1]) Palaz, La Lumière él. *37*, S. 408. 1890.

Schattenwirkung der sich kraterförmig aushöhlenden Oberkohle und der verhältnissmässigen Nähe der Unterkohle ein Minimum erreichen, um unter einem Winkel von etwa 50° unter der horizontalen, wo der grösste Theil der Kraterfläche der Oberkohle sichtbar ist, zu einem Maximum anzusteigen.

Nach Trotter's[1]) Satze, dass die von einer leuchtenden Scheibe in irgend einer Richtung ausgestrahlte Lichtmenge proportional ist dem Theile der Fläche, welcher in dieser Richtung gesehen werden

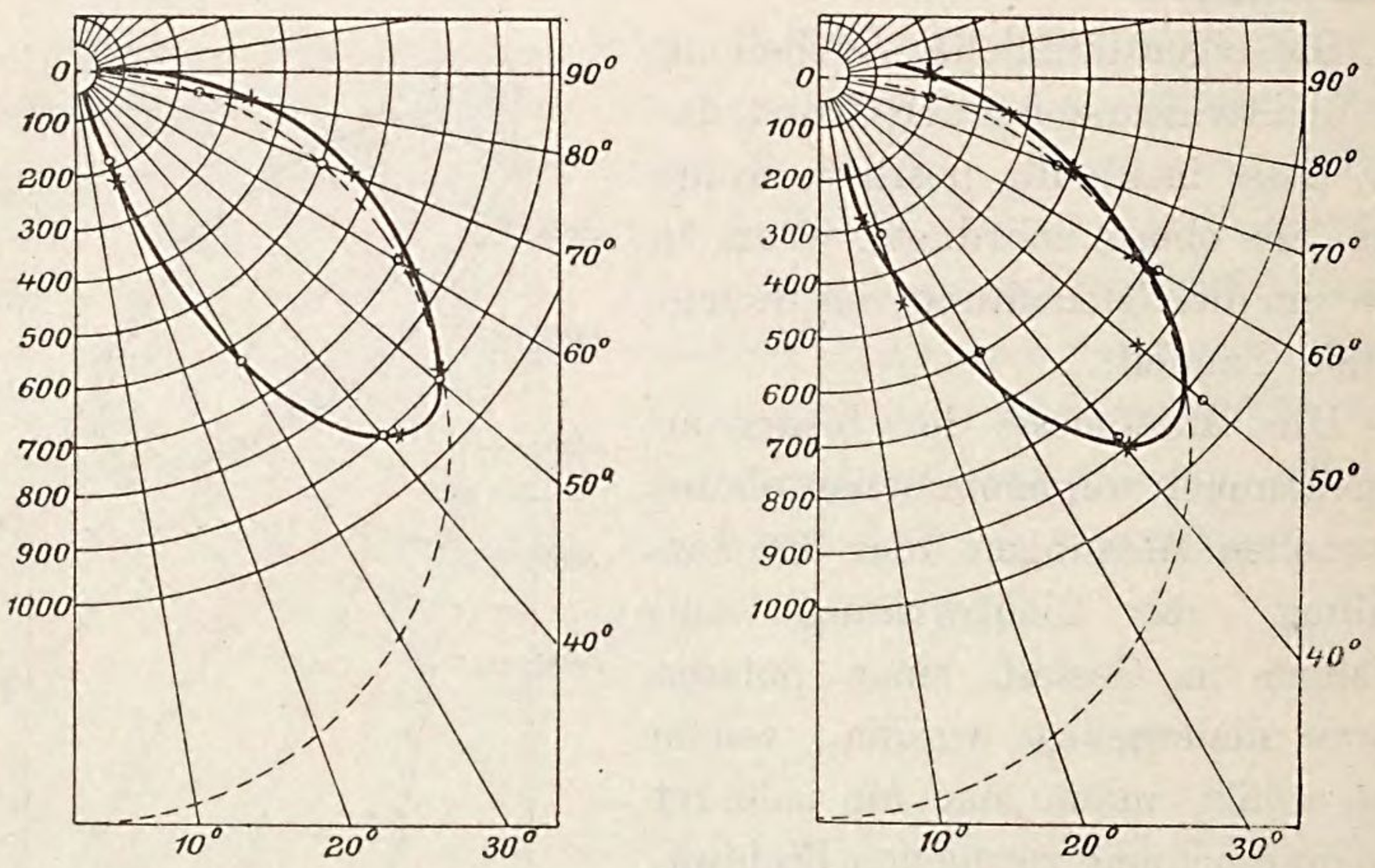


Fig. 43.

Fig. 44.

Resultate der von Higgiuns an einem normalen Lichtbogen kurzen Lichtbogen angestellten Messungen der Lichtstärke: o
- - - Kraterflächen: ×.

kann, muss die Anzahl der von der Kraterfläche in einer bestimmten Richtung ausgestrahlten Kerzenstärken wie die Projektion der sichtbaren Kraterfläche auf die betreffende Richtung, also wie der Kosinus des Richtungswinkels, variiren. Trägt man aber die Werthe der Kosinus sämmtlicher Richtungswinkel in ein polares Koordinatensystem ein, so erhält man einen Kreis, dessen Umfang durch den Pol geht. Wenn das oben ausgesprochene Gesetz richtig ist, so muss die polare Kurve der Kerzenstärken sich ein Stück weit einem

---

[1]) Alexander Trotter, The Elect. *28*, S. 687, 1892; Elekt. Zeitschr. *13*, S. 433. 1892.

solchen Kreise anschmiegen; und da dem Kosinus 60° die Hälfte der gesammten Kraterfläche entspricht, da ferner unter dem Winkel von 60° die Hälfte der gesammten, vom Krater ausgesandten Lichtstärke vorhanden sein sollte, so mag man als Radius des Kreises den der Richtung 60° entsprechenden Radiusvektor der polaren Kurve der Kerzenstärken wählen. Wie man aus Fig. 43 und 44 ersieht, decken sich der Kreis und die Polarkurve annähernd auf eine grosse Strecke. Für zwei Abweichungen lässt sich die Erklärung sofort finden. In der Nähe der horizontalen Richtung geben die Aussenwände des Kraters und die unter einem ziemlich günstigen Winkel sichtbare Spitze der negativen Kohle, sowie in ganz geringem Maasse der Lichtbogen selbst, die Veranlassung dazu, dass die Polarkurve etwas ausserhalb des Kreises liegt, während das bedeutende Zurückbleiben der Polarkurve gegen den Kreis unterhalb 60° nichts anderem als der Schattenwirkung der Unterkohle zugeschrieben werden muss, welche von da an für die über 60° (nach abwärts) zunehmenden Winkel mehr und mehr vom Lichte des Kraters abschneidet.

Auf Trotter's Veranlassung hat Prof. Silvanus P. Thompson durch C. Higgins eine Reihe von Versuchen mit einer Lampe für 25 Ampère anstellen lassen, wobei die Kerzenstärken ermittelt und gleichzeitig für die betreffende Richtung die projicirten und etwa 14 mal vergrösserten Endflächen der Kohlen gezeichnet wurden. Die so umgrenzten Kraterflächen wurden mittelst eines Planimeters ausgemessen und zeigten, in das eben erörterte Diagramm eingetragen, bis gegen 60° hin eine genügende Uebereinstimmung mit dem Kreise, gleichgleichgiltig, ob der Lichtbogen die normale Länge besass oder etwas kürzer war.

Für die Richtigkeit der Erklärung, welche wir vorhin für die Abweichungen zwischen den polaren Kurven der Kraterflächen und der Kerzenstärken angeführt haben, sprechen am deutlichsten die dem normalen und dem kurzen Lichtbogen entsprechenden Fig. 45 und 46, in welchen die Bilder der Kraterflächen unter den verschiedenen Richtungen dargestellt sind. Diese Figuren lassen auch besonders deutlich erkennen, wie mit zunehmender Annäherung an die Vertikale die Unterkohle mehr und mehr den Krater verdeckt.

Die Proportionalität zwischen den Werthen der sichtbaren Kraterflächen und der gemessenen Lichtstärken lässt sich noch klarer erkennen, wenn man von der üblichen Darstellung durch Polarkurven absieht und dafür in ein rechtwinkeliges Koordinatensystem die

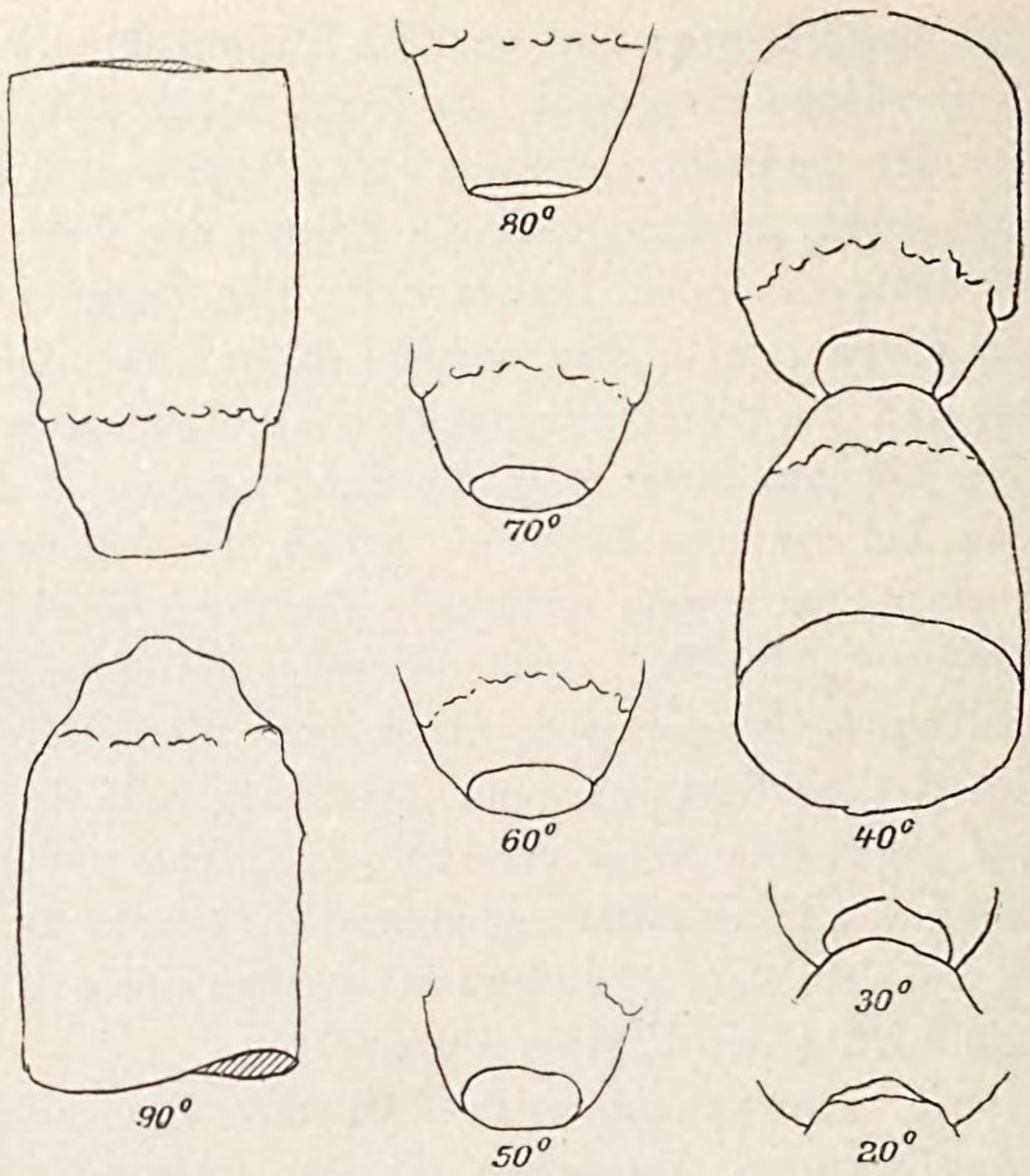


Fig. 45.
Kraterflächen eines normalen Lichtbogens.

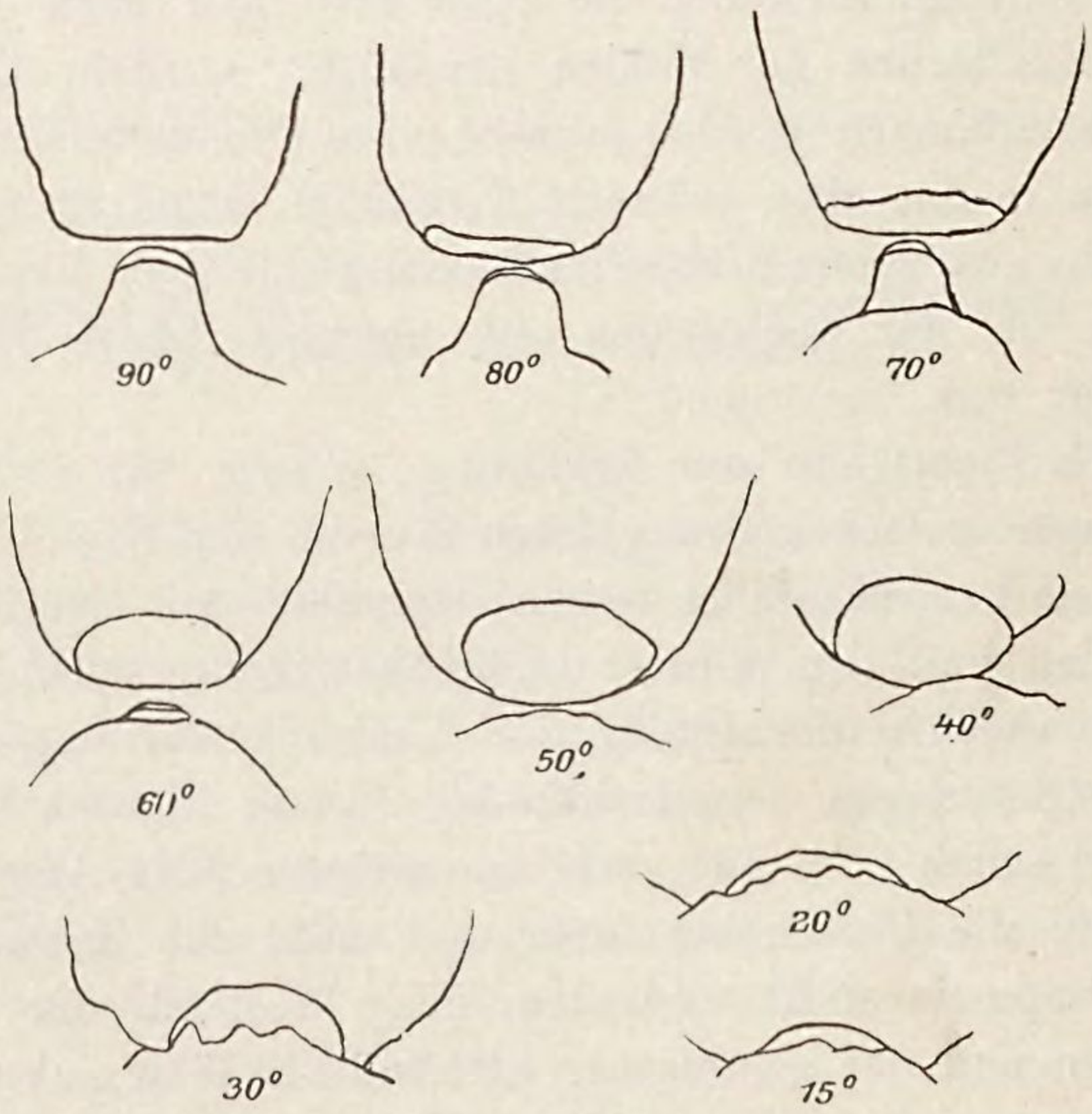


Fig. 46.
Kraterflächen eines kurzen Lichtbogens.

Werthe der unter den einzelnen Richtungen sichtbaren Kraterflächen als Abscissen und jene der zugehörigen Lichtstärken als Ordinaten einträgt. Aus dem geradlinigen Verlaufe der sich so ergebenden Linie (Fig. 47) ersieht man sofort, dass die beiden Grössen einander proportional sind. Die Linie geht nicht durch den Nullpunkt des Koordinatensystems, sondern schneidet auf der Ordinatenaxe eine Strecke ab, welche das Maass der von dem Bogen selbst, den weissglühenden Kohlentheilen der negativen Kohle und den Kraterwänden ausgestrahlten Lichtmenge darstellen.

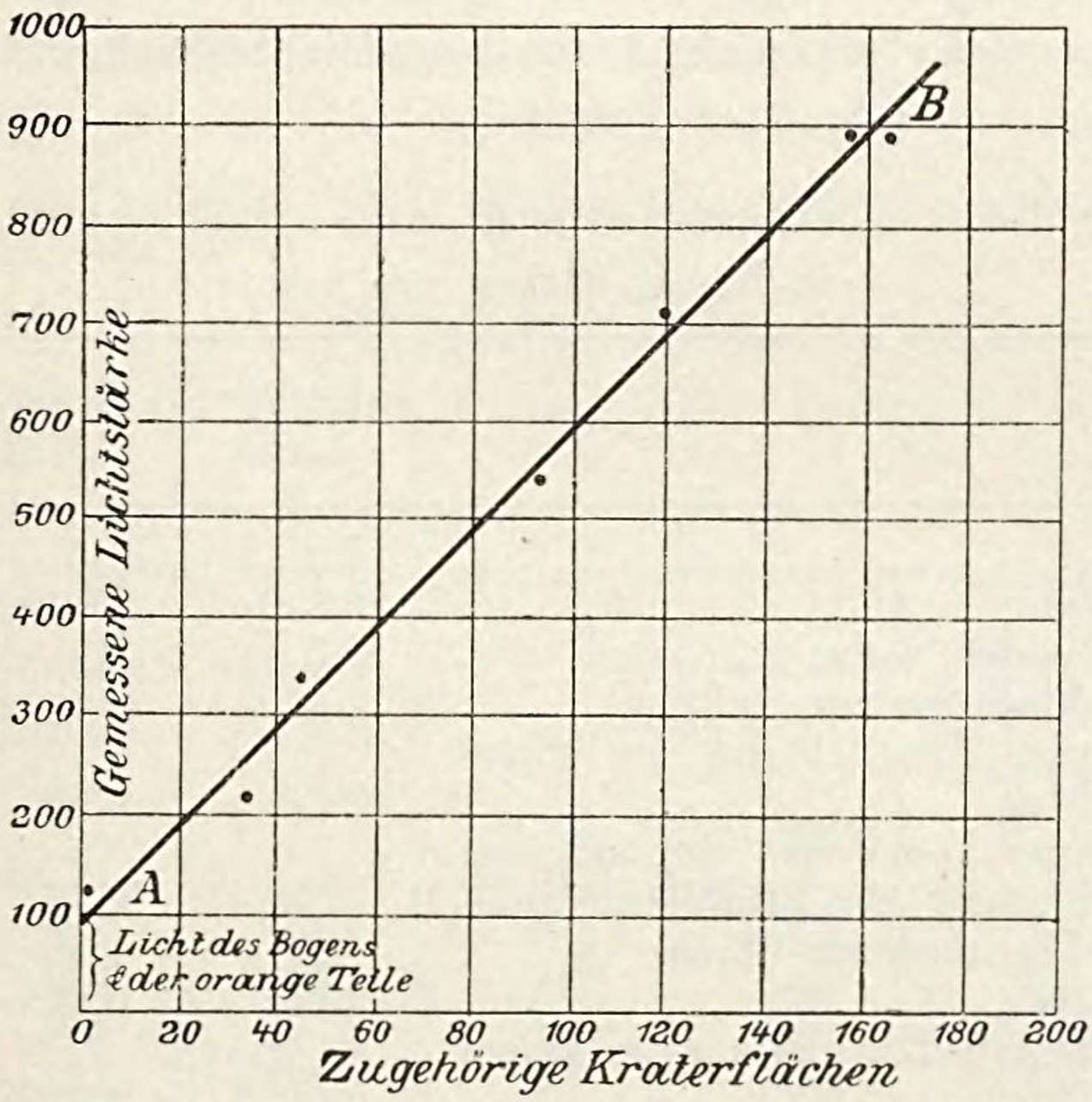


Fig. 47.

Die Messungen von Higgins waren fast sämmtliche nur relativ. Nur in einem Falle wurden an einer Lampe von 26 Ampère, welche mit 51 Volt Klemmenspannung brannte, Kraterfläche und Kerzenstärke genau ermittelt, indem man den Krater unter 60^0 projicirte. Der Mittelwerth mehrerer gut übereinstimmenden planimetrischen Auswerthungen der Kraterfläche ergab 20,8 Quadratzoll; der Durchmesser der Kohle, welcher thatsächlich 0,6 Zoll betrug, erschien auf 17 Zoll vergrössert. Die Vergrösserung war somit eine 28,3 fache und der wahre Inhalt der Kraterfläche betrug somit 0,025 Quadratzoll.

Unmittelbar nachdem das Bild des Kraters gezeichnet worden war, wurde jedesmal die photometrische Messung vorgenommen.

Als Mittelwerth aus den gut übereinstimmenden Werthen ergab sich unter 60° eine Lichtstärke von 1065 Kerzen, welcher unter 45° ungefähr 1400 Kerzenstärken entsprechen würden. Nach diesen Messungen ergab der Krater also unter 60° eine Lichtmenge von 42 600 Kerzenstärken pro Quadratzoll oder von 64 Kerzenstärken pro qmm der Kraterfläche. Diese von der Einheit der Kraterfläche ausgesandte Lichtmenge ist die höchste, welche wir an künstlichen Lichtquellen kennen. Sie wird nur von jener der Sonne übertroffen und ist ungefähr 20 000 mal grösser, als die von derselben Flächeneinheit des Mondes ausgestrahlte Lichtstärke.

Die grosse Ueberlegenheit des Bogenlichtes erkennt man besonders deutlich aus folgender Tabelle:

33. Tabelle der von verschiedenen Körpern ausgestrahlten Lichtmenge in Kerzenstärken pro qcm.

	Rothes Licht	Grünes Licht	Weisses Licht
Platin	18,5	18,5	
Sonnenscheibe	75300	155000	
Himmel, nahe der Sonne	18,5	18,5	
Albokarbon-Flachbrenner (seitlich)	11,4	9,4	
Weisses Papier, Beleuchtung an einem Sommermittag	2,56	5,45	
Weisses Papier bei 60° Sonnenhöhe, Papier senkrecht zur Strahlenrichtung	1,28	2,67	
Albokarbon-Flachbrenner (flach)	1,6	1,35	
Argandbrenner	1,05	0,82	
Schwarzer Sammt, Beleuchtung an einem Sommermittag	0,0052	0,0108	
Weisses Papier, genügend erhellt, um leicht lesen zu können	0,00028	0,00037	
Flamme der Walratkerze			0,31
Mond, 45° hoch			0,31
Mond, hochstehend			0,46
Schnittbrenner			0,35
Methven-Normallampe			0,666
Krater des elektrischen Lichtbogens			7000

b) Die mittlere sphärische Lichtstärke des Bogens.

Um zu einem einigermaassen einheitlichen Maasse der von einer Bogenlampe gelieferten Lichtmenge zu gelangen, hat man den Begriff der mittleren sphärischen Lichtstärke eingeführt. Man erhält das Maass der letzteren als Halbmesser jener Kugel, deren Kubik-

inhalt gleich ist dem Inhalte des Körpers, welcher durch die Rotation der oben erörterten Polarkurve der Lichtstärken um die durch ihren Pol gehende Vertikalaxe entsteht. Die Ermittelung des Kubikinhaltes dieses Körpers kann etwa nach der Guldin'schen Regel erfolgen.

Man hat vielfach auch versucht, aus der Lichtstärke in der Horizontalen die mittlere sphärische mittelst eines Reduktionsfaktors abzuleiten; es lässt sich aber kaum eine allgemein giltige Formel auf dieser Grundlage aufstellen.

Eric Gérard hat allerdings eine Formel vorgeschlagen, nach welcher sich annähernd mit der Beobachtung übereinstimmende Resultate ergeben. Ist die Horizontallichtstärke H, die maximale Lichtstärke M, so wäre nach Gérard die mittlere sphärische Lichtstärke S:

$$S = \tfrac{1}{2} H + \tfrac{1}{4} M. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Uppenborn fand bei der Prüfung dieser Formel an verschiedenen Lampen:

Tabelle 34.

Lampe	Horizont. Lichtst. H	Maxim. Lichtst. M	Mittlere sphärische Lichtstärke S		Abweichungen zwischen Beobachtung und Rechnung in %	
			beob.	berechnet		
No. 1	250	1464	491	470	—4,3	
2	456	3250	1040	1145	10,0	
3	560	3071	1048	1221	14,2	im
4	744	1227	679	692	1,9	Mittel
5	122	840	271	274	1,1	5%
6	586	2100	818	802	—2,0	
7	935	1150	755	767	1,6	

c) Wirkungsgrad.

Im Zusammenhange mit der ungleichförmigen Vertheilung der vom Lichtbogen gelieferten Lichtmenge auf die einzelnen Strahlenrichtungen ergiebt sich auch die Thatsache, dass der Wirkungsgrad des Lichtbogens in den verschiedenen Richtungen ein verschiedener ist.

So hat Nakano[1]) z. B. von einer Bogenlampe von 9 Ampère bei 45 Volt Klemmenspannung folgende Wirkungsgrade gefunden:

[1]) Vergl. Edward L. Nichols, Centralbl. f. Elekt. *12*, S. 134. 1889.

Tabelle 35.

Winkel des Strahles	Wirkungsgrad
0°	5,48 %
10°	9,01 -
20°	12,28 -
30°	15,06 -
40°	15,52 -
50°	10,59 -
60°	6,76 -
63°	4,92 -

Aus diesen Zahlen ergiebt sich ein Mittelwerth von ungefähr 10%.

So wie man, um ein Maass für die Lichtwirkung des Bogens zu erhalten, die mittlere sphärische Lichtstärke annimmt, so drückt man auch den Gesammtwirkungsgrad durch einen entsprechenden Mittelwerth aus.

Nach mehrfachen Untersuchungen von B. W. Snow beträgt der Energieaufwand im Lichtbogen etwa 1,6—1,8 Watt pro Kerzenstärke, wenn man die mittlere sphärische Lichtstärke zu Grunde legt. Aus diesen Werthen ergiebt sich in guter Uebereinstimmung damit, dass der Wirkungsgrad einer 4 wattigen Glühlampe etwa 5 % ist, für die Bogenlampe ein mittlerer Wirkungsgrad von etwa 12 %.

Nach Nakano steigt der Wirkungsgrad bei abnehmendem Durchmesser der Kohlenstäbe bis zu einem Maximum, auf welcher Stufe die Stäbe durch den Strom selbst warm werden. Bei weiterer Verringerung des Kohlendurchmessers nimmt der Wirkungsgrad eben infolge der erwähnten Erwärmung wieder ab, wie das auch aus den Figuren 48 und 49 zu erkennen ist.

Da nach Uppenborn's[1]) und Vogel's[2]) Messungen mit wachsender Lichtbogenlänge auch die Leuchtkraft zunimmt, so muss auch der Wirkungsgrad für längere Bögen etwas höher sein als für kurze (vergl. Fig. 50 und 51).

Ausserdem hat M. Schreihage[3]) beobachtet, dass die Leuchtkräfte zweier Kohlenstäbe bei gleicher Stromstärke sich umgekehrt wie die Durchmesser verhalten (Fig. 52 bis 57); Nakano's An-

---

[1]) Uppenborn, Kalender 1889, S. 182.
[2]) F. Vogel, C. f. E. *9*, S. 189. 1887.
[3]) M. Schreihage, C. f. E. *10*, S. 604. 1888.

merkung über das Anwachsen des Wirkungsgrades mit abnehmendem Kohlendurchmesser erfährt dadurch eine Bestätigung und Erklärung.

In Bezug auf die Abhängigkeit des Wirkungsgrades von der Art der Kohlenstäbe hat Louis B. Marks[1]) in Uebereinstimmung mit Parker[2]) gefunden, dass sich gepresste Kohlen mehr den Bedürf-

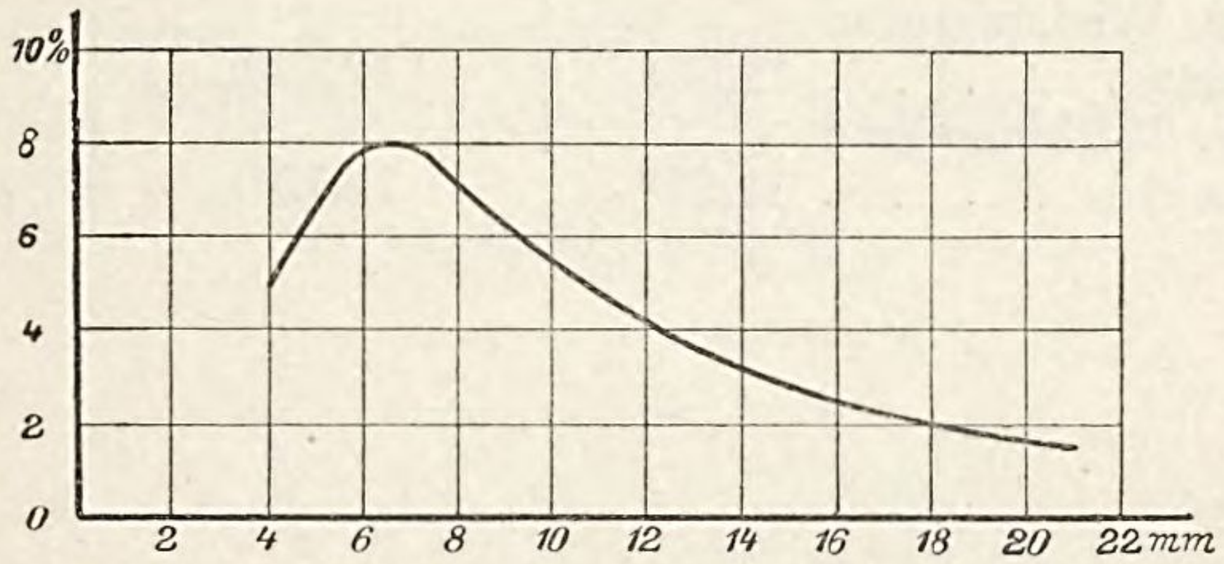


Fig. 48.
Zusammenhang zwischen horizontalem Wirkungsgrad und Kohlendurchmesser.

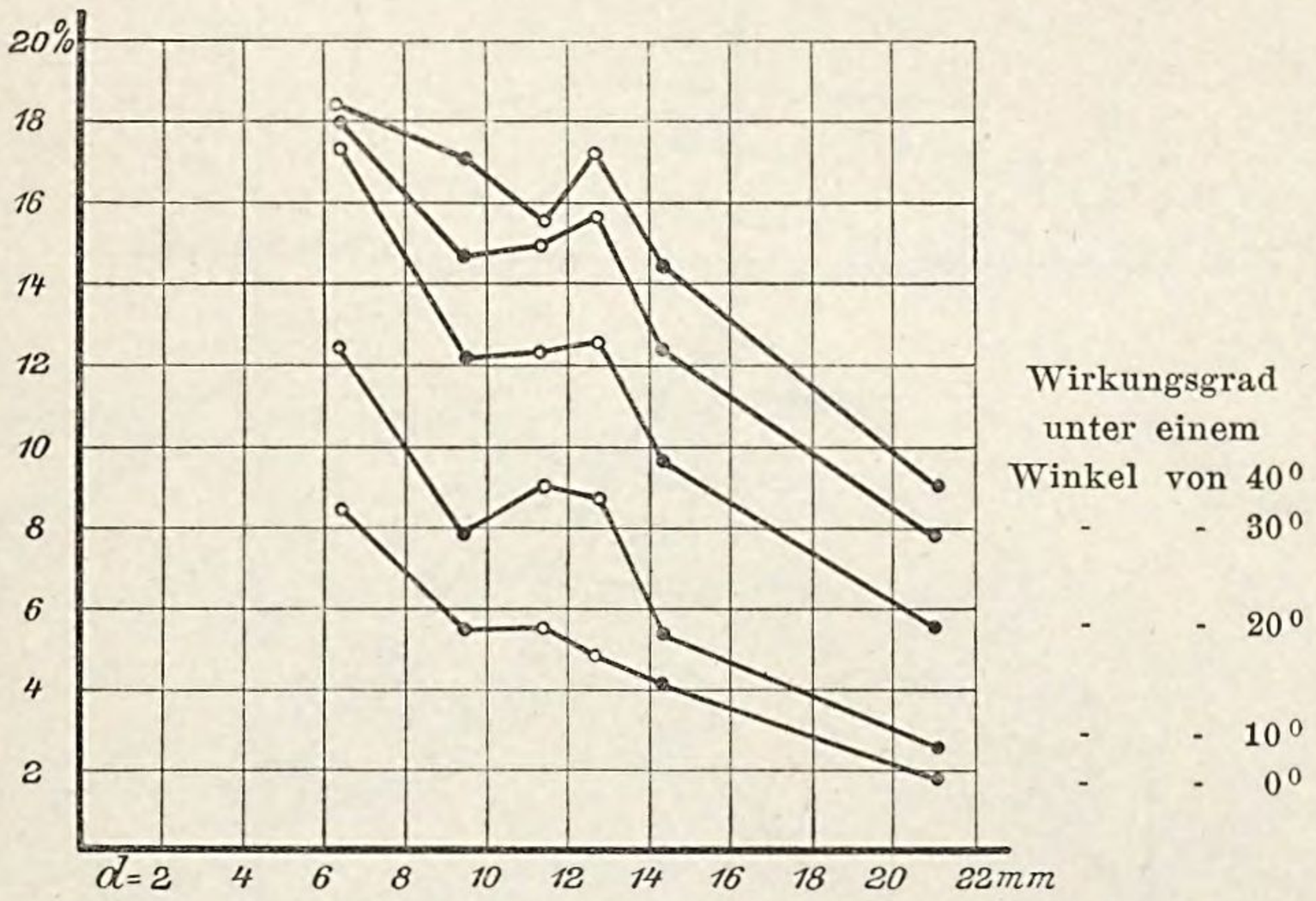


Fig. 49.
Zusammenhang zwischen Wirkungsgrad und Kohlendurchmesser.
Die hellen Kreise bedeuten Beobachtungen an platirten Kohlen.

nissen kurzer, von starken Strömen erzeugter Bögen anschliessen, während geformte Kohlen sich zur Anwendung bei langen, mit geringen Stromstärken arbeitenden Bögen empfehlen. So betrug für die geformte Kohlensorte B:

---

[1]) L. B. Marks, The Electr. *25*, S. 150. 1889.
[2]) G. W. Parker, The Electr. *23*, S. 479. 1888.

Tabelle 36.

	Bei langem Lichtbogen für nackte Kohlen	für platirte Kohlen	Bei kurzem Bogen für nackte Kohle
Der horizontale Wirkungsgrad	8,89%	9,91%	5,69%
- maximale -	13,52%	13,69%	12,73%
- sphärische Wirkungsgrad gemessen	12,69%	12,72%	9,32%
- sphärische Wirkungsgrad berechnet	12,37%	12,75%	10,96%

Fig. 50.
Zunahme der Leuchtkraft mit wachsender Länge des Lichtbogens.
Nach F. Vogel.

Die Anwendung einer platirten Kohle der gleichen Art erhöhte zwar die Brenndauer, verursachte jedoch keine Aenderungen des Wirkungsgrades, für dessen rechnerische Ermittelung Marks eine der Gérard'schen Formel ähnliche Beziehung giebt. Es ist nämlich, wenn

der sphärische Wirkungsgrad mit W_S
der maximale Wirkungsgrad mit W_M
und der Wirkungsgrad in horiz. Richtung mit W_H

bezeichnet wird,

$$W_S = \tfrac{1}{4} W_H + \tfrac{3}{4} W_M \quad \ldots \ldots \ldots \quad 2)$$

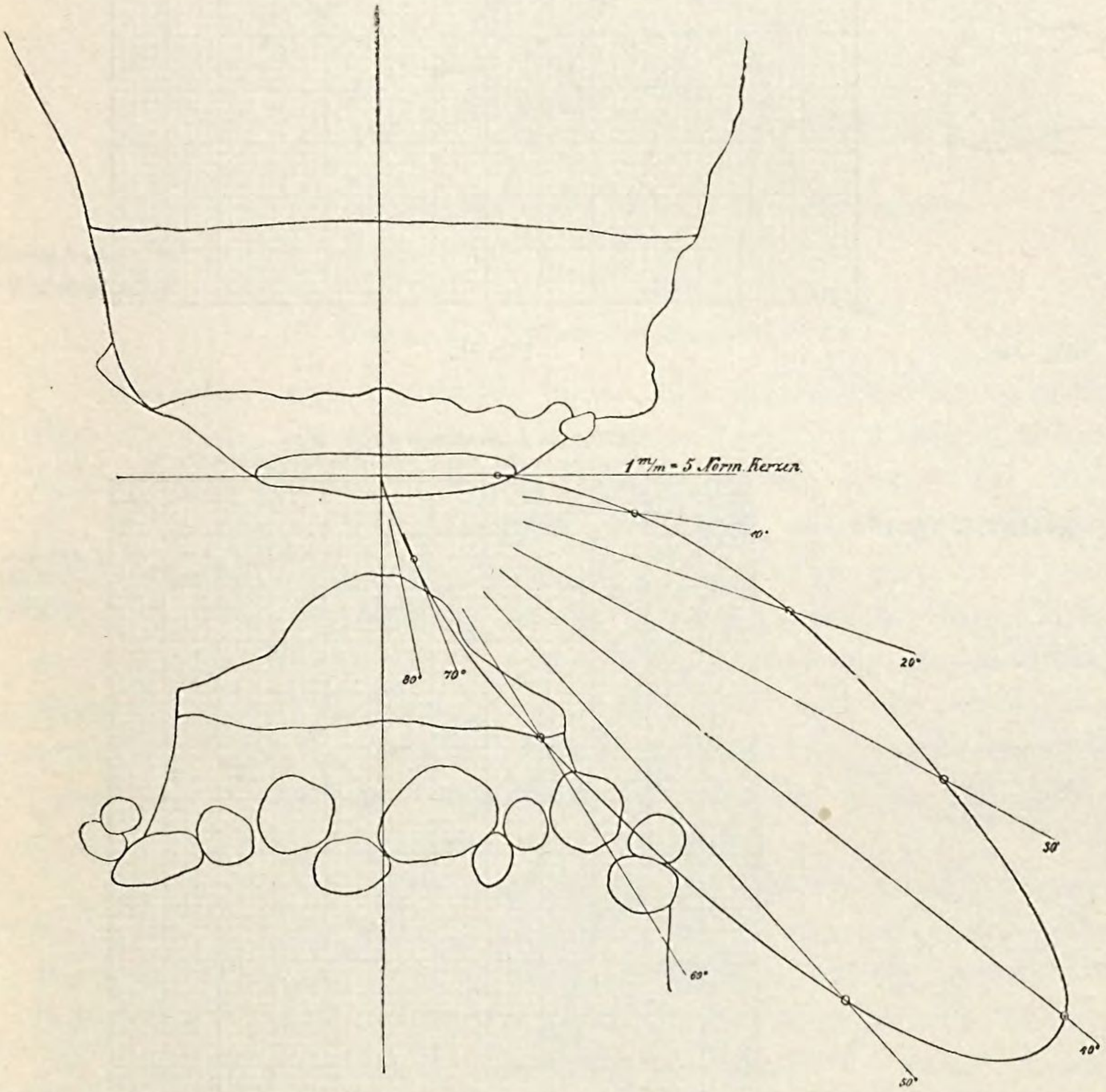


Fig. 51.
Zunahme der Leuchtkraft mit wachsender Länge des Lichtbogens.
Nach F. Vogel.

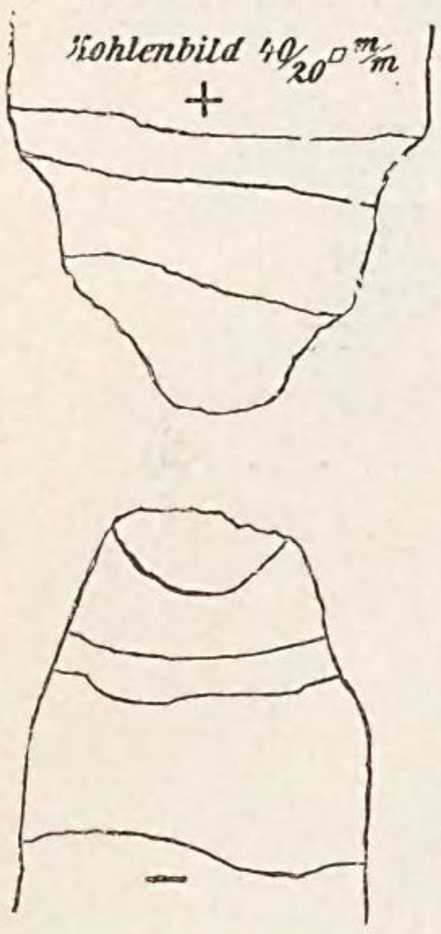


Fig. 52.

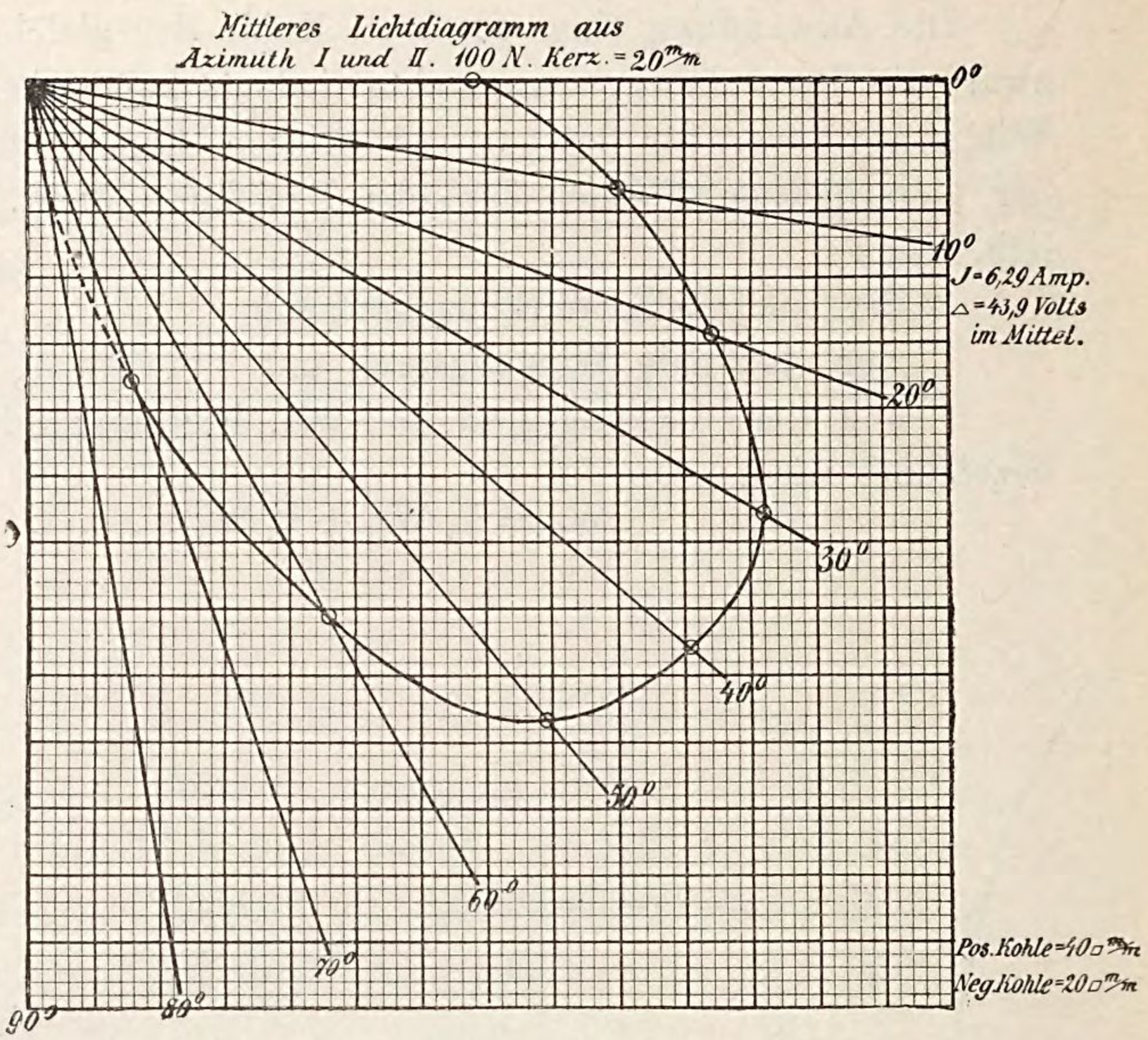
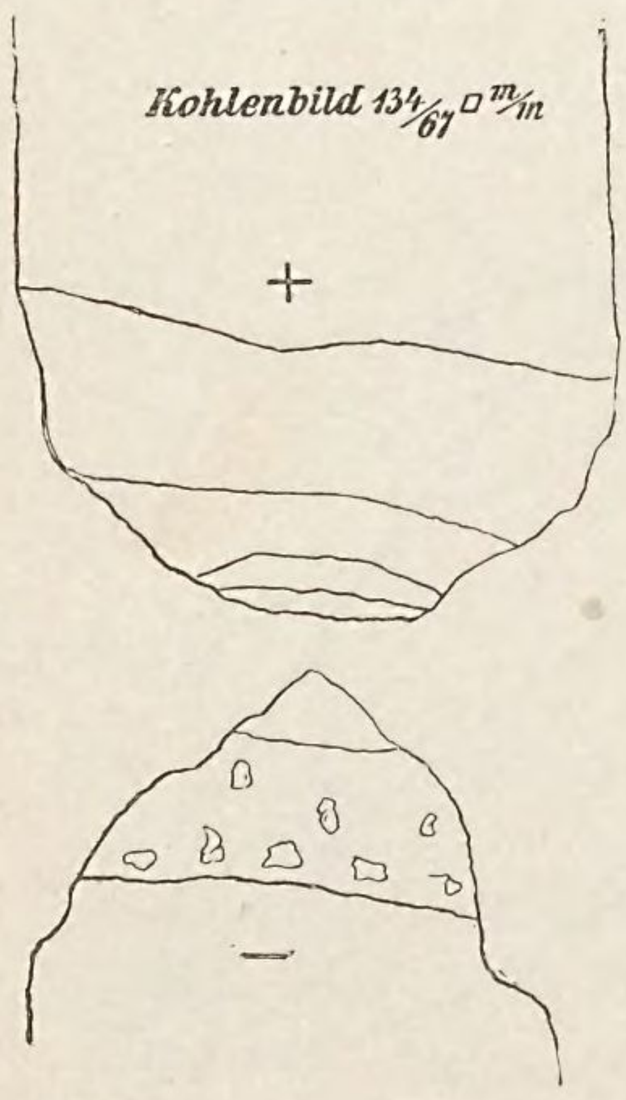


Fig. 53.



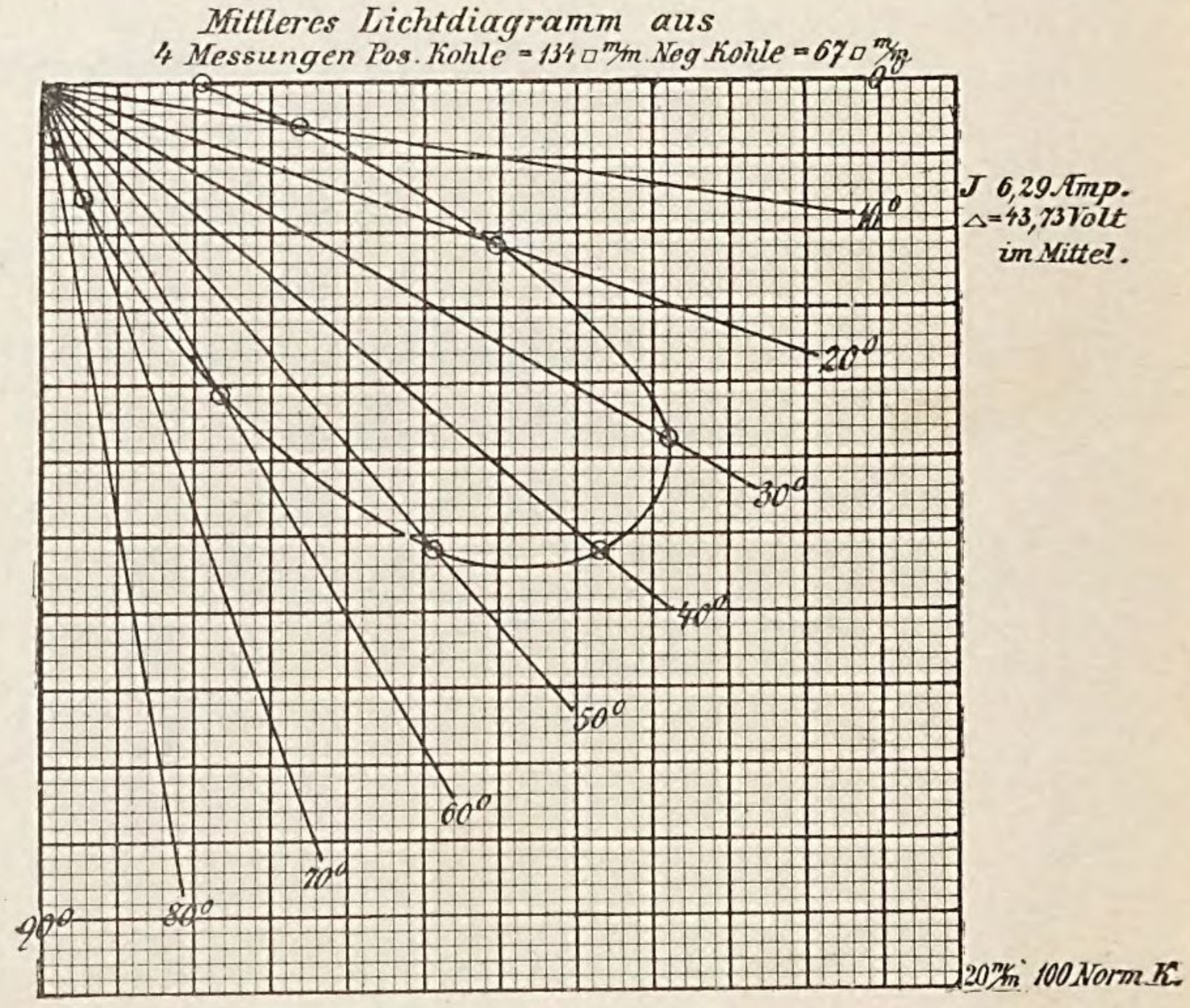


Fig. 54. Fig. 55.

Abnahme der Leuchtkraft mit zunehmendem Kohlendurchmesser.
Nach M. Schreihage.

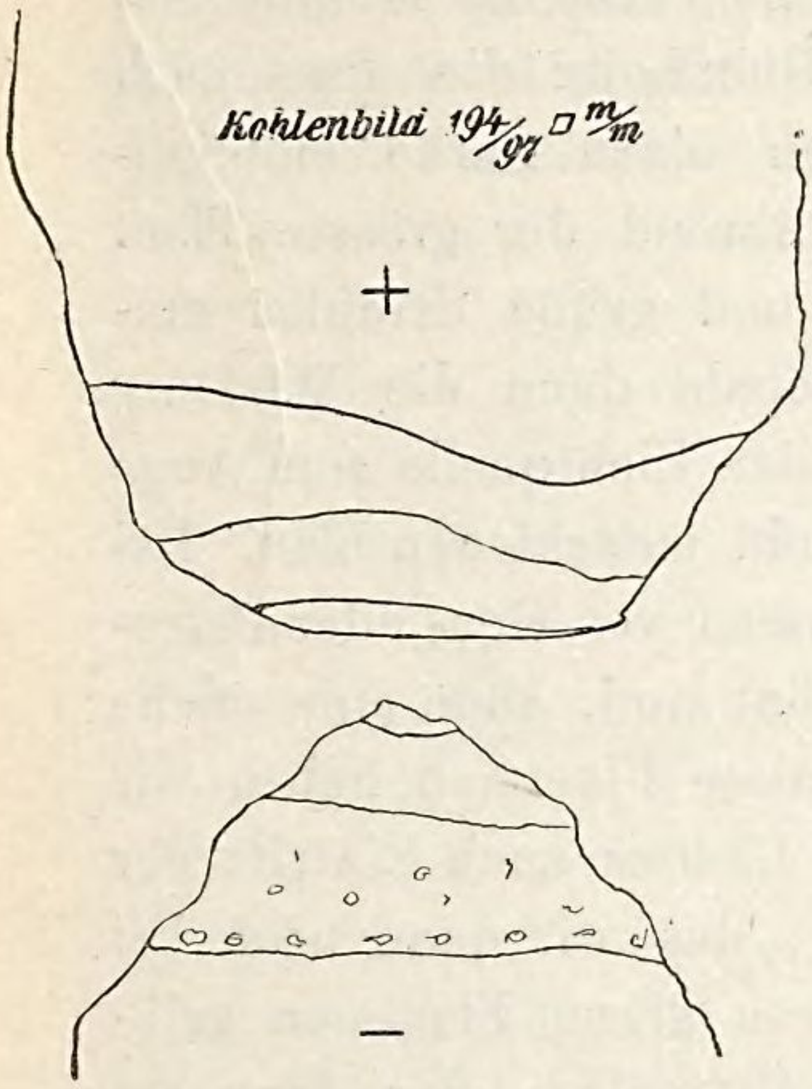


Fig. 56.

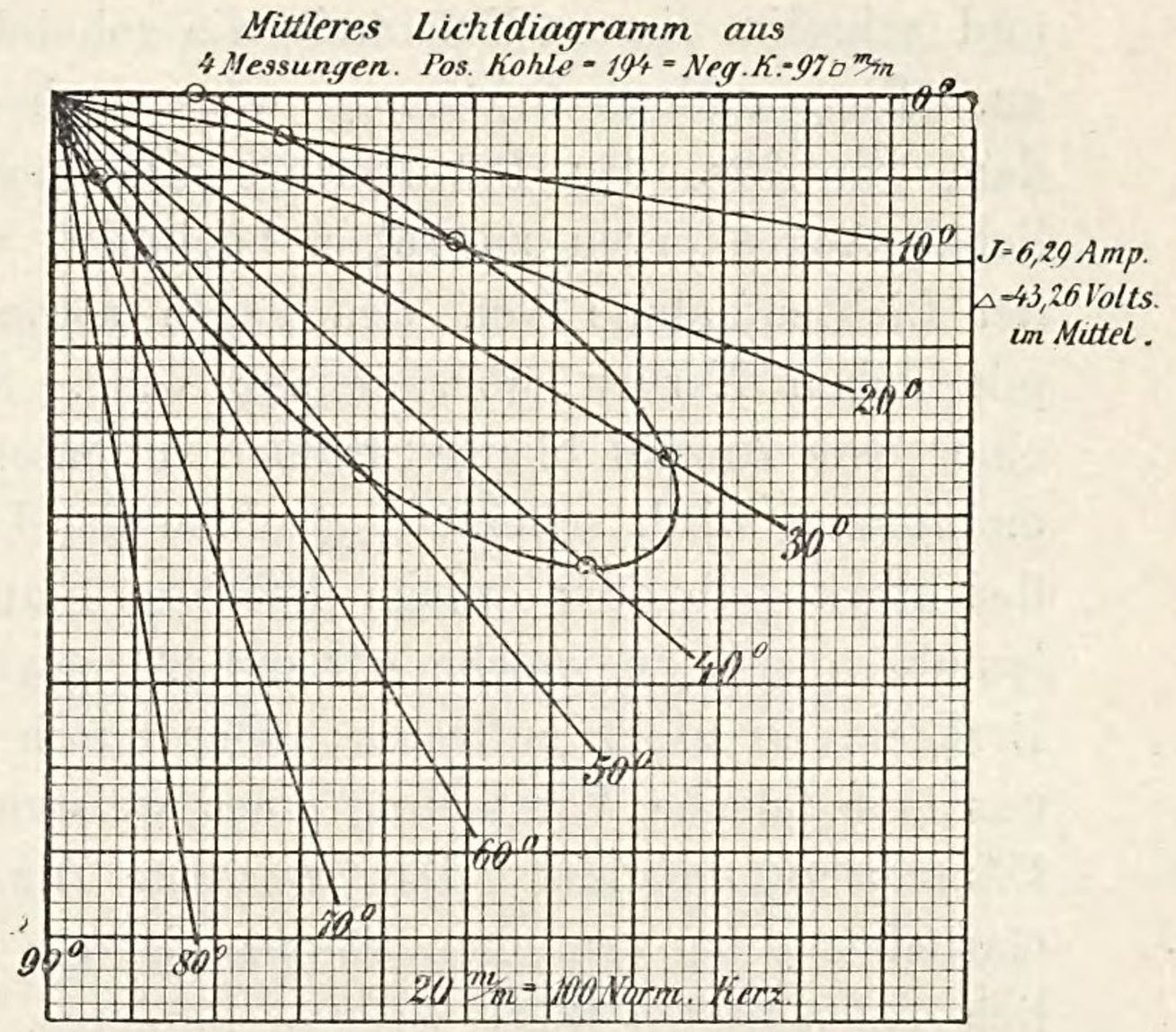


Fig. 57.

Abnahme der Leuchtkraft mit zunehmendem Kohlendurchmesser.
Nach M. Schreihage.

d) Ueber die Farbe des Bogenlichtes.

Vielleicht mag an dieser Stelle eine kurze Bemerkung auch über die Farbe des von einem elektrischen Lichtbogen ausgestrahlten Lichtes Platz finden. Die allgemein verbreitete Ansicht ist wohl die, dass dieses Licht entschieden bläulich, oder wie man sogar meistens sagt, unangenehm blau ist. Das einzige wirklich weisse Licht, welches wir kennen, ist das diffuse Tageslicht eines klaren Sommertages. Brennt an einem solchen Sommertage gegen Mittag eine Bogenlampe im Freien, so giebt der Lichtbogen ein entschieden gelbes oder beinahe röthlich scheinendes Licht, trotzdem bei weniger guten Kohlen zuweilen blassviolette Flammen die Stelle des eigentlichen unruhigen Lichtbogens erkennen lassen.

Es ist möglich, dass nach Kapitän Abney's[1]) Untersuchungen für unsere eigenthümliche Beurtheilung der Farbe des Lichtbogens die Thatsache eine Erklärung liefern kann, dass bei sehr schwacher Beleuchtung gar keine Farben mehr unterschieden werden können und dass die erste erkennbare Farbe die blaue ist. Abney findet, dass das schwächste Licht von graugrüner Farbe zu sein scheint

---

[1]) A. P. Trotter, a. a. O.

und schreibt diesem Umstande die scheinbare Farbe des Mondlichtes zu. Eine andere Erklärung wäre nach Helmholtz die dass nach dem Eintritte der Dämmerung die gegen blaue Farbe empfindlichen Augennerven zu ruhen beginnen, während der grösste Theil der Lichtaufnahme von den gegen rothe und grüne Strahlen empfindlichen Nerven übernommen wird. Sobald dann die Wirkung einer eine Anzahl blauer Strahlen enthaltenden Lichtquelle vom Auge empfunden wird, scheint demselben das Licht entschieden blau. Bei den stark gelb oder orange gefärbten Flammen von Gas- oder Petroleumbrennern, an welche wir zumeist gewöhnt sind, kann eine solche Erscheinung nicht auftreten; aber durch diese Flammen haben wir uns eine falsche Vorstellung eines weissen Lichtes nach Eintritt der Dämmerung gebildet. Das weisseste Ding, das wir dann noch bei Gasbeleuchtung erblicken können, ist ein von diesen Flammen gelblich beleuchtetes Blatt weissen Papieres. Betrachten wir dann ein thatsächlich weisseres Licht, so muss uns dasselbe mit unserer falschen Vorstellung naturgemäss bläulich und kalt erscheinen. Es geht uns eben wie unseren Vätern bei der Einführung des Gaslichtes, über welches Clement Desormes im Jahre 1819 schrieb:

„Das Licht ist von einer unangenehmen gelben Farbe, die vollständig verschieden ist von der warmen rothen Glut der Oellampen; es ist von einer blendenden Helligkeit; seine Vertheilung wird unregelmässig und unmöglich sein, es wird sich viel theuerer als Oelbeleuchtung stellen, und selbst wenn es verbessert werden sollte, wird es immer noch viel theuerer bleiben als jene Lichter, welche wir bereits besitzen.“

Den besten Aufschluss über die Zusammensetzung des vom Bogen ausgestrahlten Lichtes giebt uns naturgemäss das Spektrum desselben.

Die nebenstehende Figur 58 zeigt uns die ausgezogene Helligkeitskurve des Bogens neben der punktirten Kurve des Sonnenlichtes im Mai.

Als Abscissen sind bei diesen, Kapitän Abney's Untersuchungen entnommenen Kurven die Wellenlängen, als Ordinaten die entsprechenden Helligkeiten aufgetragen. Die Buchstaben an der Abscissenaxe bezeichnen die wohlbekannten Fraunhofer'schen Linien. Die beigefügte Fig. 59 zeigt den Unterschied zwischen den beiden Kurven, indem nach abwärts der Ueberschuss des Bogens an rothen und gelben Strahlen, nach aufwärts der Ueberschuss des Sonnen-

lichtes an blauen Strahlen aufgetragen ist. Der oberhalb der Abscissenaxe liegende Theil übt auf das Auge beim Vergleiche der Lichtquellen genau denselben Einfluss aus, wie ein weiterer Ueber-

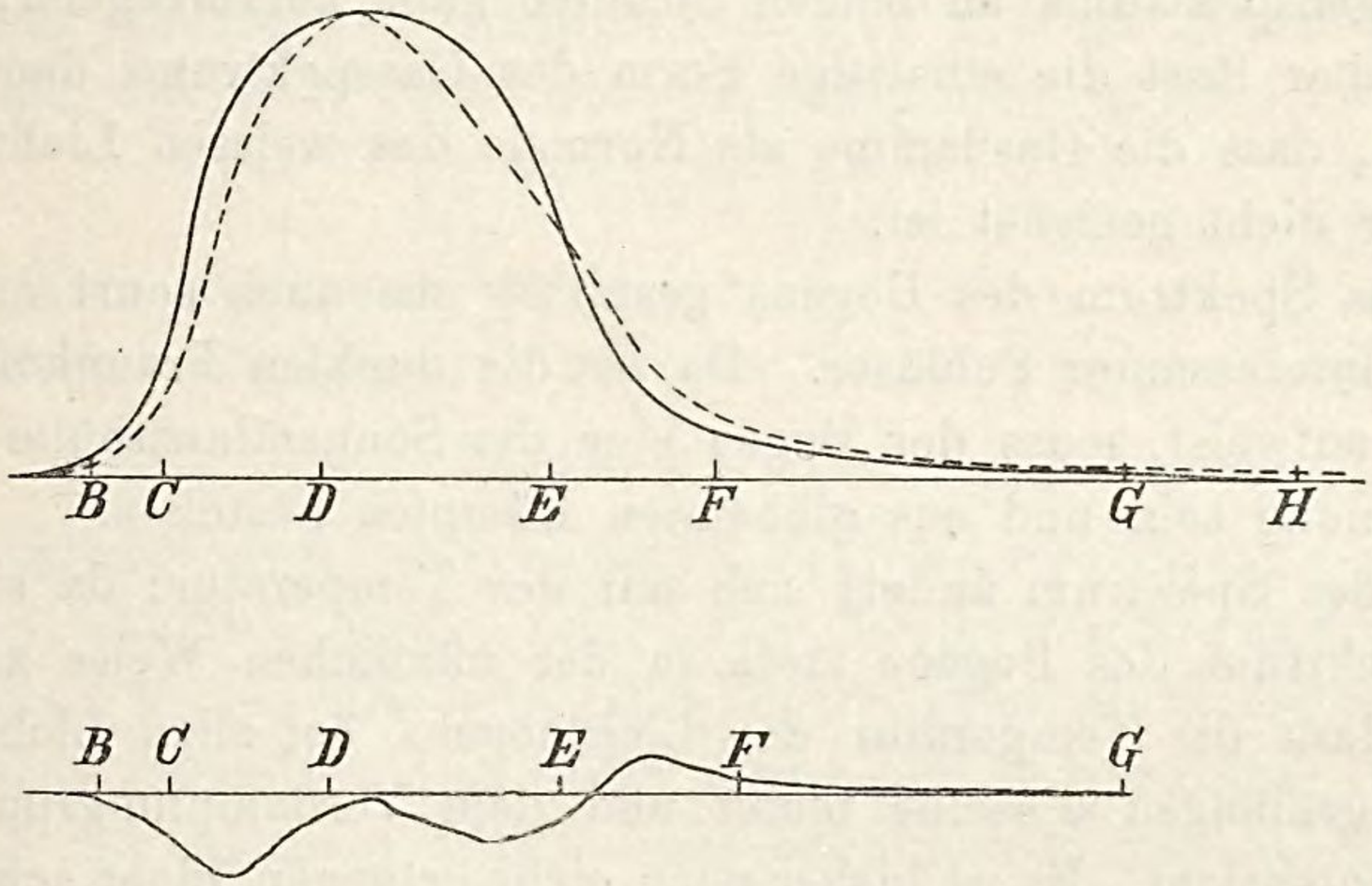


Fig. 58 u. 59.
Vergleich zwischen Bogenlicht und direktem Sonnenlicht.

schuss des Bogens an gelben Strahlen und die ganze Abweichung des Bogenspektrums vom Spektrum des Sonnenlichtes liegt somit für das Auge in einem beträchtlichen Uebergewichte des ersteren an gelben Strahlen.

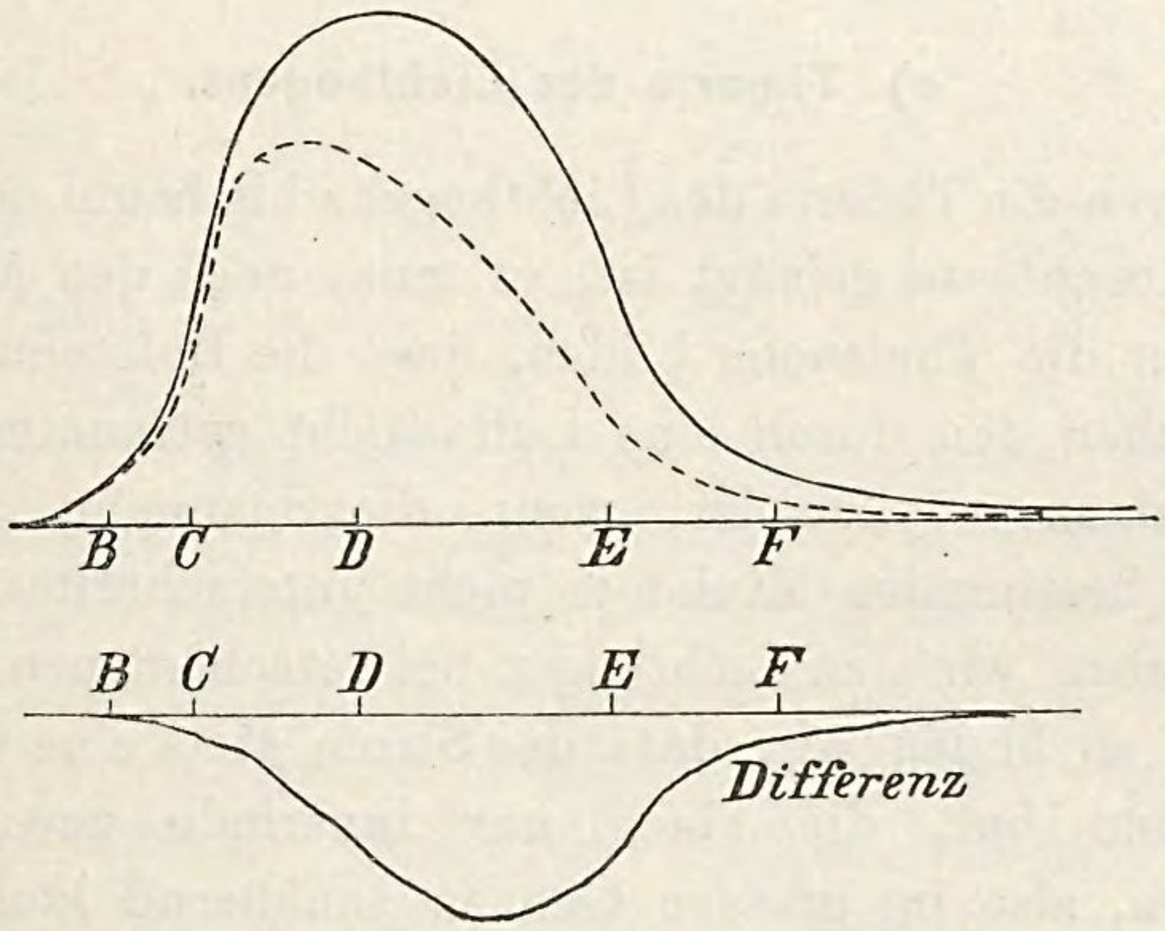


Fig. 60 u. 61.
Vergleich zwischen dem Lichte des Bogens und einer Gasflamme.

Das Licht einer nicht überanspruchten Glühlampe ist beinahe dasselbe wie dasjenige einer Gasflamme; es mögen daher auch noch die vorstehenden Figuren 60 und 61 von Interesse sein, da in den-

selben die ausgezogene Helligkeitskurve des Bogenspektrums und die punktirte Kurve des Spektrums einer Gasflamme, sowie die Differenz der beiden Kurven zusammengestellt sind. Hier ist das Ueberwiegen des Bogenspektrums an blauen Strahlen ganz hervorragend; gleichzeitig aber lässt die einseitige Form des Gasspektrums deutlich erkennen, dass die Gasflamme als Normale des weissen Lichtes ganz und gar nicht geeignet ist.

Das Spektrum des Bogens gestattet uns auch sonst noch eine Reihe interessanter Schlüsse. Da es die dunklen Fraunhofer'schen Linien aufweist, muss der Bogen eine der Sonnendunsthülle analoge Erscheinung sein und aus glühenden Dämpfen bestehen.

Jedes Spektrum ändert sich mit der Temperatur; da sich aber das Spektrum des Bogens stets in der nämlichen Weise zeigt, so folgt, dass die Temperatur des Lichtbogens bei allen Lichtstärken und Bogenlängen dieselbe bleibt und dem Verdampfungspunkt der Kohle entspricht. Es ist bisher noch nicht gelungen, einen schwieriger zu verdampfenden Körper aufzufinden und thatsächlich bewirkt jeder in den Bogen eingeführte fremde Körper, auch die zur Herstellung der Dochte verwendete Kohlenmasse, welche Metallsalze beigemengt enthält, eine Verminderung der Temperatur und demnach auch der Lichtstärke und des Wirkungsgrades.

e) Theorie des Lichtbogens.

Wenn auch die Theorie des Lichtbogens bis heute noch zu keinem endgiltigen Abschlusse gelangt ist, so muss doch den Ausgangspunkt aller Theorien die Thatsache bilden, dass die Entstehung des Lichtbogens zwischen den durch eine Luftschicht getrennten Elektrodenenden nur dann möglich ist, wenn die Spannung zwischen den letzteren ein bestimmtes Minimum nicht unterschreitet.

Untersuchen wir den Lichtbogen bei verschiedenen Stromstärken und Längen, so finden wir, dass der Strom stets eine Gegenwirkung zu überwinden hat, die einen nur innerhalb gewisser Grenzen schwankenden, also im grossen Ganzen annähernd konstanten Spannungsabfall herbeiführt.

Die Untersuchung des Zusammenhanges zwischen diesem Spannungsabfalle e, der Länge des Bogens l, sowie der Stromstärke i, hat zahlreiche Forscher beschäftigt, von denen die meisten dazu gelangten, den genannten Zusammenhang durch die Beziehungen

$$e = a + b\,l\,i \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

oder

$$e = a + b\,l \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

auszudrücken.

Diesen Gleichungen entsprechend, fand z. B. Dr. O. Frölich[1]) im Jahre 1883 aus einer Reihe von Versuchen den Werth

$$e = 39 \text{ Volt} + 1{,}8\,l, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4a)$$

wobei l in mm gemessen wurde.

Victor von Lang[2]) ermittelte die Konstanten der Gleichung

$$e = a + b\,l\,i \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

unter Zugrundelegung verschiedener Elektrodensubstanzen und fand, wie nachstehende Tabelle zeigt, den Werth der Konstanten a im Allgemeinen um so höher, je höher der Schmelzpunkt der Substanz liegt. Eine Ausnahme von dieser Regel bildete nur Silber, für welches sich der genannte Werth ausserordentlich gering ergab.

37. Tabelle nach V. v. Lang.

Material.	a	b
Kohle	35,1	1,3
Platin	27,4	1,5
Eisen	25,0	0,7
Nickel	26,2	1,8
Kupfer	23,9	0,7
Silber	15,2	1,0
Zink	19,9	0,6
Cadmium	10,3	2,6

Nach den Messungen von Cross und Shepard[3]) ergab sich in guter Uebereinstimmung mit dem von Frölich erhaltenen Werthe der Grösse a der Durchschnittswerth $a = 39{,}33$ für den ruhigen, und $a = 14{,}98$ für den zischenden Bogen.

Die in den angeführten Beziehungen enthaltene, dem ersten Anscheine nach von der Länge des Bogens unabhängige Grösse a hat die verschiedensten Erklärungen gefunden, ohne dass jedoch die Frage vollkommen eindeutig abgeschlossen worden wäre.

---

[1]) O. Frölich, Elektr. Zeitschr. *4*, S. 151. 1883.
[2]) V. v. Lang, C. f. Elektr. 7, S. 443, 1885 und *9*, S. 566, 1887.
[3]) El. Zeitschr. *8*, S. 12. 1887.

E. Edlund[1]) hält dieselbe für den Werth einer elektromotorischen Gegenkraft des Bogens, deren Sitz zwischen der positiven Kohle und dem Bogen selbst liegt. Er erklärt sich daraus die hohe Temperatur und den rascheren Verbrauch der positiven Elektrode, da ja nach der bekannten Peltier-Erscheinung ein Strom an jener Stelle des Leiterkreises Wärme entwickelt, in welcher sich eine entgegengesetzte elektromotorische Kraft befindet. Um das Vorhandensein einer elektromotorischen Gegenkraft in dem Lichtbogen nachzuweisen, hat Edlund versucht, ob durch plötzliche Unterbrechung des Stromkreises ein Strom in einem zum Bogen parallel geschalteten Galvanometer entstehen könnte. Seine Veröffentlichungen, sowie die von Lang, Cross und anderen liessen dies in der That als zutreffend erscheinen; andererseits jedoch wurden diese Untersuchungen von Lecher, Luggin, Frager und anderen wieder als fehlerhaft bezeichnet.

Die ganzen Untersuchungen, welche zu dem Zwecke angestellt wurden, die Konstanz der Grössen a und b und dadurch mittelbar auch das Vorhandensein einer konstanten elektromotorischen Gegenkraft nachzuweisen, haben überhaupt keine Ergebnisse zu Tage gefördert, aus deren Charakter man auf eine wirkliche Konstanz der genannten Grössen schliessen könnte. F. Uppenborn[2]) hat vielmehr durch eingehende Untersuchungen dargethan, dass der Werth von a mit wachsender Stromstärke beträchtlich zunimmt, während jener von b hierbei fällt. Man sieht dies deutlich aus folgender Tabelle.

Tabelle 38.

Werthe der Grössen a und b in der Gleichung $e = a + bl$ nach F. Uppenborn.

Stromstärke Ampère	a	b
1,30	33,0	17,70
1,95	32,4	8,73
2,61	34,2	4,89
3,25	38,1	3,89
3,93	39,9	2,96
4,51	39,3	3,31
5,24	38,0	2,37

[1]) E. Edlund, Poggendorf's Ann. *134*, S. 280. 1868.
Wiedem. Ann. *26*, S. 518. 1885 und *28*, S. 560. 1887.

[2]) Uppenborn, C f. Electr. *9*, S. 633. 1887.

Im Verlaufe seiner Untersuchungen fand F. Uppenborn bei Anwendung einer und derselben Sorte von Kohlenstäben sogar Abweichungen von 13% für den Werth der Grösse a und von 43% für den der Grösse b.

Aus allen diesen Gründen entbehrt die angedeutete Theorie jeder sicheren Grundlage.

Nebel u. a. sehen auch von dem etwaigen Vorhandensein einer elektromotorischen Kraft ganz ab und erklären die sogenannte Konstante a lediglich als einen durch den Uebergangswiderstand zwischen Kohle und Luft bedingten Spannungsabfall.

Eine andere, von Wiedemann u. a. eingeführte Anschauung beruht auf der Annahme, dass der Lichtbogen durch einzelne, sehr schnell aufeinander folgende disruptive Entladungen entstehe, und dass eine bestimmte Spannung an den Elektroden erreicht werden müsse, bis materielle Theilchen und mit diesen einzelne Elektricitätsladungen von einer Elektrode zur anderen übergehen. Man hat behauptet, dass man diesen diskontinuirlichen Uebergang mittelst eines zum Bogen parallel geschalteten Kondensators nachweisen könne. Der dadurch hervorgerufene wissenschaftliche Streit ist jedoch nicht entschieden worden; es wurde nur festgestellt, dass man in einem zum Bogen parallel geschalteten Telephon das Geräusch, welches disruptive Entladungen stets begleitet, nicht wahrnehmen kann, selbst wenn man, um jedes fremde Geräusch hintanzuhalten, den Bogen durch einen Akkumulatorenstrom erzeugt.

Einen erfolgreicheren Weg zur endlichen Erklärung der Vorgänge im Lichtbogen, als ihn die bisher angedeuteten Theorien bieten, scheint eine genaue Analyse aller einzelnen im Bogen auftretenden Erscheinungen zu eröffnen.

In erster Linie kann man an den Enden der Elektroden eine sehr hohe Temperatur konstatiren, bei welcher sich die Kohle verflüchtigt. Der Strom wird daher an diesen Punkten jene Energie liefern müssen, welche zur Disaggregation der Kohle und zur darauffolgenden Dissociation der Kohlenstoffmoleküle nothwendig ist. Diese beiden Arbeitsleistungen, und mithin auch deren Summe, haben für jede Substanz einen bestimmten Werth. In unserem Falle entspricht diesen Arbeitsleistungen ein Potentialgefälle, welches somit, unter der Voraussetzung gleichen Elektrodenmateriales, konstant sein muss. Selbstverständlich trifft diese Konstanz in Wirklichkeit nur beiläufig zu, denn es besitzen nicht nur

die verschiedenen Kohlen verschiedene Eigenschaften, sondern es zeigt auch ein und derselbe Kohlenstab stets Ungleichartigkeiten in seinen einzelnen Theilen.

Zu der genannten Arbeitsleistung des Stromes tritt noch jene, welche zur Dissociation der Kohlenwasserstoffe nothwendig ist, die sich stets in den Elektrodenkohlen eingeschlossen vorfinden, und die demnach gleichfalls in den Bogen eintreten.

Eine andere, jedoch nicht vom Strome geleistete Arbeit wird durch die Verbrennung der im Bogen enthaltenen Gase an der Luft geliefert; die dadurch erzeugte Wärmeenergie addirt sich zu der vom Strome gelieferten, und beide zusammen erhalten einen bestimmten Temperaturzustand des Bogens aufrecht.

Die angedeuteten, vielfach gar nicht genau vorher zu bestimmenden Erscheinungen lassen es erklärlich erscheinen, dass es nicht möglich ist, ein genaues Gesetz des Bogens durch eine einfache Formel auszudrücken. Soviel lässt sich jedoch sagen, dass zur Aufrechterhaltung des Bogens eine elektromotorische Kraft aufgewendet werden muss, die der Summe folgender Arbeitsleistungen entspricht:

1. Einer innerhalb gewisser Grenzen annähernd konstanten Arbeit, welche geleistet werden muss, damit überhaupt ein Bogen aufrechterhalten werden kann;

2. jener Arbeit, welche während des Stromüberganges durch den Bogen selbst zur Ueberwindung des Widerstandes nothwendig ist, der nach dem Ohm'schen Gesetze durch die Dimensionen und übrigen Verhältnisse des Bogens bestimmt wird.

Eine interessante Analogie, welche vielleicht noch schätzbare Aufschlüsse über die Natur des Bogens geben wird, tritt uns beim Vergleiche der Vorgänge im Voltabogen mit jenen der Elektrolyse entgegen. So erinnert die Absorption der Gase durch die Elektroden lebhaft an die in der Elektrolyse auftretenden Polarisationserscheinungen. Wir können der heissen Masse der Dämpfe des Bogens gleichsam die Rolle der Flüssigkeit zwischen den Elektroden eines elektrolytischen Bades zuschreiben, deren Wirksamkeit durch den raschen Verbrauch der Kohlenelektroden starken Schwankungen unterworfen ist. Dieser Umstand könnte vielleicht auch die widersprechenden Ergebnisse erklären, welche die verschiedenen Untersuchungen über die gesuchte elektromotorische Kraft im Bogen geliefert haben.

f) Der Wechselstrombogen.

Wird der einen Bogen speisende Strom auf eine äusserst kurze Zeit unterbrochen, so behalten die Kohlendämpfe während der Zwischenzeit ihre hohe Temperatur bei, sodass sich der Neubildung des Bogens kein wesentlich erhöhter Widerstand entgegensetzt. Da auch der Eindruck des Bogens auf das Auge bestehen bleibt, so erklärt die obenerwähnte Thatsache die Möglichkeit, einen Lichtbogen mittelst Wechselstromes zu speisen. Die Rolle, welche bei Anwendung von Gleichstrom der einzelnen Elektrode zukommt, fällt hier abwechselnd beiden Polen zu. Beide Kohlen nehmen daher auch eine ähnliche, übrigens ziemlich unausgesprochene Form an. Ein beträchtlicher Unterschied im Verbrauche der Elektroden besteht nicht; es treten vielmehr nur in Folge sekundärer Einflüsse kleine Verschiedenheiten im Abbrande auf.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Gleichstrom- und dem Wechselstrombogen besteht in Bezug auf die zur Aufrechterhaltung des Bogens nothwendige Spannung, welche bei letzterem je nach der Beschaffenheit der Kohle 25—40 Volt beträgt. Die Lichtbogenlänge erreicht dabei 2—4 mm.

Wechselstrombogenlampen von 12—16 Ampère brennen bei 28—30 Volt Klemmenspannung noch vollkommen ruhig. Die Aktiengesellschaft Helios, welche sich mit dem Baue von Wechselstrombogenlampen für niedrige Betriebsspannung in erfolgreichster Weise befasst, hat 1891 in Frankfurt a. M. vier in Serie geschaltete Bogenlampen zu 16 Ampère vorgeführt, welche von einem Transformator mit etwa 100—105 Volt Spannung gespeist wurden.

Ein weiterer Hauptunterschied zwischen den beiden Bogenarten liegt in der Vertheilung des ausgestrahlten Lichtes. Da beim Wechselstrombogen die Elektroden ihre Polarität beständig wechseln, so nehmen beide gleichen Antheil an der Lichtentwicklung, und die Lichtvertheilung erfolgt daher ziemlich symmetrisch nach oben und unten.

F. Uppenborn[1]) hat den Wechselstrombogen eingehenden Untersuchungen unterzogen und die demselben eigenthümliche Vertheilung des Lichtes klargestellt. Die Kohlenstäbe haben angenähert etwa die in Fig. 62 dargestellte Form. Unter dem Einflusse des Wechsel-

---

[1]) F. Uppenborn, C. f. El. *12*, S. 128. 1889.

stromes weisen beide je einen kleinen Krater auf, der den weitaus grössten Theil des Lichtes aussendet. In der Horizontalen ist die

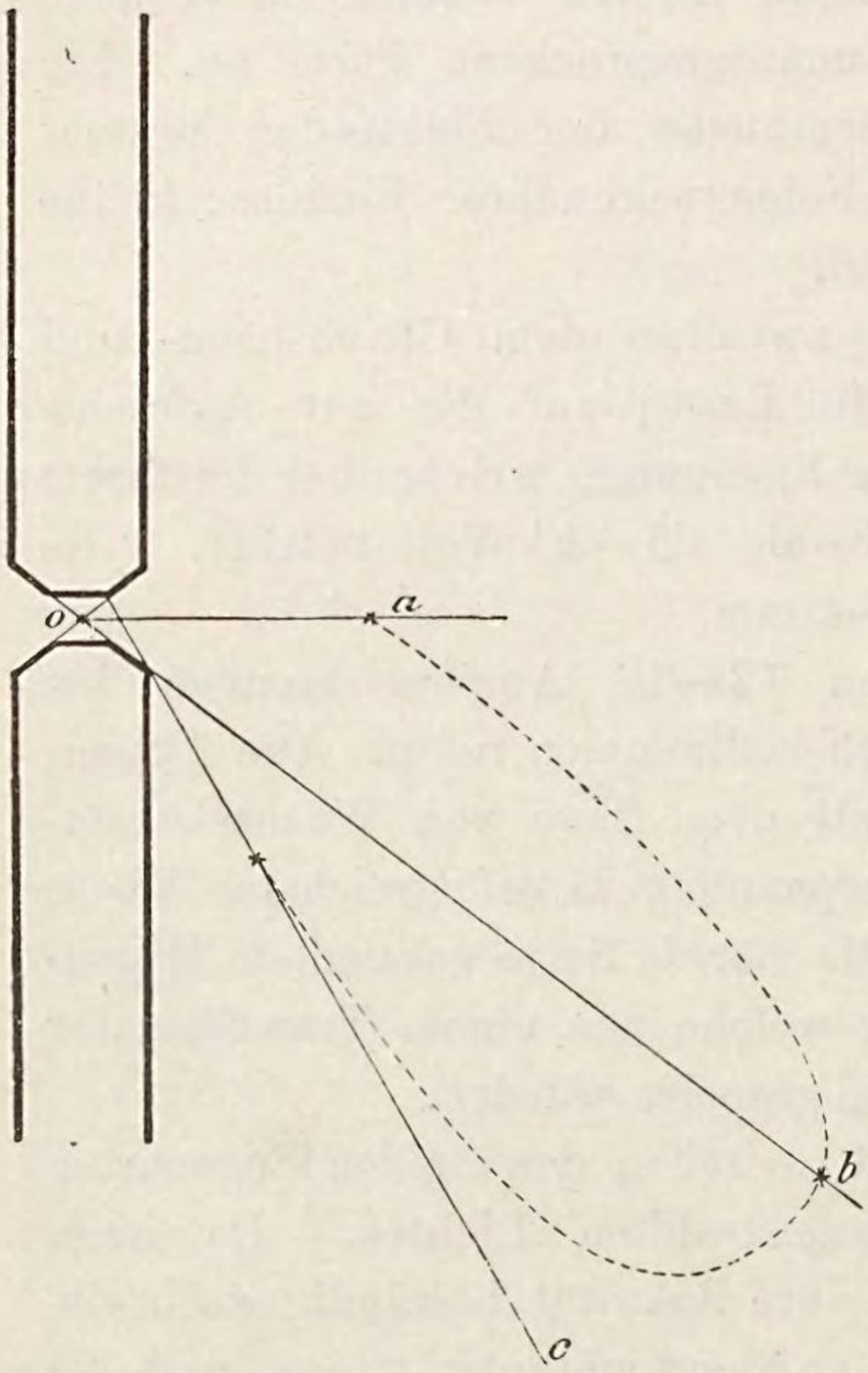


Fig. 62.
Form der Kohlenstifte
beim Wechselstrombogen.

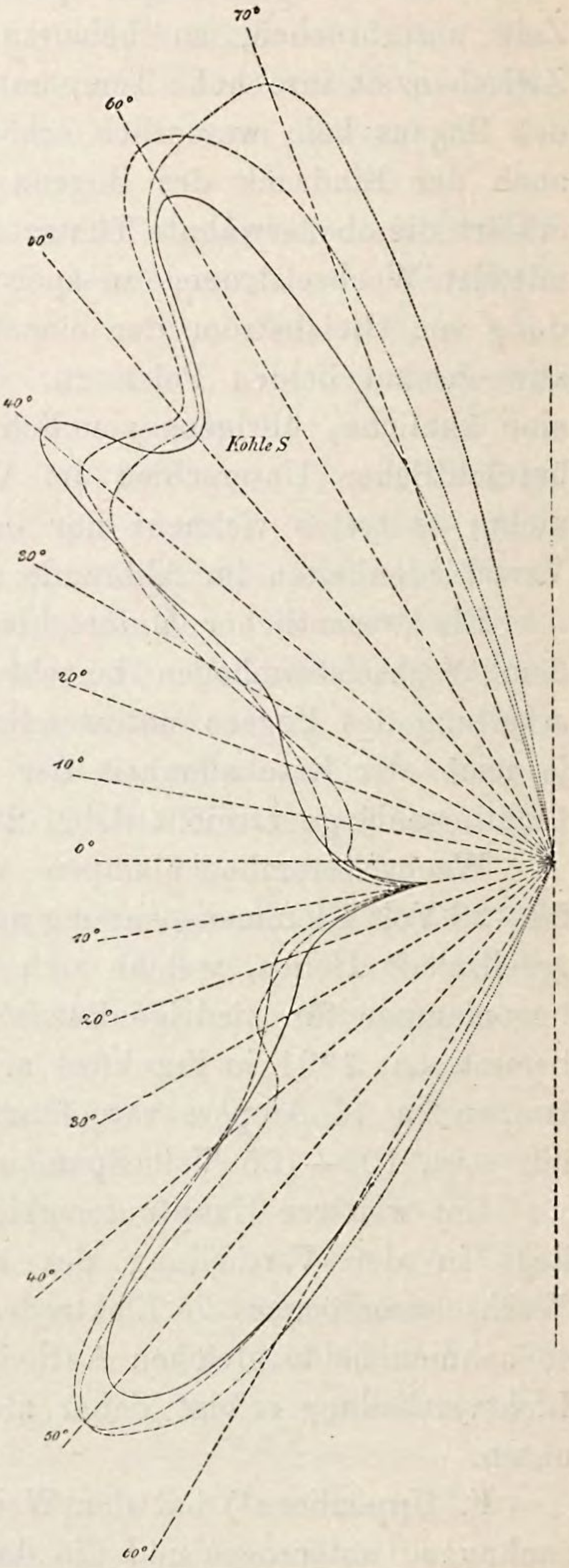


Fig. 63.
Lichtvertheilung beim Wechelstrombogen.
——— Lichtbogenlänge 2 mm.
- - - - - - - - 3 -
- - - - - - - - 4 -

Projektion dieser Kraterflächen ein Minimum, während die relative Grösse der sichtbaren Kraterfläche unter beiläufig 50—60° über, beziehungsweise unter der durch den Bogen gelegten Horizontalebene ihr Maximum erreicht.

Diese Verhältnisse finden wir auch in den aus Uppenborn's Untersuchungen gewonnenen Diagrammen der Lichtvertheilung ausgedrückt, welche in Fig. 63 dargestellt sind.

Mit wachsender Bogenlänge nimmt auch hier die Schattenwirkung jeder Elektrode mit Bezug auf das vom Krater der anderen Elektrode ausgesandte Licht ab, die gesammte Lichtwirkung demnach zu.

Betrachten wir das Bild eines Wechselstrombogens in einem sich drehenden Spiegel, so sehen wir zwei von einander getrennte, parallele Streifen, welche durch das ganze Gesichtsfeld verlaufen. Es sind dies die Bilder der beiden glühenden Kohlen. Der Zwischenraum zwischen den beiden Streifen, in welchem das Bild des eigentlichen Bogens erscheinen muss, zeigt nebeneinander liegende, abwechselnd helle und dunkle Abtheilungen. Um ein sicheres Studium dieser Erscheinung zu ermöglichen, setzte Blondel[1]) auf die Axe der Dynamo, welche den Speisestrom lieferte, eine mit lichtempfindlichem Papiere überzogene Trommel und projicirte auf dieselbe mittelst eines mit Spalten versehenen Schirmes die Bilder von verschiedenen Theilen des Bogens. Er setzte auf diese Weise die Thatsache fest, dass der Bogen sich in einer Periode zweimal bildet und wieder unterbricht, und dass die Unterbrechung immer dem Durchgange der Stromsinusoide durch den Nullpunkt entspricht. Die Dauer dieser Unterbrechung ist unter verschiedenen Bedingungen verschieden, und zwar wächst dieselbe mit der Länge des Bogens und nimmt mit der Zunahme der Polwechselzahl, der Stromdichte und der im Stromkreise befindlichen Selbstinduktion ab.

Betrachtet man das Bild eines durch den Bogen geführten Transversalschnittes, so bemerkt man, dass dasselbe seitlichen Oscillationen unterworfen ist, die synchron mit den periodischen Aenderungen der Stromstärke vor sich gehen. Bei Vergrösserung der Bogenlänge nimmt auch die Amplitude dieser Oscillationen zu. Der Bogen befolgt dabei zwei verschiedene Wege, je nachdem er sich in der einen oder anderen Richtung bildet. Bei sehr harten Kohlen kann man diese Erscheinung auch mit dem freien Auge

---

[1]) A. Blondel, Lum. él. *42*, S. 551. 1891.

wahrnehmen; der Bogen erscheint gegabelt gleich zwei mehr oder minder divergirenden Hörnern, die innerhalb kurzer Zeiträume plötzlich ihren Ort verändern. Diese Unruhe des Bogens wird theilweise durch die Eigenschaften der Kohle bedingt und kann dadurch gemildert werden, dass man die beiden Kohlen mit einer Dochteinlage aus weicherer Kohlenmasse versieht.

Das in der Theorie des Gleichstrombogens Gesagte gilt der Hauptsache nach natürlich auch für den Wechselstrombogen, wenngleich einzelne Erscheinungen wesentlich andere Züge zeigen, als beim ersteren.

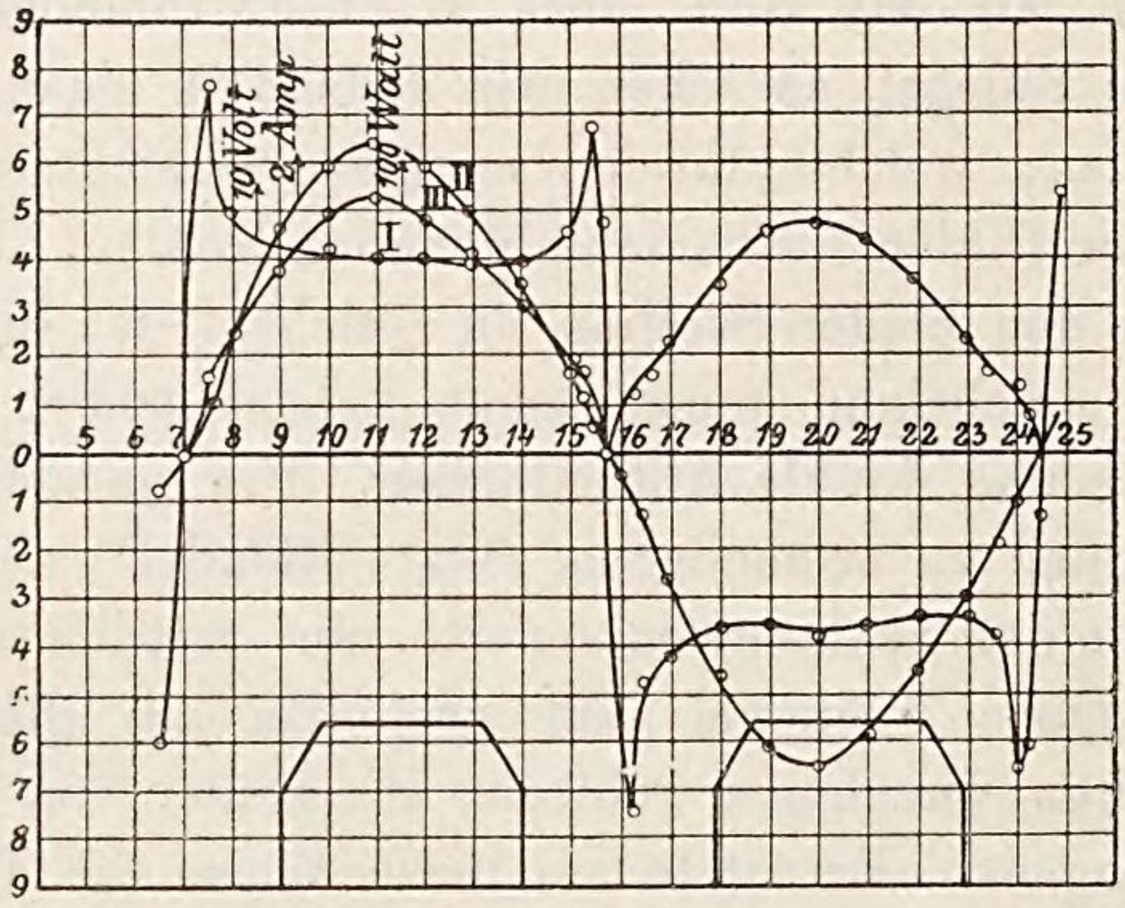


Fig. 64.
Charakteristische Kurven der Stanley-Maschine bei Einschaltung einer von Hand regulirten Bogenlampe.
I Kurve der E. M. K. III Kurve des Effektes.
II - - Stromst. IV - - Erregerstromes.

Nach einem von Joubert[1]) gegebenen Gesetze hat die Potentialdifferenz im Lichtbogen einen angenähert konstanten numerischen Werth, der mit dem Strome das Vorzeichen wechselt.

Dieses Gesetz fand eine wesentliche Bestätigung und Erweiterung durch die Untersuchungen, welche Torey, Walbridge und Reid an einer Stanley-Westinghouse-Maschine anstellten[2]).

Sie fanden zunächst, dass die Kurven, welche die periodischen Variationen des Stromes, des Effektes und des Erregerstromes, der in Wechselstrommaschinen von hoher Selbstinduktion, infolge der Rückwirkung des Armaturstromes auf das Feld gleichfalls pulsirt,

[1]) Vergl. J. Hopkinson, Journ. Soc. Tel. Eng. and El. *13*, S. 496. 1884.
[2]) Elektrot. Zeitsch. *11*, S. 633. 1890.

in ihrer Abhängigkeit von der Zeit darstellen, für den Strom reine Sinuslinien, für den Effekt und den Erregerstrom der Sinuslinie ähnliche Wellenlinien sind. Trotzdem nun die Kurve des Wechsel-

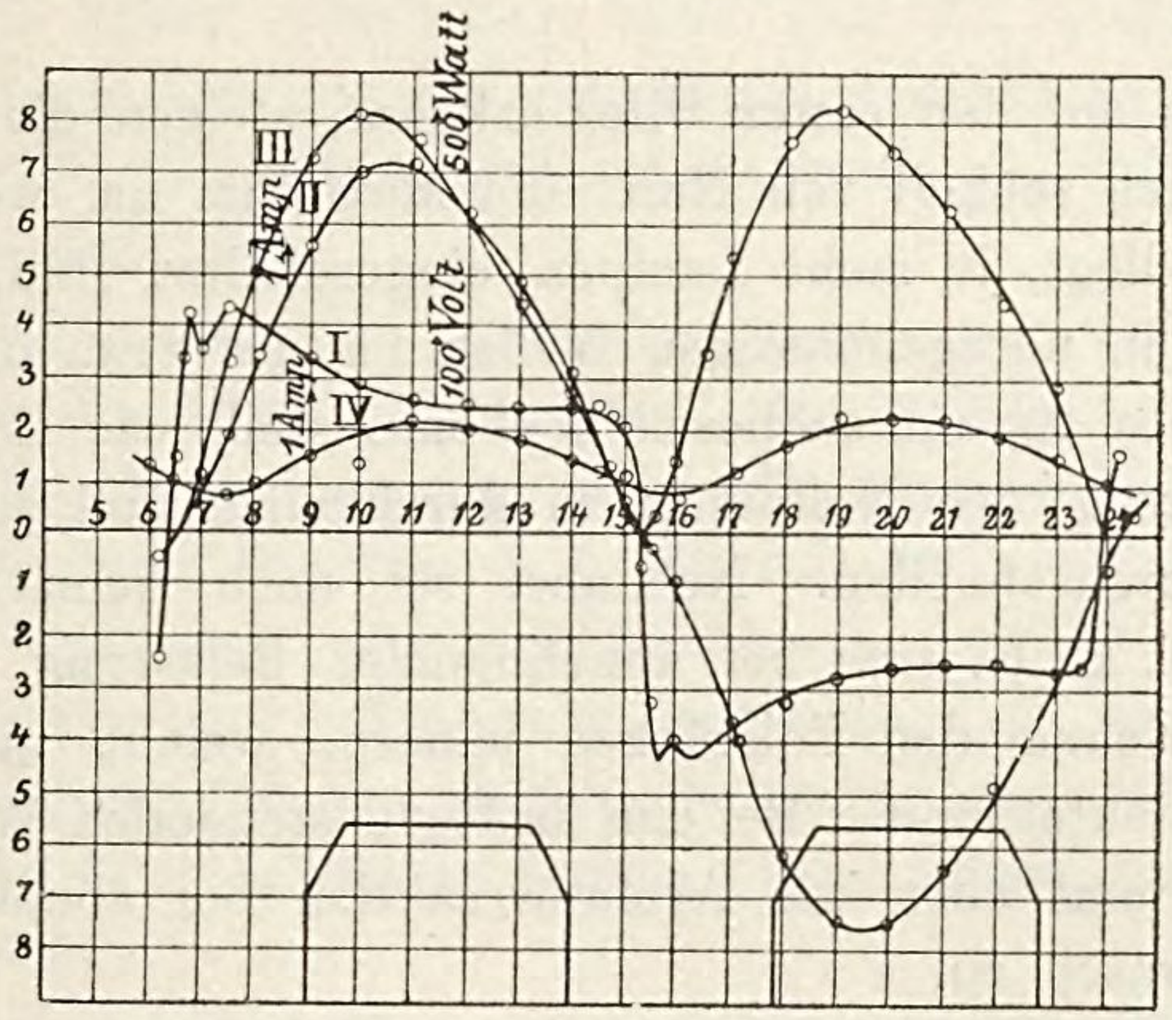


Fig. 65.

Charakteristische Kurven der Stanley-Maschine bei Einschaltung von 5 Bogenlampen.

I Kurve der E. M. K. III Kurve des Effektes.
II - - Stromst. IV - - Erregerstromes.

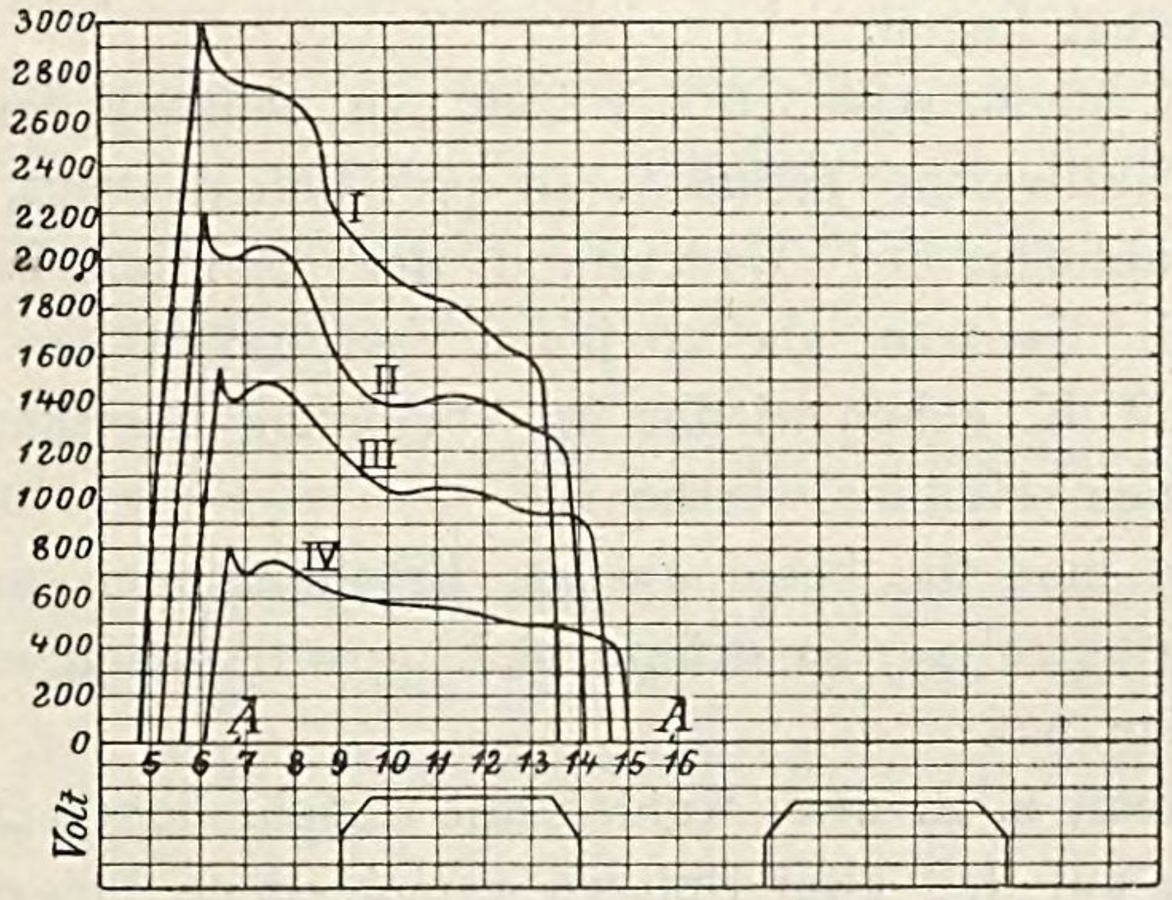


Fig. 66.

Verlauf der E. M. K. bei Einschaltung von 10, 20, 30 und 40 hintereinander geschalteten Bogenlampen.

stromes einen durchaus sinusoidalen Verlauf zeigte, besass die Kurve der elektromotorischen Kraft bei Einschaltung einer Reihe von Bogenlampen die scharfgezackte, von der Sinuslinie vollständig verschiedene Gestalt, wie sie aus den Figuren 64, 65, 66 zu ersehen ist.

In der letzten Figur sind die durch Versuche bestimmten Kurven der E. M. K. bei Einschaltung einer Reihe von bezw. 40, 30, 20 und 10 hintereinandergeschalteten Bogenlampen für je 9 Ampère dargestellt.

Wie man auf den ersten Blick erkennt, steigen die Wellenlinien ausserordentlich schnell von Null zum Maximum an, welch letzteres um so höher liegt, je mehr Lampen eingeschaltet sind, fallen dann langsam und in unregelmässigen Wellen bis auf etwa die Hälfte des Maximalwerthes ab, um schliesslich ebenso steil, wie sie angestiegen sind, abzustürzen, den Nullpunkt zu durchlaufen und zum negativen Maximum überzuschnellen. Nebenbei sei noch bemerkt, dass die Kurven der E. M. K. sich bei abnehmender Belastung immer mehr der Mitte zwischen den Polstücken nähern, welche am Fusse der Figuren angedeutet sind. Bei den in Rede stehenden Wechselstrommaschinen nimmt eben die Armaturreaktion bei abnehmender Belastung sehr rasch zu.

Die besprochene Form der Kurven der E. M. K. zeigt sich nur bei Einschaltung der Bogenlampen; da sie weder bei Einfügung von Glühlampen, noch eines mit Selbstinduktion behafteten Solenoides auftritt, kann die Ursache der eigenthümlichen Spitzengestalt nur im Lichtbogen selbst liegen.

Da die E. M. K. stets zu der Zeit, zu welcher der Strom sich nahe seinem Nullwerthe befindet, so plötzlich ansteigt, so muss in diesem Augenblicke der Widerstand des Lichtbogens einen viel höheren Werth besitzen als zu jenen Zeitpunkten, in welchen die Kurve der E. M. K. schon wieder im Abnehmen begriffen, der Strom aber nahe seinem Maximalwerthe ist.

Vergleicht man die besprochenen Erscheinungen mit jenen der Wechselstromelektrolyse, so drängt sich unwillkürlich eine Analogie zwischen beiden auf.

Wendet man z. B. zwei Kohlen mit verschiedenen Querschnitten an, so werden auf den zwei Spitzen verschiedene Polarisationsgrade eintreten und sich ein beständiger Strom von der Kohle mit grösserem zu der mit kleinerem Querschnitte einstellen, ganz analog, wie dies bei der Elektrolyse mit Wechselstrom[1]) beobachtet werden kann. Der Werth dieser Polarisation ist proportional der Dauer des Stromes und eine Funktion der Stromdichte in der Elektrode.

---

[1]) Vergl. Joseph Herzog, Elektr. Zeitschr. *12*, 424. 1891.

Eine mathematische Behandlung dieses Themas kann allerdings kein plausibles Ergebniss liefern, da die Elektroden, auf denen sich die Gase oder Dämpfe kondensiren, auch selbst verbraucht werden. Es ist jedoch leicht einzusehen, dass sich die elektromotorische Kraft der Polarisation mit der des Stromkreises kombinirt und eine Phasenverschiebung in Bezug auf die gesammte E. M. K. der Stromquelle hervorrufen wird.

Prof. Ayrton und Dr. Sumpner[1]) haben eingehende Versuche angestellt, um die Frage experimentell zu entscheiden, ob die erwähnte Phasenverschiebung eine Vor- oder Nacheilung des Stromes gegen die Spannung bewirke, d. h. ob sich der Lichtbogen wie ein Kondensator oder wie eine Selbstinduktion verhält[2]). Sie fanden, dass der Strom der Spannung nacheilt, und ferner, dass die Phasenverschiebung für den zischenden Bogen und schlechte, harte, oder allgemein auch homogene Kohlen (ohne Docht) besonders hohe Werthe annimmt.

Das Auftreten einer Phasenverschiebung charakterisirt sich stets dadurch, dass die effektiv aufgewandte Energie kleiner ist, als das Produkt aus der am Elektrodynamometer gemessenen Stromstärke und der am Voltmeter gemessenen Spannung. Der Unterschied zwischen der wahren Energiemenge und der scheinbaren, welche dem Produkte aus Spannung und Stromstärke entspricht, kann unter Umständen sehr hoch sein. Für sinusförmigen Verlauf wäre das Verhältniss der wahren Energie zur scheinbaren Energie gleich dem Cosinus des Phasenverschiebungswinkels:

$$\frac{\text{Watt effektiv}}{\text{Watt scheinbar}} = \cos.\ (\text{Phasenverschiebung.})$$

Da aber nach den oben angedeuteten Untersuchungen die Sinusfunktion für den Bogen nicht gilt, so kann die Phasenverschiebung auch nur als eine fictive angesehen werden, deren Grösse eben durch die obige Beziehung definirt ist[3]).

So hat z. B. Julius Heubach[4]) gefunden, dass der fictive Verschiebungswinkel bei Anwendung von zwei homogenen Kohlen und bei zischendem Bogen bis zu 42^0, bei zwei homogenen Kohlen

---

[1]) W. E. Ayrton und W. E. Sumpner, The Electr. *26*, S. 736. 1891.
[2]) Vergl. u. A.: C. Feldmann, Elektr. Zeitschr. *13*, S. 86. 1892.
[3]) Steinmetz, Elektr. Zeitschr. *13*, S. 567. 1892.
[4]) Julius Heubach, Elektr. Zeitschr. *13*, S. 463. 1892.

und ruhigem Bogen 35°, bei Anwendung einer homogenen und einer Dochtkohle und bei ruhigem Bogen 23° beträgt. Bei Anwendung von zwei Dochtkohlen ist die Phasenverschiebung zu vernachlässigen.

Die Erscheinung der Phasenverschiebung wurde von Hopkinson schon im Jahre 1884 in den Bereich seiner mathematischen Untersuchungen gezogen. In Anwendung seiner allgemeinen Formeln auf einen besonderen Fall hat derselbe beispielsweise berechnet, dass die thatsächlich im Bogen geleistete Arbeit um ungefähr $^1/_6$ kleiner sein könnte, als diejenige, welche man aus den Ablesungen am Elektrodynamometer und Voltmeter erhält.

Man hat die Beobachtung gemacht, dass der Wechselstrombogen bei weniger als 40 sekundlichen Cyklen des Stromes ein unruhiges, flimmerndes Licht liefert, dass diese Unruhe aber bei höheren Cyklenzahlen verschwindet. Der Wechselstrombogen ist öfters von einem summenden Geräusche begleitet, dessen Höhe mit dem Steigen der Polwechselzahl zunimmt. Die Ursache dieses Geräusches liegt nicht allein, wie häufig angenommen worden ist, in dem raschen Wechsel des Magnetismus im Regulirmechanismus, da die Jablochkoff-Kerzen, welche keinen Regulator besitzen, dieselbe Schallwirkung aufweisen. Da man bei Verwendung gewisser Ströme einen vollkommen geräuschlos funktionirenden Bogen erhält, so ist vielmehr anzunehmen, dass die Ursache des Geräusches von dem Charakter des Stromes, der sich in der Form der Stromkurve ausdrückt, abhängt.

Der mit den steigenden Polwechselzahlen immer schriller werdende Ton nimmt, wie Tesla beobachtet hat, nach Ueberschreitung einer gewissen Grenze wieder an Stärke ab, um schliesslich ganz aufzuhören, da die bei so ungemein raschen Polwechseln erzeugten Luftschwingungen durch unseren Gehörsinn nicht mehr wahrgenommen werden können.

2. Die Bogenlampenkohlen.

a) Zur Wahl der Kohlensorte.

Die Wirksamkeit des Lichtbogens hängt in hohem Maasse von der Grösse des Querschnittes und der Beschaffenheit der Kohlen ab.

Die Grösse des Kohlenquerschnittes muss der Stromstärke entsprechend bemessen werden, für welche die Bogenlampe bestimmt ist.

Sind die Kohlen mit Rücksicht auf den sie durchfliessenden Strom zu gross, so verbrauchen sie sich nicht in der ganzen Ausdehnung des Querschnittes gleichmässig, und die Folge hiervon ist eine störende Unstabilität des Bogens. Zu dünne Kohlen bieten wieder einen zu grossen Widerstand und verzehren sich zu rasch. Bemerkenswerth ist es, dass die Brenndauer der Kohlen nicht proportional dem Querschnitte ist, sondern annähernd in geradem Verhältnisse zum Durchmesser steht[1]).

Die durch die Grösse des Querschnittes bedingte Stromdichte beeinflusst die Lichtstärke des Bogens, denn letztere wächst bei gleichem Energieaufwande mit der Stromdichte. Nach Schreihage ist das Produkt aus der mittleren sphärischen Lichtstärke und dem Kohlendurchmesser, unter Voraussetzung gleicher Kohlenbeschaffenheit, eine Konstante. Es wäre demnach vortheilhaft, möglichst dünne Kohlenstäbe anzuwenden; dem steht jedoch der Umstand entgegen, dass mit der Verminderung des Durchmessers eine starke Erhöhung des Kohlenstiftverbrauches Hand in Hand geht. Die zweckentsprechendste Grösse des Durchmessers kann daher nur auf Grund praktischer Erfahrungen bestimmt werden. Dieselbe schwankt übrigens nach den Angaben der verschiedenen Fabriken für eine und dieselbe Stromstärke innerhalb beträchtlicher Grenzen. Der Einfluss der Grösse des Kohlendurchmessers ist aus den Versuchen deutlich zu ersehen, welche Marks zur Bestimmung des sphärischen Wirkungsgrades anstellte. Die von ihm bei dieser Gelegenheit gefundene Beziehung: Sphärischer Wirkungsgrad = $^1/_4$ Horizont. W. + $^3/_4$ Maximal-Wirkungsgrad ist bereits angeführt worden.

39. Einfluss des Kohlendurchmessers auf den Wirkungsgrad des Lichtbogens.

Kohlendurchmesser in Zoll engl.	Wirkungsgrad			
	Horizontal in %	Maximal in %	Sphärisch in % berechnet	Sphärisch in % beobachtet
0,832″	1,82	9,00	6,87	5,60
0,563″	4,12	14,41	11,00	11,83
0,500″	4,91	17,33	12,66	14,22
0,450″	5,48	15,52	13,30	13,01
0,370″	5,55	17,50	15,54	14,51
0,250″	8,44	19,80	16,60	16,96

[1]) L. B. Marks, The Electrician *25*, S. 150. 1890.

Eine besondere Berücksichtigung verlangen die Eigenschaften der Kohlen.

Vor Allem ist eine möglichst hohe Reinheit derselben anzustreben. Dieselbe ist jedoch nie vollkommen zu erreichen, denn die Kohlen enthalten immer fremde Beimengungen. Von diesen bilden z. B. einige Silikate die Ursache zur Entstehung kleiner Körner und schwammartiger Gebilde, welche sich auf den Kohlenspitzen ansetzen. Diese Körner bestehen aus einer in der hohen Temperatur des Bogens geschmolzenen, glasartigen Masse, welche, wenn sie in grösserem Maasse vorhanden ist, einzelne Theile der Kohlen überzieht, dort deren Verbrauch hindert und so natürlich Unregelmässigkeiten des Lichtbogens verursacht. Bei der Annäherung der Kohlen veranlassen die sich berührenden Körner ein starkes Zischen; sie können sogar die Ursache einer Kurzschliessung des Bogens werden. Eine weitere, nie ganz fehlende Beimengung sind die Kohlenwasserstoffe, die in den Kohlen eingeschlossen sind und beim Abbrande derselben frei werden, wodurch die Bildung seitlicher Flammen begünstigt wird.

Von wesentlicher Bedeutung ist ferner der Härtegrad der Kohlen. Harte Kohlen haben eine höhere Leitungsfähigkeit und eignen sich für kurze Bogen besser als weiche. Letztere bewirken hingegen eine höhere Lichtemission und eignen sich besonders für lange Bogen.

Die Brenndauer ist bei harten Kohlen länger als bei weichen; diesem Vorzuge steht aber der Nachtheil einer geringeren Lichtemission entgegen. Aus diesen Gründen sind die Eigenschaften der Kohlen auch von Bedeutung für die Kosten der Bogenlichtbeleuchtung. Bei gleicher Menge ausgestrahlten Lichtes, jedoch verschiedener Beschaffenheit der angewendeten Kohlensorten, können Unterschiede eintreten, welche im Energieaufwande bis zu 15 %, und im Kohlenverbrauche sogar bis 20 und 30 % betragen. Es lässt sich daher leicht der Einfluss ermessen, welchen die Wahl der Kohlen auf die Betriebsergebnisse grosser Anlagen für Bogenlichtbeleuchtung ausübt.

b) Erzeugung der Kohlen.

Die Herstellung der Bogenlampenkohlen bietet infolge der hohen Anforderungen, welche an dieselben gestellt werden müssen, bedeutende Schwierigkeiten. Die meistens angewendeten Rohstoffe sind Retortenkohle, Kienruss und Graphit. Erstere hat den Nachtheil, eine grosse Menge von Unreinigkeiten zu enthalten, deren

Ausscheidung nur auf kostspieligem Wege bewerkstelligt werden kann. Der Kienruss ist leichter rein darzustellen, besitzt aber leider ein zu feines Korn und eine zu grosse Absorptionsfähigkeit gegenüber Gasen. Zudem kann er nicht als eine kompakte Masse unter Druck hergestellt werden. Der beste Rohstoff ist krystallinischer Graphit, der oft bis zu 99 % reinen Kohlenstoff enthält.

Die Fabrikation der Kohlen umfasst nach Pritchard[1]) folgende Arbeiten.

Nachdem man den Graphit zu feinem, mehlähnlichem Staube zerrieben hat, mischt man denselben innig mit Kaliumchlorat im Gewichtsverhältnisse 18 : 1 und begiesst das Gemenge mit Schwefelsäure. Die Dichte der letzteren soll 1,8 sein, und zwar werden auf 11 kg Graphit 2 kg Säure gerechnet. Die feuchte Mischung wird leicht erwärmt, bis die letzten Dämpfe entwichen sind; dann wird die erkaltete Flüssigkeit abgegossen. Der zurückgebliebenen Masse fügt man etwas Fluornatrium bei, welches in Berührung mit dem vorher entstandenen Kaliumsulfat zur Bildung eines Alaunes Veranlassung giebt. Der hierbei freiwerdende Fluorwasserstoff vereinigt sich mit dem im Graphit enthaltenen Silicium zu einer Verbindung, welche sich alsdann verflüchtigt.

Der Graphit ist nun gereinigt; die weiteren Arbeiten richten sich darauf, der gereinigten Masse die nöthige Kompaktheit und Konsistenz zu verleihen. Zu diesem Zwecke werden derselben manchmal Gummi, Harze, Theer u. dergl. beigefügt, doch haben sich alle diese Substanzen als wenig zweckdienlich erwiesen. Am besten hat sich bis heute noch Zuckersyrup bewährt, dessen Anwendung jedoch eine ziemlich theure Manipulation bedingt.

Die gereinigte Graphitmasse wird ausgewaschen und hierauf in einem Tiegel zur Rothglut gebracht. Nach dem Erkalten wird bis zu ungefähr einem Drittel gepulverte und nach einem ähnlichen Verfahren gereinigte Retortenkohle beigemengt, das Gemisch mit Zuckersyrup und Wasser versetzt und zu einer homogenen Masse durchgearbeitet, welche getrocknet und zerrieben wird. Das so erhaltene, sehr feinkörnige Pulver wird neuerdings mit einer Zuckersyruplösung versetzt, bis man eine plastische und homogene Masse erhält.

Die gewünschte Stabform wird dadurch erzielt, dass man diese Masse unter sehr hohem Drucke, etwa von 100 Atmosphären, durch

---

[1]) O. G. Pritchard, The Electrician *24*, S. 492 1890.

geeignete Oeffnungen presst. Die Stäbe werden sehr sorgfältig getrocknet, um das Entstehen von Rissen und Sprüngen zu vermeiden. Die Temperatur des Trockenofens muss langsam ansteigen und darf 105^0 nicht überschreiten. Die getrockneten Kohlenstäbe werden in einem Gasofen bis zur Weissglut erhitzt, wodurch der Zuckersyrup karbonisirt wird. Nach dem Erkalten kocht man die Stäbe noch etwa eine halbe Stunde hindurch in einem Bade aus Zuckersyrup und wiederholt diese Operation so lange, bis man an den Kohlen die gewünschten Eigenschaften erkennt.

Gute Kohlen erkennt man an dem metallischen Klange, den sie beim Klopfen aneinander geben, sowie daran, dass sie mit einem Stahlmesser nicht geritzt werden können. Werden sie in Rothglut versetzt und dann schnell aus der Glühflamme entfernt, so sollen sie sofort erlöschen. Die Asche reiner Kohlen ist grau, während eine röthliche Färbung derselben auf Unreinigkeiten hinweist.

Die in der geschilderten Weise hergestellten Kohlen mit durchaus gleichem Gefüge nennt man Homogenkohlen.

Um die Ruhe des Bogens zu erhöhen, hat es sich jedoch zweckmässiger erwiesen, die Kohlen so herzustellen, dass die Härte derselben von dem Umfange gegen die Mitte zu abnehme.

Zur Erreichung dieses Zweckes wurde schon im Jahre 1843 von Casselmann ein Tränkungsverfahren vorgeschlagen, durch welches die Dichte der Kohlen an der Peripherie gegenüber jener der inneren Theile erhöht wird.

Heute stellt man zu demselben Zwecke die sogenannten Dochtkohlen her, das sind Hohlcylinder aus Homogenkohle, deren Hohlraum mit einer weicheren Kohlenmasse ausgefüllt ist. Bei der Fabrikation erzeugt man die axiale Höhlung dadurch, dass man in die Mitte der Durchschlagsöffnung, durch welche die Kohlenmasse gepresst wird, einen Stift von der Dicke des später einzupressenden Dochtes stellt.

Die Dochtkohlen werden für beide Elektroden der Wechselstrombogenlampen und für die positive der Gleichstrombogenlampen verwendet.

Um die Ruhe des Bogens zu erhöhen und den Verbrauch der Kohlen an der Aussenfläche gleichmässiger zu gestalten, werden letztere, namentlich in Amerika, platirt, d. h. mit einem dünnen galvanischen Kupferüberzuge versehen. Der Lichteffekt wird dadurch nicht erhöht; die Dauer der Kohle steigt allerdings, doch wachsen auch die Kosten, so dass ein besonderer Vortheil durch das genannte Verfahren nicht erreicht wird. (Vergl. Tabelle 36 und Fig. 70, 71, 72.)

c) Die Brenndauer der Kohlen.

Bestimmt man den Abbrand, welchen bei gegebenem Durchmesser der Kohle und konstanter Spannung an den Klemmen der Lampe verschiedene Stromstärken bewirken, so bemerkt man, dass derselbe mit steigender Stromdichte anfangs schneller, später etwas

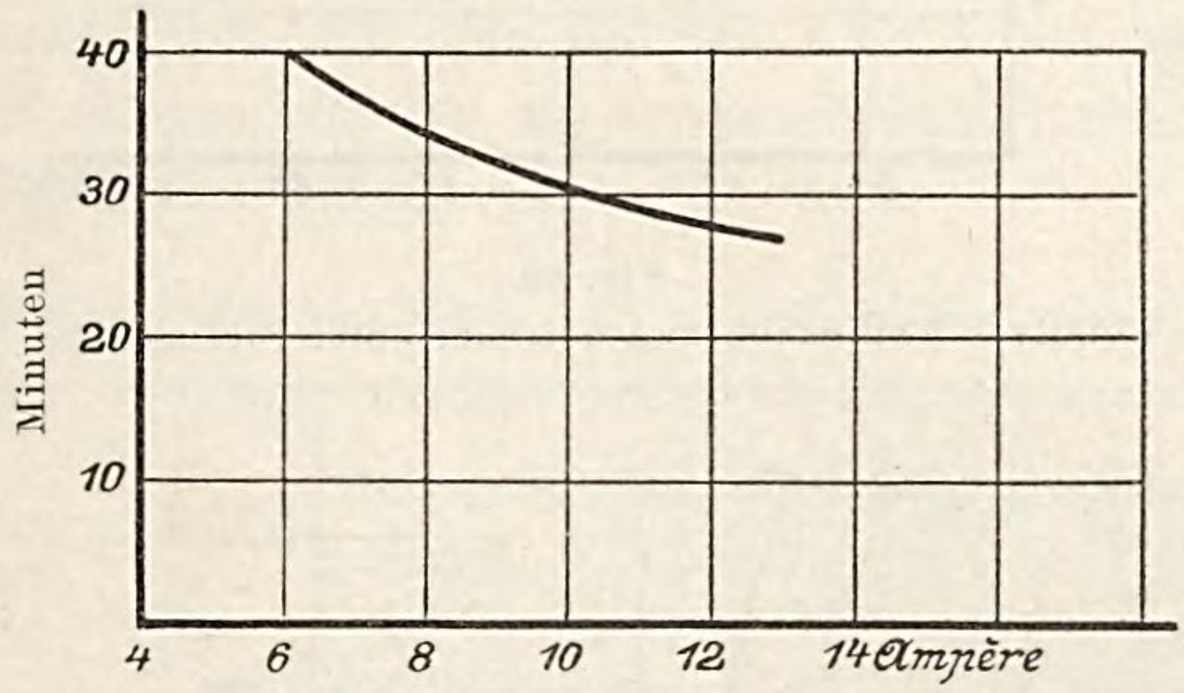


Fig. 67.
Kohlenabbrand bei konstanter Spannung.

langsamer steigt (Fig. 67), dass aber die relative Lebensdauer der positiven und negativen Kohlenstifte innerhalb weiter Grenzen von der Aenderung der Stromdichte unabhängig ist.

Hält man jedoch für die nämliche Kohle während der ganzen Versuchsreihe den Strom auf konstanter Höhe, so nimmt der ge-

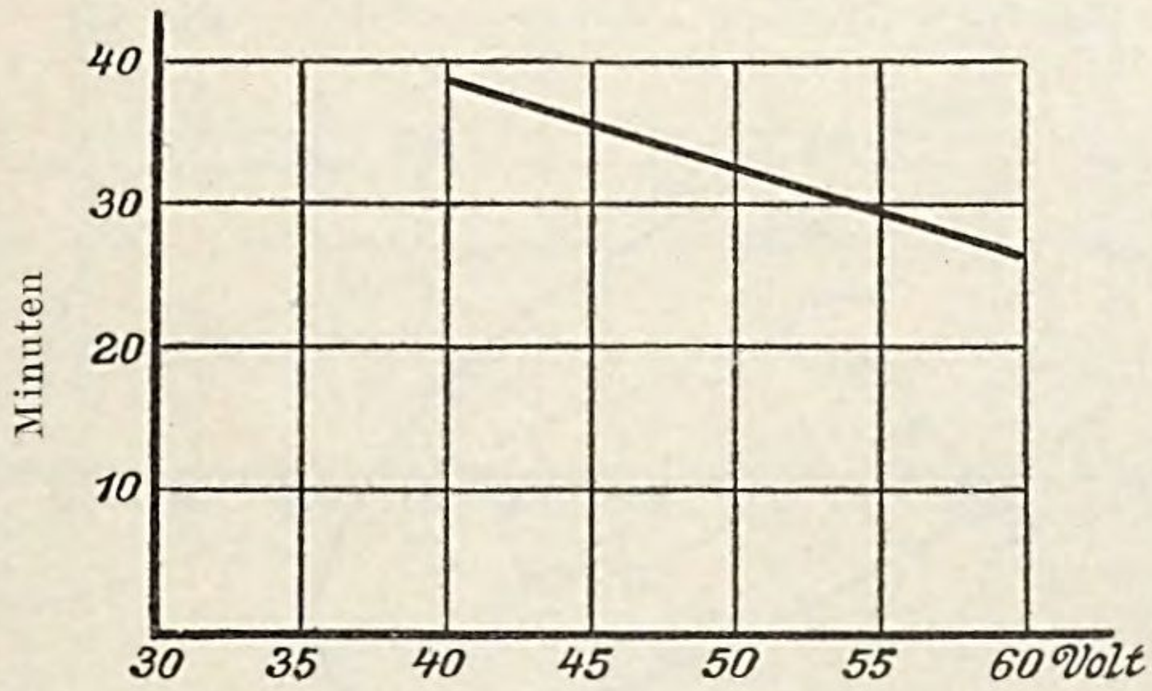


Fig. 68.
Kohlenabbrand bei konstanter Stromstärke.

sammte Abbrand beider Stifte proportional der wachsenden Klemmenspannung zu (Fig. 68). Gleichzeitig aber ändert sich das Verhältniss des Abbrandes der positiven zur negativen Kohle in der Weise (Fig. 69), dass es mit steigender Spannung mehr und mehr sich der Einheit nähert.

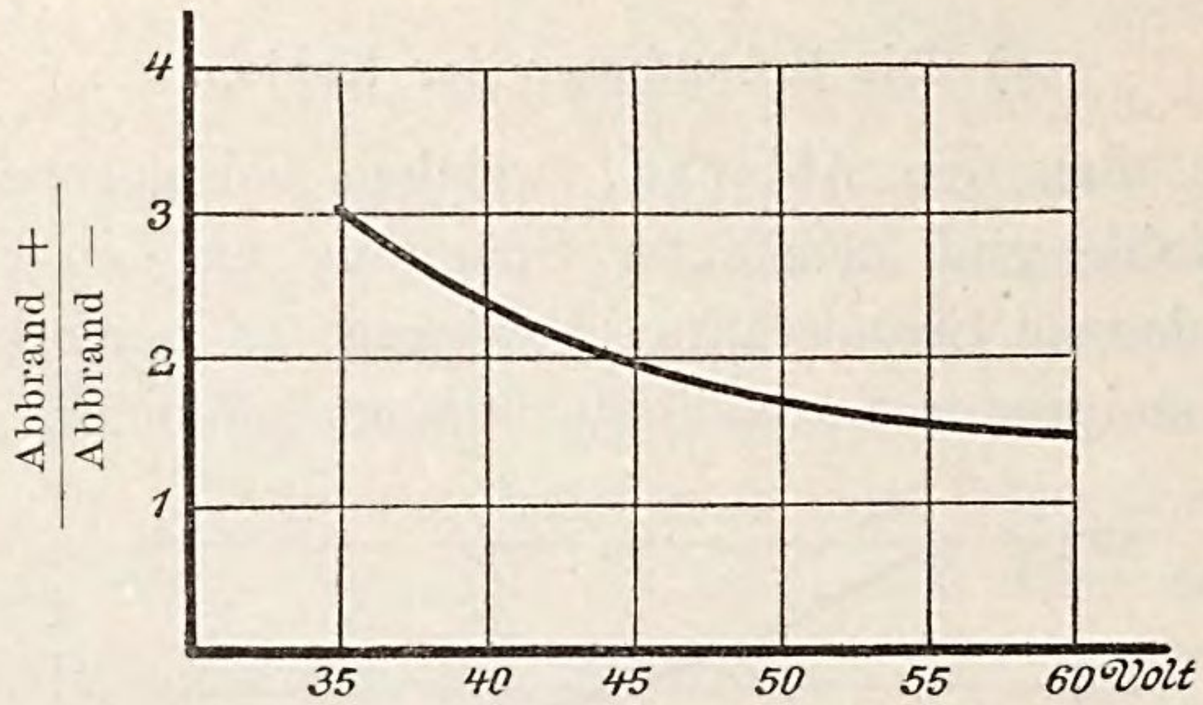


Fig. 69.
Relativer Kohlenabbrand bei konstanter Stromstärke.

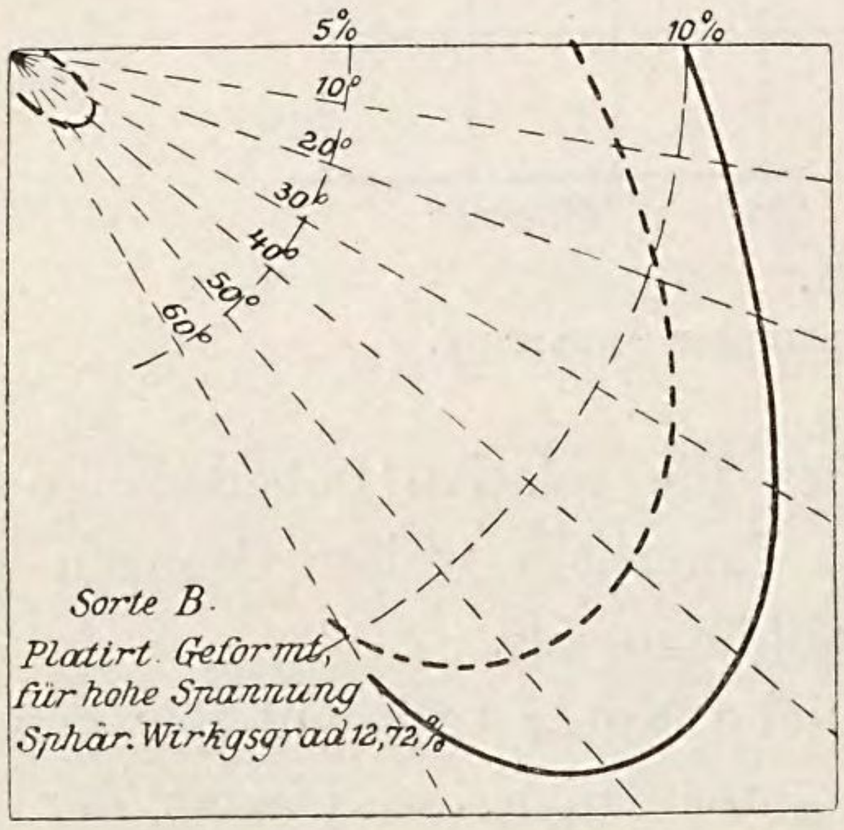


Fig. 70.

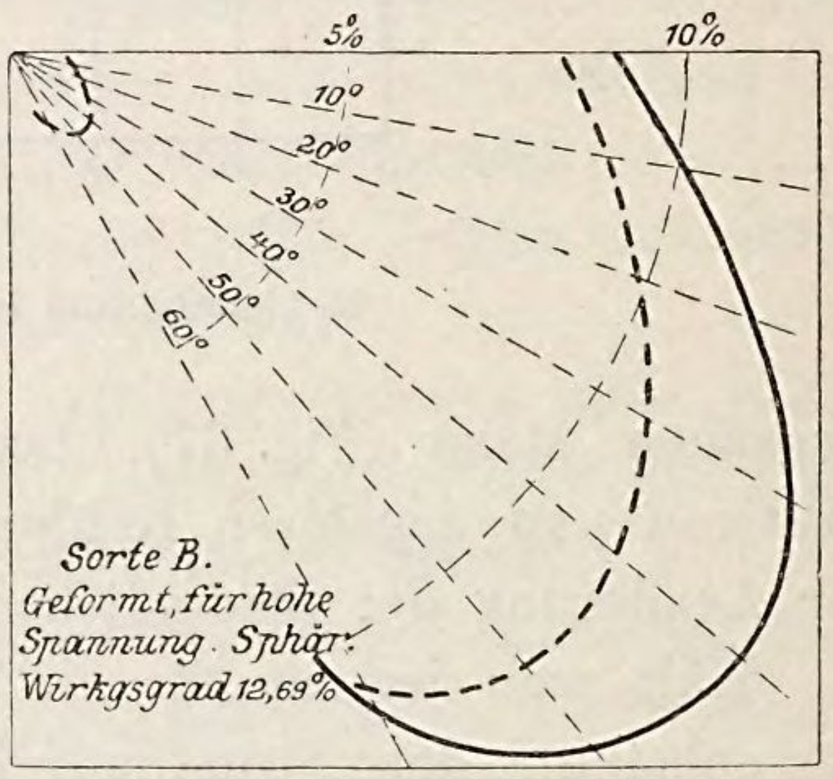


Fig. 71.

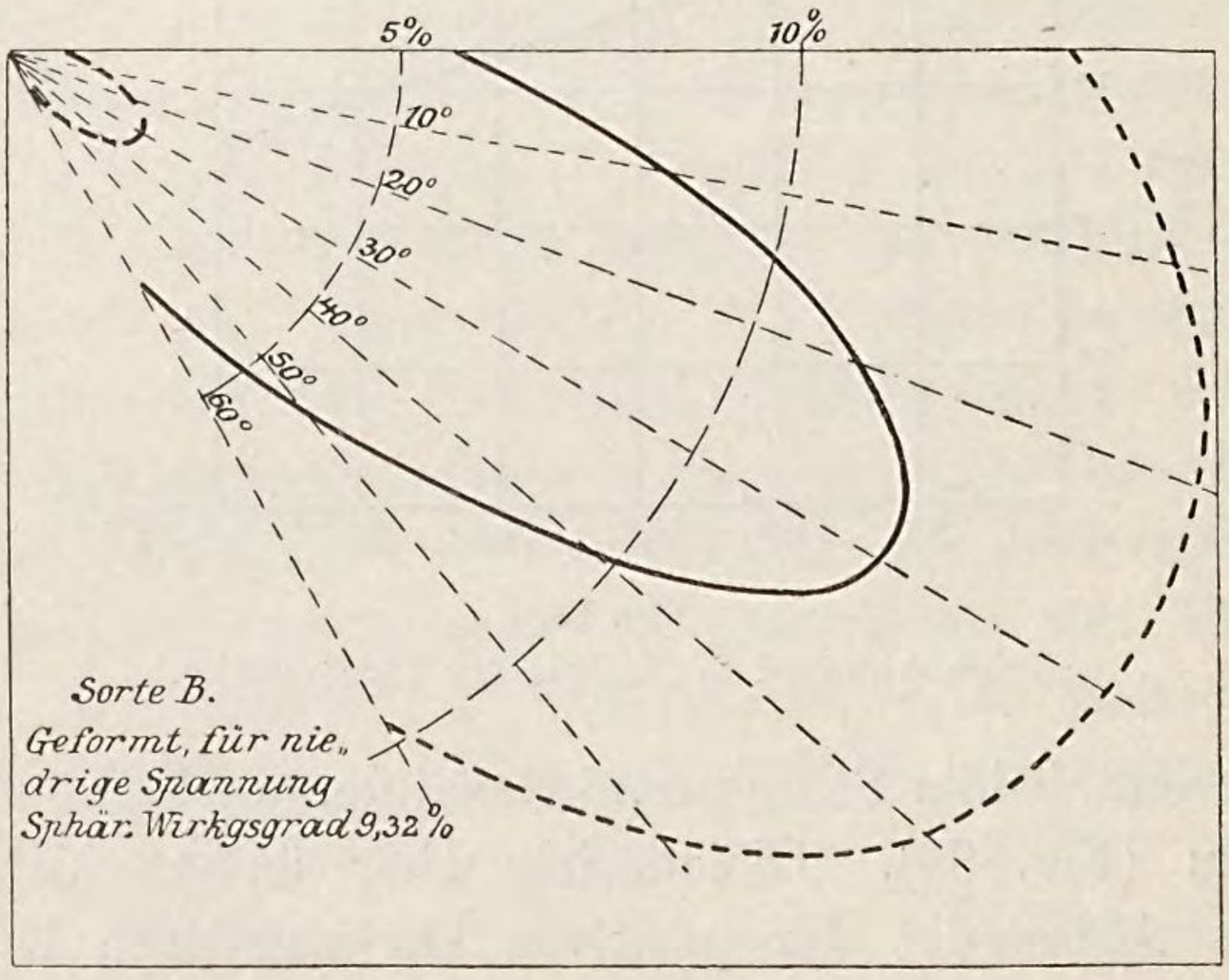


Fig. 72.
(Vergleiche auch die Bemerkungen auf Seite 117 und die Tabelle 36.)

Verwendet man eine gute geformte Kohle bei einer mit langem Lichtbogen und geringer Stromstärke brennenden Lampe, so wird die positive Kohle sich unter Umständen nur um 20 Procent rascher verzehren als die negative; je grösser jedoch die Stromstärke und je kleiner der Lichtbogen für ebendieselbe geformte Kohle wird, desto rascher wächst das Verhältniss der Abbrände. Bei Verwendung einer gepressten Kohle für den kurzen Lichtbogen gestalten sich jedoch die Verhältnisse wieder um etwas günstiger, wie die folgende, von Marks aufgestellte Tabelle erkennen lässt.

40. Relativer Abbrand der positiven und negativen Kohle nach L. B. Marks.

Kohlensorte	Anfangsgewicht der + Kohle	Anfangsgewicht der − Kohle	Strom in Amp.	Spannung an den Klemmen	Brenndauer in Minuten	Abbrand der + Kohle	Abbrand der − Kohle	Abbrand + / Abbrand −
B geformt für langen Bogen	48,38	25,22	10	50	60	5,28	4,40	1,20
B - - kurzen -	61,43	31,37	10	50	60	5,14	3,27	1,57
A - - langen -	90,57	38,68	10	50	60	5,98	3,20	1,87
10 E gepresst für kurzen -	344,68	244,64	22,5	28	150	193,18	74,42	2,59
10 B geformt - - -	367,80	259,60	22,5	28	150	166,60	51,50	3,23
10 C - - - -	594,40	294,50	22,5	28	145	151,00	41,00	3,68

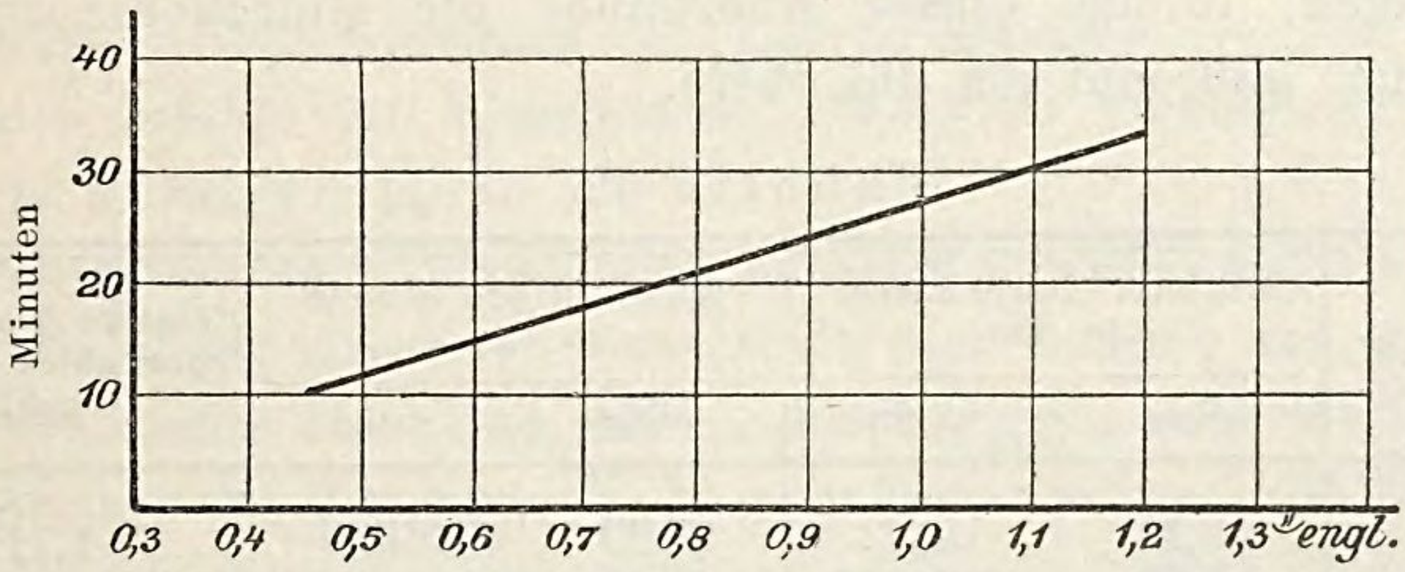


Fig. 73.
Abbrand verschieden starker Kohlen.

Untersucht man schliesslich noch Kohlen verschiedenen Durchmessers und Widerstandes unter Konstanthaltung der Klemmenspannung und des Stromes, so erkennt man, dass mit wachsendem Durchmesser, also mit abnehmendem Widerstande, die relative Brenndauer der positiven Kohle zur negativen etwas sinkt. Dieses Verhalten entspricht auch der Thatsache, dass die Brenndauer einer 12 Zoll engl. langen Kohle

Tabelle 41.

von	0,453″	mittlerem	Durchmesser	und	0,0805 Ohm	Widerstand	10,64 Stdn.
-	0,505″	-	-	-	0,075	-	12,12 -
-	0,618″	-	-	-	0,0735	-	13,64 -
-	0,739″	-	-	-	0,0615	-	21,38 -
-	0,986″	-	-	-	0,061	-	26,15 -
-	1,195″	-	-	-	0,059	-	33,49 -

betrug, dass dieselbe also proportional dem Durchmesser, aber nur näherungsweise umgekehrt proportional dem Widerstande der Kohle variirte. (Fig. 73.)

In Bezug auf die Qualifikation einzelner Kohlensorten für den Wechselstrombogen haben unsere eigenen Erfahrungen die von Marks über den Gleichstrombogen geäusserten Ansichten bestätigt Auch beim kurzen Wechselstrombogen weist die feinkörnige, gepresste Kohle besseren Lichteffekt und längere Lebensdauer auf als die grobkörnige, geformte Kohle, welche unregelmässig abbrennt, viel flammt und durch Disaggregation rasch verzehrt wird. Die relative Brenndauer der Kohlen ist naturgemäss nahe gleich der Einheit, doch verzehrt sich bei den meisten Wechselstromlampen die Oberkohle infolge der Erwärmung durch die aufsteigende Luft um etwa 8—10 % rascher als die untere. Die beigefügte Tabelle lässt jedoch erkennen, dass bei den Lampen der A.-G. Helios, Köln-Ehrenfeld, welche knapp über dem Bogen einen kleinen, emaillirten Reflektorschirm tragen, infolge dieser Anordnung die Unterkohle um etwa 11 % rascher abbrennt als die obere.

Tabelle 42.

Kohlensorte	Mittlerer Durchmesser in mm		Abbrand pro Stunde in cbmm		Relative Brenndauer Oberkohle: Unterkohle
	oben	unten	oben	unten	
A geformt	15,15	15,32	3520	3960	1,112
B gepresst	15,60	15,63	3270	3600	1,110
C geformt	15,39	15,36	2910	3250	1,112

Die Lampen waren auf 16 Ampère und 28 Volt Klemmenspannung einregulirt. Die härtere Sorte B ergab bei gleicher Lichtwirkung geringeren Abbrand und längere Lebensdauer als A. Die Kohlenstifte der Sorte C gaben sehr unregelmässige, geringe Helligkeit und starke Disaggregation; der geringe Abbrand muss darauf zurückgeführt werden, dass die Stromstärke fortwährend wechselte und ihr Mittelwerth bedeutend niedriger war als bei den Stäben der

Sorten B und A. Da jede Kohlensorte in jeder der drei Lampen untersucht wurde und die nämlichen Resultate ergab, muss die Ursache der erwähnten Unregelmässigkeiten den Stäben selbst zugeschrieben werden.

3. Bogenlampen.

Jene Apparate, in welchen der Lichtbogen zum Zwecke der Lichterzeugung hervorgerufen wird, werden im Allgemeinen Bogenlampen genannt. Ihre Aufgabe ist die Umsetzung elektrischer Energie in Licht. Damit diese Umsetzung stets gleichförmig vor sich gehe, und damit die Lampen praktisch brauchbar seien, müssen wir zu sichern streben:

1. die stete Gleichheit des Energieaufwandes in der Lampe,
2. die Konstanz der entwickelten Wärmemenge, der Temperatur und des Emissionsvermögens der glühenden Flächen.

Der erste Faktor bestimmt die Regulirung und also auch den Bau der Lampe, der zweite die Form, Grösse und Beschaffenheit der Kohlen.

a) Regulirung der Lampen.

Der Energieaufwand in der Bogenlampe ist durch das Produkt aus den Werthen der Intensität des speisenden Stromes und der Spannung an den Klemmen der Lampe gegeben. — Von den Modifikationen infolge der Phasenverschiebung bei Anwendung von Wechselstrom sehen wir ab.

Das genannte Produkt muss konstant gehalten werden, und zwar wird ein Faktor desselben ausserhalb der Lampe, sei es durch die stromerzeugende Maschine, sei es durch irgend eine Vorrichtung im Stromkreise, auf derselben Höhe erhalten, während die Konstanthaltung des zweiten Faktors durch die Lampe selbst besorgt werden muss. Hat also der in die Lampe eintretende Strom konstante Spannung, so muss die Lampe selbst die Intensität des sie durchfliessenden Stromes konstant halten, arbeitet das System mit konstanter Stromstärke, so muss die Lampe die Spannung an ihren Klemmen konstant halten.

Die Gleichmässigkeit der Energieumsetzung ist deshalb geboten, weil nur durch sie die unerlässliche Forderung erfüllt werden kann, dass die ausgestrahlte Lichtstärke unveränderlich bleibe. Die erzeugte Lichtstärke ist durch die Spannung an den Kohlenspitzen,

die Intensität des speisenden Stroms und die Länge des Lichtbogens bestimmt. Die Länge des Lichtbogens ist eine Funktion der Spannung und der Stromstärke. Da nun eine dieser beiden Grössen ausserhalb der Lampe konstant gehalten wird, so muss infolge des genannten Zusammenhanges eine Veränderung der Lichtbogenlänge eine Aenderung der zweiten Grösse nach sich ziehen. Entfernt sich somit diese letztere von ihrem vorgeschriebenen Werthe, so kann sie auf denselben zurückgeführt werden, indem die Lichtbogenlänge, d. h. die Entfernung der Kohlenspitzen, entsprechend geändert wird Man sieht, dass dadurch ein Mittel gegeben ist, eine der maassgebenden Grössen konstant zu halten und demnach den unveränderlichen Aufwand an Energie zu sichern.

Die Art, in welcher diese Aufgabe gelöst wird, bestimmt das System der Regulirung.

Allen heute verwendeten Bogenlampen ist die eine Grundeigenschaft gemeinsam, dass der die Lampe speisende Strom auch die Regulirung besorgt. Jede Lampe enthält nämlich eine oder mehrere Spulen, die zum Lichtbogen so geschaltet sind, dass der sie durchfliessende Strom unmittelbar durch die Veränderungen im Lichtbogen beeinflusst wird. Diese Spulen wirken auf Eisenkerne oder Magnetanker, und die durch Stromänderungen in den Spulen hervorgerufene Bewegung der Kerne oder Anker wird auf die Kohlen übertragen. Geschieht diese Uebertragung so, dass die Bewegung der Kohlen und die Stromänderung in der Spule gleich grosse Veränderungen des Lichtbogens im entgegengesetzten Sinne hervorrufen, so muss der Lichtbogen in seinen normalen Zustand zurückkehren.

Wir erkennen in dem angedeuteten Vorgange alle Kriterien jeder selbstthätigen Regulirung. Dieselben finden sich in allen Regulatorlampen; die Art und Weise, in welcher denselben Rechnung getragen wird, ist jedoch verschieden und bildet das Kennzeichen jedes Lampensystemes.

Innerhalb eines und desselben Systemes ergiebt sich das Hauptunterscheidungsmerkmal der Lampengattungen durch die Schaltung der regulirenden Windungen. Diese ist im Wesentlichen eine dreifache, je nachdem die Regulirwindungen mit dem Lichtbogen in Serie, mit demselben parallel, oder aber zum Theile in Serie, zum Theile im Nebenschlusse angeordnet sind. Diesen drei Schaltungsarten entsprechen in derselben Reihenfolge die Bezeichnungen Hauptstrom-, Nebenschluss- und Differential-Windungen, beziehungsweise -Lampen.

b) Hauptstromlampen.

Zur leichteren Veranschaulichung der Wirkungsweise setzen wir eine Lampe von der in Fig. 74 schematisch dargestellten Einrichtung voraus.

Die untere Kohle denken wir uns feststehend angeordnet; die obere suche sich derselben unter dem Einflusse einer Federkraft oder des eigenen Gewichtes zu nähern. Dieser Bewegung wirkt der Eisenkern K der Spule F entgegen, indem er die Kohlenenden von

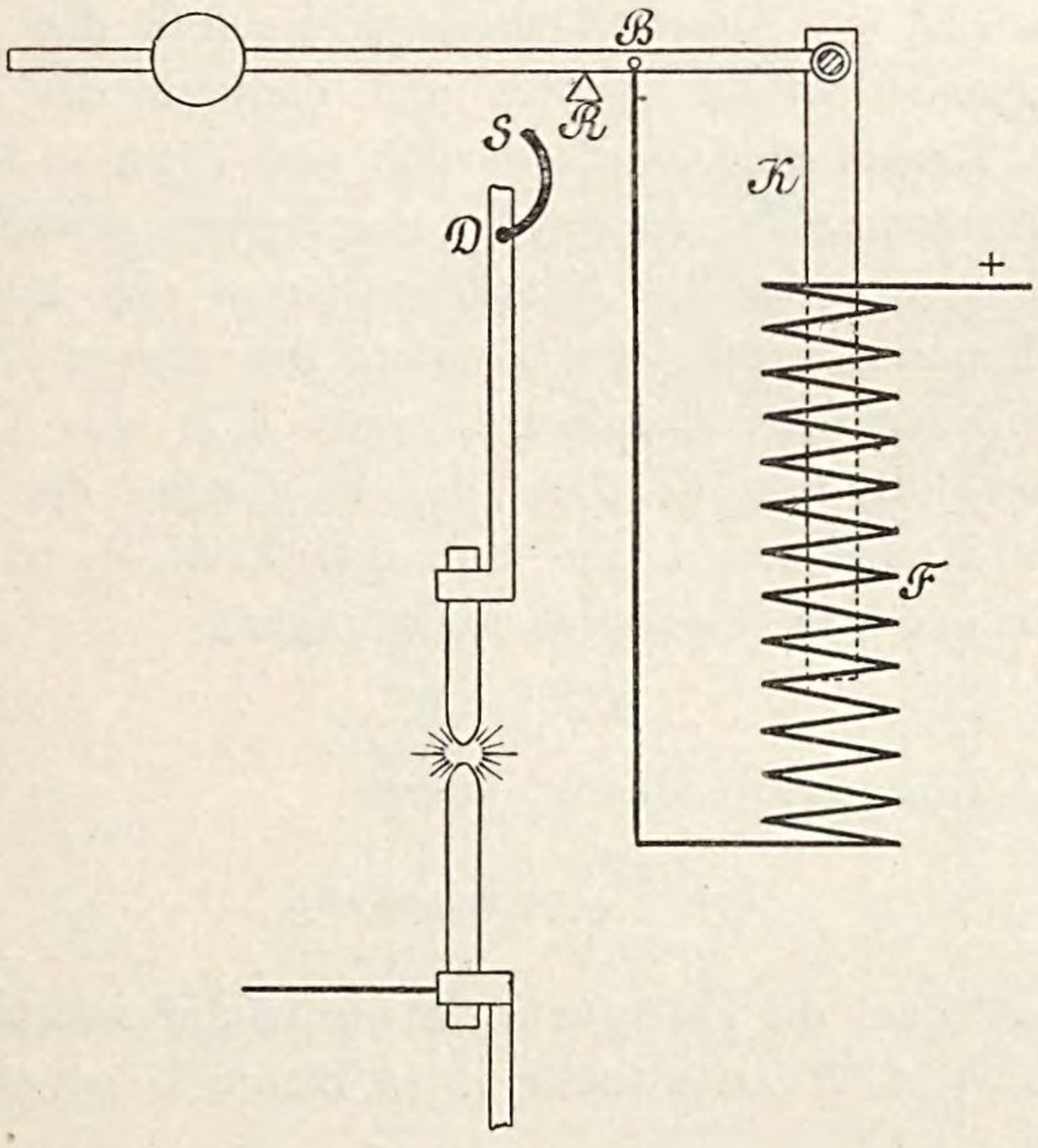


Fig. 74.
Schema einer Hauptstromlampe.

einander zu entfernen strebt. Der Mechanismus, welcher den Eisenkern K mit dem Kohlenhalter in mittelbare Verbindung bringt, sei ganz beliebiger Art und ist in Fig. 74, sowie in den zwei nächstfolgenden Figuren, ganz allgemein durch den Buchstaben S angedeutet.

Der Strom nimmt somit seinen Weg durch die Windungen, geht in den oberen Kohlenhalter über und von da durch die beiden Kohlen in den übrigen Stromkreis.

Beginnen wir die Betrachtung des Regulirungsvorganges mit dem Augenblicke, in welchem der Lichtbogen seine normale Länge besitzt. Mit dem zunehmenden Verbrauche der Kohlen wächst der

Widerstand des Bogens; dementsprechend fällt die Intensität des Stromes, und da derselbe Strom auch die Regulirwindungen durchfliesst, so vermindert sich die von den letzteren auf den Eisenkern ausgeübte Anziehungskraft. Die Kraft, welche eine Näherung der Kohlen zu bewirken strebt, gewinnt sonach das Uebergewicht über die Wirkung des Eisenkernes und veranlasst eine Verkürzung des Lichtbogens. Mit dieser Verkürzung geht aber eine Verminderung des Lichtbogenwiderstandes und sonach eine Erhöhung der Stromstärke Hand in Hand, welche so lange dauert, bis das ganze System im Gleichgewicht ist. Dieser Zustand wird durch den weiteren Abbrand der Kohlen wieder gestört und dadurch der beschriebene Vorgang von Neuem eingeleitet, welcher sich dann so lange wiederholt, bis die Grenze des Abbrandes der Kohlen erreicht ist.

Wir sehen, dass bei der Hauptstromlampe eine konstante Kraft (etwa eine Federkraft oder das Gewicht des oberen Kohlenhalters) und die Wirkung der Regulirwindungen sich das Gleichgewicht halten müssen. Beträgt die Zahl der Windungen der Hauptstromspule N, die Stromstärke I, die konstante Kraft F, so gilt für den normalen Zustand die Gleichgewichtsbedingung

$$k\,N\,I = F, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

worin k eine Konstante bedeutet, oder

$$I = \frac{F}{k\,N} = \text{Konstante}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5a)$$

welche besagt, dass die Hauptstromlampe auf konstante Stromstärke regulirt, d. h. selbstthätig ihren Strom konstant hält.

c) Nebenschlusslampen.

Wird die Regulirung der Bogenlampe durch eine zum Lichtbogen parallel geschaltete Spule bewirkt, so nennt man die Lampe eine Nebenschlusslampe. Wir legen unserer Betrachtung irgend eine Lampe von der in Fig. 75 schematisch dargestellten Einrichtung zu Grunde.

Hier wirken eine die Kohlen auseinander reissende konstante Kraft, beispielsweise eine Federkraft, und die sie zusammenführende Wirkung der Nebenschlussspule einander entgegen. Der den Nebenschluss durchfliessende Zweigstrom ist proportional der Spannung zwischen den Klemmen der Kohlen und nimmt also mit dieser zu oder ab. Sind die Kohlen in Berührung, so sinkt die Spannung, die Spule wird in Folge dessen fast stromlos, und die Federkraft

zieht die Kohlen auseinander, so dass sich der Bogen bildet. Mit steigender Spannung zwischen den Kohlen steigt auch der Strom im Nebenschlusse, bis schliesslich ein Gleichgewichtszustand erreicht ist, welcher der normalen Bogenlänge entspricht. Mit dem Abbrande der Kohlen steigt die Spannung an den Kohlenenden und mithin auch der Strom im Nebenschlusse noch weiter, bis die Wirkung des letzteren jene der Federkraft überwiegt und die Kohlen wieder einander nähert. Der Lichtbogen kehrt in seinen normalen Zustand zurück, und der Vorgang beginnt wie früher.

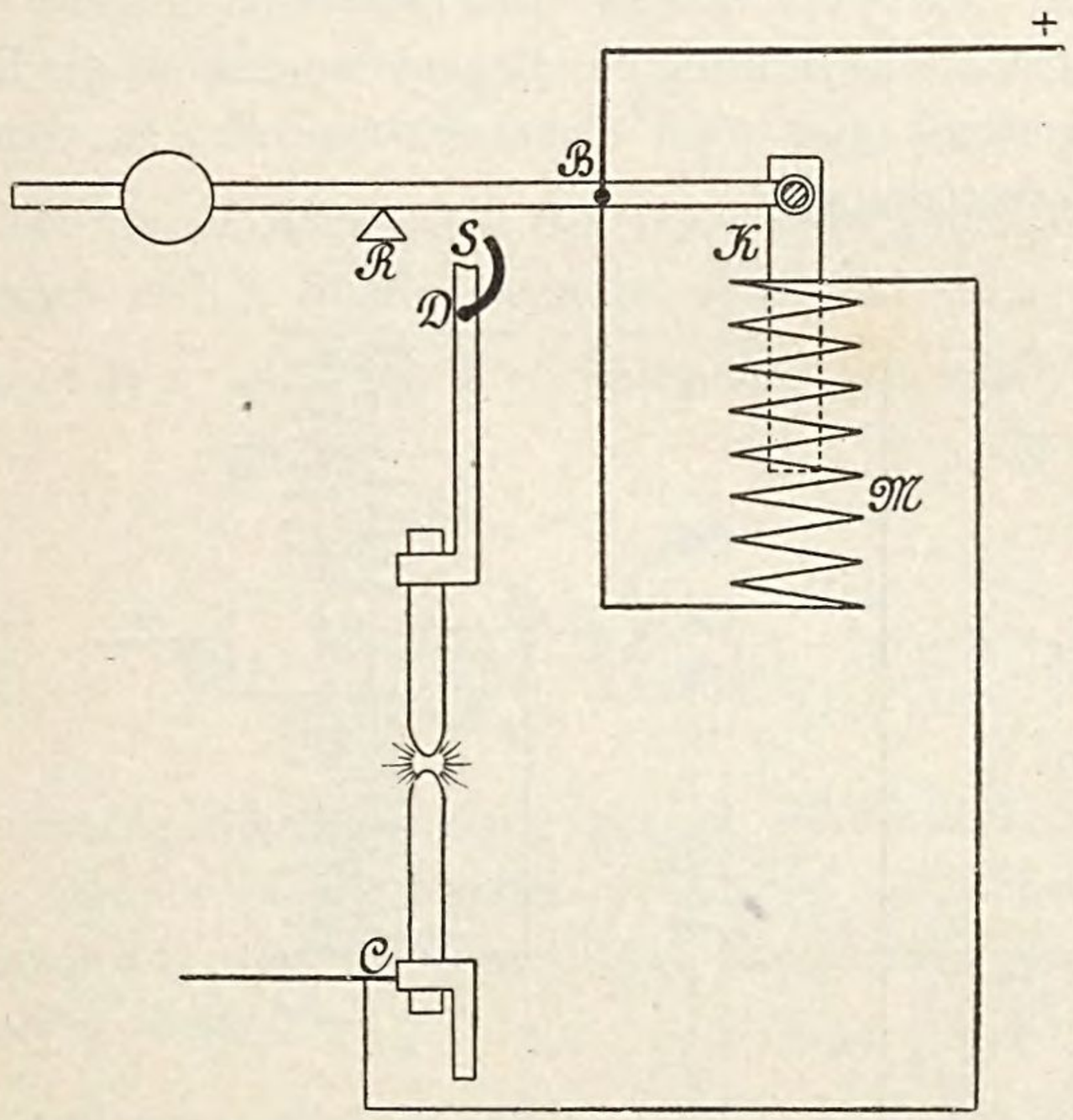


Fig. 75.
Schema einer Nebenschlusslampe.

Im normalen Zustande des Bogens müssen sich eine konstante Kraft, in unserem Falle beispielsweise die Federkraft, und die Wirkung des Nebenschlusses das Gleichgewicht halten. Ist somit i die Stromstärke im Nebenschlusse, n die Anzahl der Windungen desselben, F die Federkraft, so muss die Gleichung bestehen:

$$k\,n\,i = F. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

Ist ferner r der Widerstand des Nebenschlusses und e die Klemmenspannung an den Kohlen, so kann man in der vorstehenden Gleichung den Werth von i durch $i = \frac{e}{r}$ ersetzen und erhält

$$k\ n\ \frac{e}{r} = F$$

oder

$$e = F \cdot \frac{r}{kn} = \text{Konstante}, \quad \ldots\ldots\ 6a)$$

was nichts anderes besagt, als dass die Nebenschlusslampe selbstthätig auf konstante Klemmenspannung regulirt.

d) Differentiallampen.

Geschieht die Regulirung der Bogenlampe durch die Kombination einer Hauptstrom- und einer Nebenschlussspule, so nennt man die Lampe Differentiallampe.

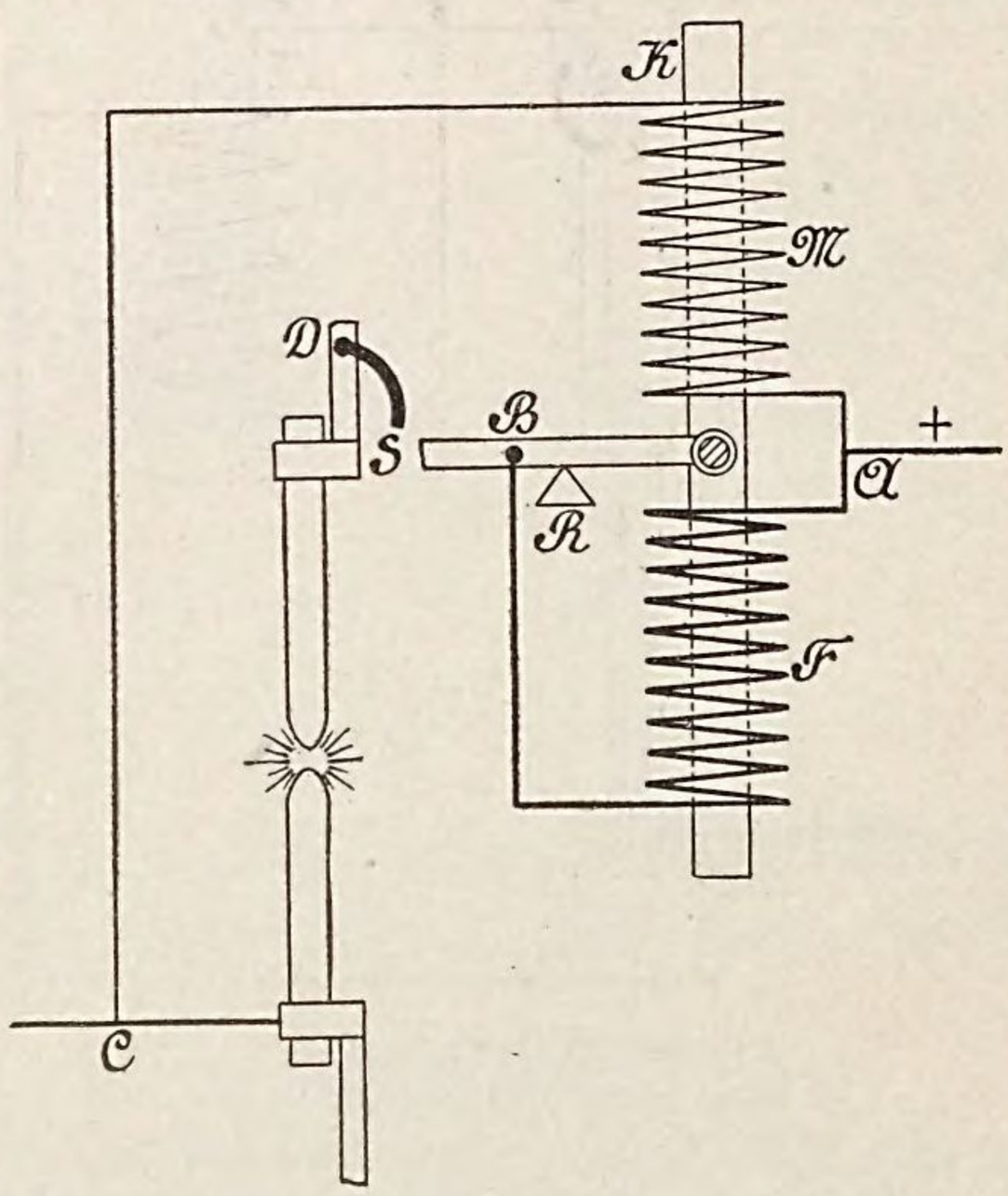


Fig. 76.
Schema einer Differentiallampe.

Wie aus dem in Fig. 76 gegebenen Schema irgend einer Differentiallampe ersichtlich ist, wirken zwei Spulen, eine dickdrähtige, in den Hauptstrom geschaltete, und eine dünndrähtige, im Nebenschlusse zum Lichtbogen befindliche, auf einen gemeinsamen Kern.

Die Wirkungen der beiden Spulen auf den Kern sind einander entgegengesetzt, so dass nur deren Differenzwirkung zur Geltung kommt. Der Kern ist mit dem oberen Kohlenhalter durch irgend

eine Vorrichtung S so in Verbindung gebracht, dass ein Heben des ersteren ein Senken des letzteren, und umgekehrt, nach sich zieht. Die Regulirung geschieht folgendermaassen.

Im normalen Zustande halten sich die Wirkungen beider Spulen das Gleichgewicht. Mit dem Wachsen des Lichtbogens nimmt die Spannung zwischen den Kohlenenden zu, infolge dessen wächst der Strom im Nebenschlusse, zieht den Kern empor und bewirkt so ein Senken der Oberkohle. Im umgekehrten Sinne wirken die Hauptstromwindungen.

Dem normalen Zustande des Bogens entspricht demnach die Gleichgewichtsgleichung

$$k\,N\,I = n\,i, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

wenn N I die Ampèrewindungen der Hauptstromspule, n i jene des Nebenschlusses und k eine Konstante bedeuten. Der Widerstand des Nebenschlusses sei r, die Klemmenspannung e; dann ist $i = \frac{e}{r}$ und somit

$$k\,N\,I = n\,\frac{e}{r}$$

oder

$$\frac{e}{I} = \frac{k\,N\,r}{n} = \text{Konstante}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7a)$$

Diese Gleichgewichtsgleichung besagt, dass die Differentiallampe das Verhältniss der Klemmenspannung zur Stromstärke, also den Widerstand, den der Lichtbogen als Ganzes darstellt, konstant zu halten sucht.

e) Die Principien der Konstruktion der Lampen.

Wie bereits hervorgehoben worden ist, werden die durch die Stromänderungen in den Regulirspulen hervorgerufenen Bewegungen der Kerne oder Anker auf die Kohlen übertragen. Die Art dieser Uebertragung bestimmt die Konstruktion der Lampen und giebt uns auch ein Mittel, letztere zu klassificiren[1]). Wir unterscheiden in dieser Hinsicht vor allem zwei Hauptgruppen. Die eine derselben schliesst alle Lampen in sich, in welchen die Wirkungen des Regulirstromes mittelbar, stets mit Hilfe eines Mechanismus, auf die Kohlen übertragen werden. Man bezeichnet sie als indirekt wirkende Lampen.

---

[1]) Vergleiche auch die Arbeiten von Silv. P. Thompson, The Electr. *22*, S. 534. 1889. El. Rev. *24*, S. 300. 1889.

Die zweite Hauptgruppe umfasst alle jene Lampen, bei welchen der Lichtbogen durch ein elektromagnetisches System ohne Anwendung eines Zwischenmechanismus, regulirt wird. Es ist dies die Gruppe der direkt wirkenden Lampen.

Innerhalb der angeführten Hauptgruppen finden wir eine überaus grosse Anzahl verschiedener Konstruktionsformen und so mannigfaltige Kombinationen der angewendeten Konstruktionselemente, dass es schwer ist, eine für alle Fälle zutreffende Klassifikation der Lampen in mechanisch-konstruktiver Hinsicht aufzustellen.

Am übersichtlichsten ist noch jene Gruppirung, welche mit Rücksicht auf die Art der Kohlenbewegung vorgenommen werden kann.

Diese Bewegung ist eine zweifache, je nachdem sie entweder die Kohlen zusammenführt, oder sie von einander entfernt. Wir wollen erstere die Vorwärts-, letztere die Rückwärtsbewegung nennen. Wir gelangen auf diese Weise zu folgender Klassifikation:

1. Lampen mit Vorwärtsbewegung allein.

Die Einrichtung dieser Lampen ist so getroffen, dass die Kohlen sich nur in der Richtung zu einander bewegen können. Je nachdem diese Bewegung in einem einfachen Nachfallen oder in einem kontinuirlichen, mechanischen Zusammenführen besteht, kann man zwei Unterabtheilungen unterscheiden:

a) Lampen mit freier Vorwärtsbewegung,

b) Lampen mit zwangsläufiger Vorwärtsbewegung.

2. Lampen mit Vor- und Rückwärtsbewegung.

Die Kohlenstäbe in den Lampen dieser Gruppe können vor- und rückwärts bewegt werden, und zwar kann die Rückwärtsbewegung entweder in voller Ausdehnung, so wie die Vorwärtsbewegung, geschehen, oder auf ein geringeres Maass beschränkt sein.

Mit Rücksicht auf dieses Merkmal ergeben sich zwei Unterabtheilungen:

a) Lampen mit voller Vor- und Rückwärtsbewegung,

b) Lampen mit begrenzter Rückwärtsbewegung.

Letztere Abtheilung kann noch weiter in drei Gruppen eingetheilt werden, je nachdem die Vorwärtsbewegung eine zwangsläufige, eine freie, oder endlich eine zwangsläufige für die kleinen und eine freie für die grösseren Bewegungen ist.

Die angedeuteten Konstruktionsprincipien finden sich in ausser-

ordentlich zahlreichen Ausführungsformen verwirklicht. Es würde jedoch zu weit führen, wenn wir an dieser Stelle auf die Besprechung der einzelnen Formen eingehen würden. Es handelt sich hier vielmehr nur um die Darlegung der allgemeinen, allen Formen eigenen Grundsätze, bei deren Beherrschung es ein Leichtes ist, sich in jedem speciellen Falle Klarheit über die Wirkungsweise der Regulirung zu verschaffen, besonders wenn man, wie wir hier voraussetzen dürfen, einige ganz beliebigen Specialkonstruktionen kennt.

f) Die Schaltung der Bogenlampen im Stromkreise.

Die Bogenlampen werden sowohl hintereinander als auch parallel in den Stromkreis eingeschaltet.

Die einfachste Anordnung ergiebt sich, wenn sämmtliche Lampen hintereinander geschaltet werden. In diesem Falle wird in der Regel durch die Maschine die Stromstärke konstant gehalten, während sich die Spannung des Leitungskreises nach der Anzahl der Lampen entsprechend ändert. Eine Bogenlampe, die nur die Stromstärke konstant zu halten sucht, wird also in diesem Falle nicht anwendbar sein, weil hierbei die zweite Grösse, die Spannung am Lichtbogen, unbeeinflusst bliebe.

Hauptstromlampen sind demnach für die Serienschaltung unverwendbar; die beiden übrigen Regulatorsysteme eignen sich hingegen in gleichem Maasse dafür, da sowohl in der Nebenschluss-, wie in der Differentiallampe nur die Nebenschlussspule wirkt, wenn die Stromstärke vollkommen konstant ist. Da bei der in Rede stehenden Schaltung derselbe Strom alle Lampen durchfliesst, so muss dafür Sorge getragen werden, dass beim Erlöschen einer Lampe der Stromkreis nicht unterbrochen werde. Hintereinandergeschaltete Bogenlampen besitzen daher stets selbstthätige Kurzschlussvorrichtungen.

Wesentlich andere Bedingungen, als die Serienschaltung, stellt der Betrieb von Bogenlampen, welche parallel von einer Leitung mit konstanter Spannungsdifferenz abgezweigt sind. Diese Schaltung kann auf dreierlei Arten ausgeführt werden, nämlich entweder als Parallelschaltung einzelner, oder je zweier hintereinandergeschalteten, oder ganzer Serien von Bogenlampen.

In allen drei Fällen muss vor die Lampen ein Vorschalt-, Beruhigungs- oder Ballastwiderstand in die Abzweigung eingefügt werden.

Die Einfügung desselben geschieht in der Absicht, die Schwankungen des Stromes zu dämpfen. Denken wir uns eine einzige Lampe in der Abzweigung ohne Vorschaltwiderstand. In dem Augenblicke, in welchem sich die Kohlen der Lampe berühren, wäre der Widerstand des Zweiges sehr gering und die Stromstärke in Folge dessen sehr gross. Die Lampe würde plötzlich sehr kräftig reguliren und den entgegengesetzten Zustand, in welchem der Widerstand des Bogens sehr gross und die Stromstärke sehr klein sind, herbeiführen. Die Stromstärke würde somit zwischen zwei sehr weit von einander abstehenden Grenzen schwanken und jede ruhige und gleichmässige Funktion der Lampe ausschliessen. Die procentuellen Schwankungen müssen natürlich viel geringer sein, wenn die Stromstärke nicht bloss von den Veränderungen des Bogens, sondern zugleich auch von einem konstant bleibenden Widerstande beeinflusst wird. Mit der Verringerung der Stromschwankungen wird die Gleichmässigkeit und Ruhe des Bogens erhöht, und es wird daher, von diesem Standpunkte allein aus betrachtet, vortheilhaft sein, einen möglichst hohen Vorschaltwiderstand anzuwenden. Allerdings steht diesem Vortheil der Nachtheil gegenüber, dass mit dem Wachsen des Beruhigungswiderstandes die in demselben aufgewendete Energiemenge grösser wird, und somit der Betrieb sich theurer gestaltet.

Dieser letztere Grund lässt es als vortheilhaft erkennen, in jede parallele Abzweigung zwei Lampen hintereinander einzuschalten. Eine Lampe übernimmt dann gewissermaassen die Rolle des Vorschaltwiderstandes gegenüber der anderen, so dass die beiden Lampen die Schwankungen gegenseitig ausgleichen und daher einen viel geringeren passiven Widerstand beanspruchen als im zuerst besprochenen Falle. Diese Schaltungsweise findet häufige Anwendung, wenn Bogenlampen an Glühlichtleitungen angeschlossen werden, die mit einer Spannung von 100—110 Volt arbeiten.

Noch vortheilhafter gestalten sich diese Verhältnisse bei Wechselstrombogenlampen, von welchen man wegen der geringeren nothwendigen Spannung an den Klemmen der Kohlen auch drei, ja sogar vier, hintereinander in eine Abzweigung der erwähnten Glühlichtleitungen legen kann.

Es ist ohne Weiteres einzusehen, dass die Grösse der Stromschwankungen auch von der Empfindlichkeit der Nachregulirung durch die Lampe abhängt und dass daher der Vorschaltwiderstand desto kleiner sein darf, je empfindlicher die Lampe ist. Eine ideale

Lampe, welche zum Nachreguliren eine unendlich kleine Zeit beanspruchen würde, könnte desselben sogar ganz entbehren. Eine solche Lampe müsste durch ihre Regulirvorrichtung nur die Stromstärke konstant halten, da die Spannung des Bogens durch die äussere Schaltung in der Leitung auf konstanter Höhe gehalten wird. Man sieht, dass in diesem Falle eine Hauptstromlampe entsprechen würde.

Sobald man es jedoch mit einer Bogenlampe von beschränkter Empfindlichkeit und endlichem Zeitbedarfe für die Nachregulirung zu thun hat, kann man des Vorschaltwiderstandes nicht entbehren. Dann erhält der Bogen während des Nachregulirens nicht mehr die durch die äussere Schaltung konstant gehaltene Spannung, sondern, in Folge des im Vorschaltwiderstande auftretenden Spannungsgefälles, eine mit der Stromstärke variirende. Es kann demnach die innere Schaltung der Bogenlampe entweder auf die veränderliche Stromstärke unmittelbar, oder aber auf die durch die letztere bedingte Spannungsveränderung reagiren. Im ersteren Falle wird man, wie im oben besprochenen Idealfalle, eine Hauptstrom-, im letzteren eine Nebenschlusslampe anzuwenden haben. Die Differentiallampe würde natürlich ebenfalls, und zwar in beiden Fällen entsprechen.

Fünftes Kapitel.

Die allgemeinen Grundsätze der Vertheilung des elektrischen Stromes.

Das Verbindungsglied zwischen den Erzeugern der elektrischen Energie und jenen Vorrichtungen, in welchen die letztere in nutzbare Energie umgesetzt wird, bilden die Leitungen.

Ihre Aufgabe besteht somit darin, den elektrischen Strom von der Stromquelle aus den genannten Umsetzungsstellen der Energie zuzuführen.

Diese Zuführung geschieht in der Weise, dass eine ganze Anzahl von Umsetzungsstellen von einer gemeinschaftlichen Energiequelle aus versorgt wird. Je nach der Lage, sowie nach der Anordnungsweise der Konsumstellen, werden sich mannigfaltig verzweigte Leitungen und ganze Leitungsnetze ergeben, die in ihren einzelnen Theilen Ströme von verschiedenen Richtungen und Stärken führen und demnach den von der Stromquelle oder den Stromquellen erhaltenen Strom in Theile zerlegen oder, mit einem Worte, vertheilen werden.

Der Vertheilung der Ströme liegen ganz bestimmte Gesetze zu Grunde, deren Kenntniss natürlich die erste Bedingung dafür ist, ein einem bestimmten Zwecke dienendes Leitungsnetz sicher voraus berechnen zu können.

Um zu diesem Ziele zu gelangen, muss vor allem die Frage beantwortet werden, wie sich der Strom in einem gegebenen oder als gegeben angenommenen Leitungsnetze vertheilt, und erst, wenn dies geschehen ist, kann man sich der weiteren Aufgabe zuwenden, ein Leitungsnetz für einen bestimmten Fall so zu dimensioniren, dass dasselbe bestimmten Bedingungen genügt.

In dem vorliegenden Abschnitte soll die erste Frage nur insoweit behandelt werden, als jene Grundsätze und Methoden angeführt werden, welche ganz allgemeine Gültigkeit haben. Der praktischen Anwendung dieser allgemeinen Grundsätze und Methoden auf die in der Praxis vorkommenden typischen Fälle der Leitungsanordnung soll der folgende Abschnitt gewidmet werden.

Die folgenden Untersuchungen gehen sämmtlich von der Voraussetzung aus, dass der betrachtete Leiter praktisch frei von Selbstinduktion und Kapazität sei.

1. Anordnung der Energieverbraucher im Stromkreise.

Die erste Unterabtheilung der Vertheilungsarten des Stromes wird durch die Anordnung der Energieverbraucher im Stromkreise bedingt. Diese Energieverbraucher, seien es die Lichtbögen der Bogen- oder die Glühfäden der Glühlampen, stellen sich als bestimmte, in den Stromkreis geschaltete Widerstände dar, so dass man sie, weil ja der Widerstand ihrem Zweck entspricht, als Nutzwiderstände, oder, weil sie Leitertheile sind, ebenso gut auch als Nutzleiter bezeichnen kann.

Die Anordnung der Nutzleiter im Stromkreise kann grundsätzlich eine zweifache sein, und zwar bezeichnet man die eine als Hintereinander-, Reihen- oder Serienschaltung, die andere als Nebeneinander-, Gruppen- oder Parallelschaltung.

2. Hintereinanderschaltung.

Bezeichnet man die Eintrittsstelle des Stromes in einen Nutzleiter als den Anfang, die Austrittsstelle als das Ende des letzteren, so ergiebt sich für die Hintereinanderschaltung folgende Definition:

Eine Anzahl von Leitern ist hintereinander geschaltet, wenn das Ende jedes Leiters mit dem Anfange des nächstfolgenden verbunden ist (Figur 77).

a_1 b_1, a_2 b_2 . . stellen die einzelnen, hintereinandergeschalteten Nutzleiter dar, ihre Widerstände seien r_1, r_2, r_3 . . ., die Widerstände der sie verbindenden Leitertheile ρ_1, ρ_2, ρ_3 . . . . .

Die Potentialdifferenzen oder die Spannungsgefälle zwischen den Endpunkten der einzelnen Nutzleiter seien v_1, v_2, v_3 . . . ., jene zwischen den Endpunkten der Verbindungsleiter Δ_1, Δ_2, Δ_3 . . . . .

Die Lösung sämmtlicher, die Stromvertheilung berührender Fragen gestaltet sich bei der Hintereinanderschaltung sehr einfach.

Es ist vor allem klar, dass ein und derselbe Strom von unveränderter Stärke sämmtliche Leiter nacheinander durchfliesst.

Eine Stromvertheilung in des Wortes engerer Bedeutung tritt somit gar nicht ein, und man kann eigentlich nur von einer Energievertheilung auf die einzelnen Nutzleiter oder von einer Vertheilung des Gesammtspannungsabfalles sprechen.

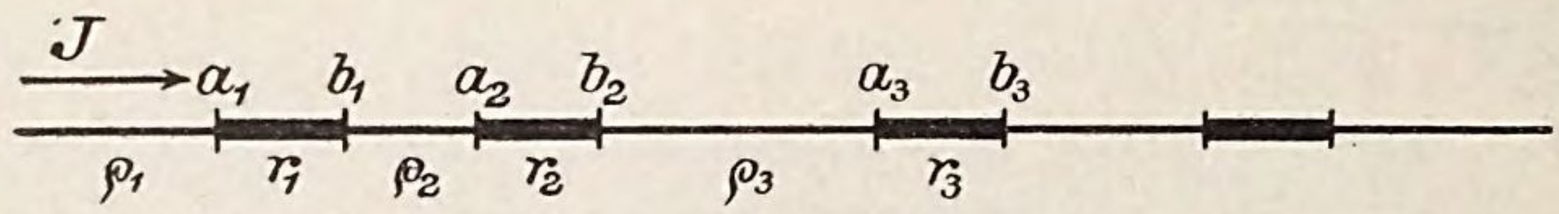


Fig. 77.

Es ist weiterhin sofort einleuchtend, dass der Gesammtwiderstand sämmtlicher hintereinandergeschalteten Leiter gleich ist der Summe der Widerstände aller einzelnen Leiter.

Bezeichnen wir den Gesammtwiderstand mit R, so ergiebt sich demnach in unserem Falle (Figur 77) die Beziehung

$$R = \varrho_1 + r_1 + \varrho_2 + r_2 + \varrho_3 + r_3 + \ldots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

oder

$$R = \Sigma(r) + \Sigma(\varrho) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1a)$$

d. h. der Gesammtwiderstand ist gleich der Summe aller Nutzwiderstände, vermehrt um die Summe der Widerstände aller Verbindungsleiter.

In der Praxis kommt es hie und da vor, dass eine Anzahl Leiter hintereinandergeschaltet werden, deren Widerstände nur um geringe Beträge von einander abweichen. Bezeichnet n die Anzahl der Leiter, r_1 den Widerstand eines derselben einschliesslich des zugehörigen Verbindungsleiters und $\Sigma(\delta)$ die Summe der Unterschiede der übrigen Widerstände im Vergleiche zu r_1, so ergiebt sich für den Gesammtwiderstand der ganzen Reihe die einfache Formel

$$R = n\, r_1 + \Sigma(\delta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1b)$$

Die Frage nach dem Spannungsabfalle, welchen die Gesammtheit aller Leiter hervorruft, lässt sich auf Grund des Ohm'schen Gesetzes ebenfalls sofort lösen, denn es muss dem Inhalte des genannten Gesetzes zufolge der gesammte Spannungsabfall gleich der

Summe aller Spannungsgefälle in den hintereinandergeschalteten Leitern sein. Es wird also nach Figur 77

$$V = \Delta_1 + v_1 + \Delta_2 + v_2 + \Delta_3 + v_3 + \ldots \quad 2)$$

oder

$$V = \Sigma(v) + \Sigma(\Delta) \quad 2a)$$

d. h. der gesammte Spannungsabfall ist gleich der Summe aller Spannungsgefälle in den Nutzleitern, vermehrt um die Summe aller Spannungsverluste in den Verbindungsleitern.

Wie wir gesehen haben, entfällt ein Theil des gesammten Spannungsgefälles auf die Nutzwiderstände und ein zweiter Theil auf die Verbindungsleiter. Eine nutzbare Arbeit stellt nur der erste Theil dar, während der zweite lediglich ein Aufwand ist, der behufs Fortleitung des Stromes geleistet werden muss und mit Rücksicht auf die thatsächlich gewonnene Nutzarbeit einen Verlust bedeutet. Man kann das Verhältniss der in den Nutzwiderständen wirklich geleisteten Arbeit zur gesammten aufgewendeten Energie als den Nutzeffekt der Anordnung bezeichnen.

Die erstere beträgt

$$\Sigma(v\,J) = J\,\Sigma(v),$$

die letztere

$$V\,J,$$

der Nutzeffekt wird somit ausgedrückt durch die Formel

$$\eta = \frac{J\,\Sigma(v)}{J\,V} \quad 3)$$

oder

$$\eta = \frac{\Sigma(v)}{V} \quad 3a)$$

d. h. der Nutzeffekt einer Reihe von Leitern ist gleich der Summe der einzelnen Spannungsgefälle in den Nutzleitern, dividirt durch den gesammten Spannungsabfall im Stromkreise.

Zur weiteren Veranschaulichung der Reihenschaltung diene noch ein Zahlenbeispiel.

Es seien 10 Bogenlampen zu 10 Ampère Stromstärke und 45 Volt Spannung hintereinandergeschaltet; der Widerstand der Leitung betrage 3,5 Ohm.

Die Frage nach dem Gesammtstrome ist schon in der Angabe beantwortet; sämmtliche Bogenlampen werden von demselben Strome $J = 10$ Ampère durchflossen.

Da ausserdem jede Bogenlampe mit 45 Volt Klemmenspannung brennen soll, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze das Verhältniss dieser Klemmenspannung zum Strome gleich jenem, einer Bogenlampe äquivalenten Widerstande, durch dessen Einschaltung an Stelle einer Lampe die Stromvertheilung im Gesammtkreise nicht geändert wird.

Der Gesammtwiderstand der Reihe ist gleich der Summe aller äquivalenten Widerstände der Bogenlampe, vermehrt um den Widerstand der Leitung. Erstere Summe beträgt

$$10 \times \frac{v}{J} = 10 \times \frac{45}{10} = 45,$$

letzterer

$$3{,}5 \text{ Ohm},$$

und der Gesammtwiderstand R beträgt somit

$$R = 45 + 3{,}5 = 48{,}5 \text{ Ohm}.$$

Die erforderliche Klemmenspannung des Stromerzeugers muss also

$$V = J\,R = 10 \times 48{,}5 = 485 \text{ Volt}$$

betragen.

Der Nutzeffekt der Anordnung hat den Werth

$$\frac{\Sigma(v)}{V} = \frac{45 \times 10}{485} = 0{,}92.$$

Zu demselben Resultate gelangt man auch, wenn man davon ausgeht, dass das gesammte Spannungsgefälle gleich der Summe aller Einzelgefälle, vermehrt um den in dem gesammten Verbindungsleiter auftretenden Spannungsverlust sein muss.

Die Summe der Einzelgefälle ist $10 \times 45 = 450$ Volt als Nutzspannung; der Spannungsverlust ist 3,5 Ohm $\times$ 10 Ampère = 35 Volt. Die Gesammtspannung ist also $450 + 35 = 485$ Volt.

3. Nebeneinander- oder Parallelschaltung.

Wesentlich schwieriger und mannigfaltiger gestalten sich alle Verhältnisse in einem System nebeneinandergereihter Leiter. Wir gehen daher vom einfachsten Falle der Parallelschaltung aus. Dieser ergiebt sich, wenn eine Anzahl von Nutzleitern so angeordnet wird, dass sich alle Anfänge derselben in einem Punkte, alle Enden derselben in einem anderen Punkte vereinigen. Figur 78 stellt eine solche Anordnung dar.

Wir bezeichnen die gesammte Stromstärke mit J, die Ströme in den einzelnen Zweigen mit i_1, i_2 . . . ., die Widerstände der einzelnen Theile entsprechend mit r_1, r_2 . . . . und den resultirenden Gesammtwiderstand derselben mit R.

Es ist einleuchtend, dass die Potentialdifferenz (V) oder das Spannungsgefälle zwischen den Punkten A und B für alle Zweige dieselbe ist, und ebenso, dass die gesammte Stromstärke J gleich der Summe aller Zweigstromstärken sein muss.

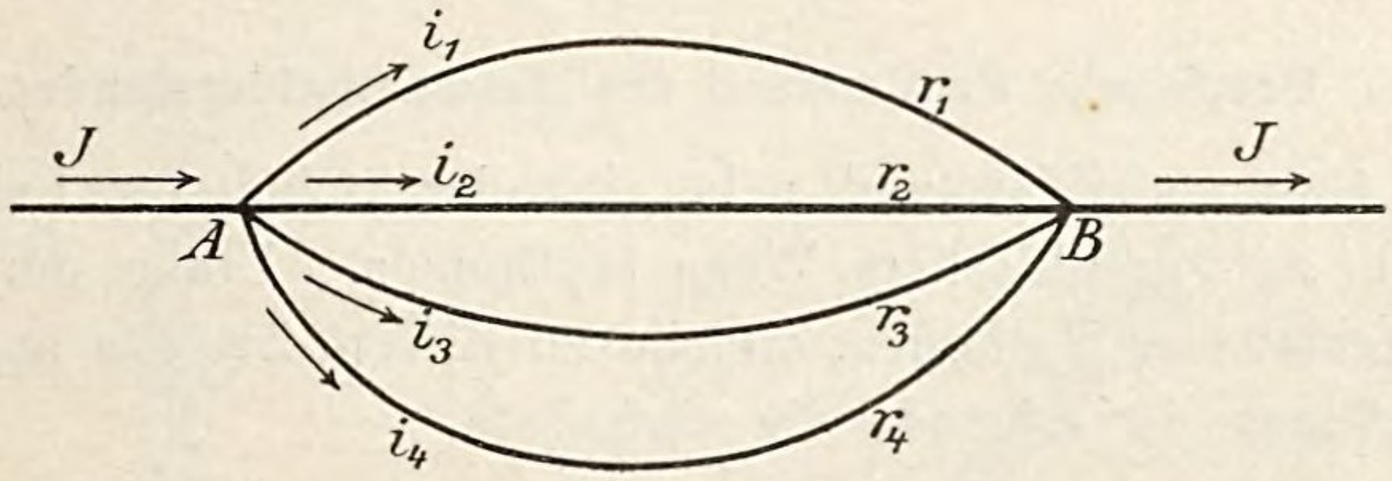


Fig. 78.

Es frägt sich nur noch, welchen resultirenden Widerstand die Widerstände aller Zweige ergeben. Der vorhergegangenen Bemerkung zufolge bestehen folgende Beziehungen:

$$V = J\,R = i_1\,r_1 = i_2\,r_2 = i_3\,r_3 = \ldots\ldots, \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

$$J = i_1 + i_2 + i_3 + \ldots\ldots, \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

aus welchen sich sofort die Gleichung

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \ldots\ldots, \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

ableiten lässt, welche besagt:

Der reciproke Werth des Gesammtwiderstandes nebeneinandergeschalteter Leiter ist gleich der Summe der reciproken Werthe aller Einzelwiderstände.

Da der reciproke Werth des Widerstandes eines Leiters gleich der Leitungsfähigkeit desselben ist, kann das vorgenannte Gesetz auch in folgender Form ausgedrückt werden:

Die Leitungsfähigkeit einer Anzahl nebeneinander geschalteter Leiter ist gleich der Summe der Leitungsfähigkeiten aller einzelnen Zweige.

Die Stromstärke in den einzelnen Zweigleitern ist bestimmt, wenn die Gesammtstromstärke und die Widerstände der Zweige bekannt sind.

Wir wissen, dass

$$i_1 r_1 = i_2 r_2 = \ldots\ldots i_n r_n = J R \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

ist, und somit die Stromstärke in irgend einem Zweige n

$$i_n = J \frac{R}{r_n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4a)$$

sein muss. In dieser Gleichung sind J und r_n bekannt und ist R nach dem vorher abgeleiteten Satze ebenfalls bestimmt.

a) Graphische Bestimmung des Gesammtwiderstandes.

Der Gesammtwiderstand nebeneinandergeschalteter Leiter lässt sich auch auf graphischem Wege bestimmen. Unter der grossen Zahl verschiedener Methoden, welche zu diesem Zwecke angewendet werden können, ist folgende die einfachste.

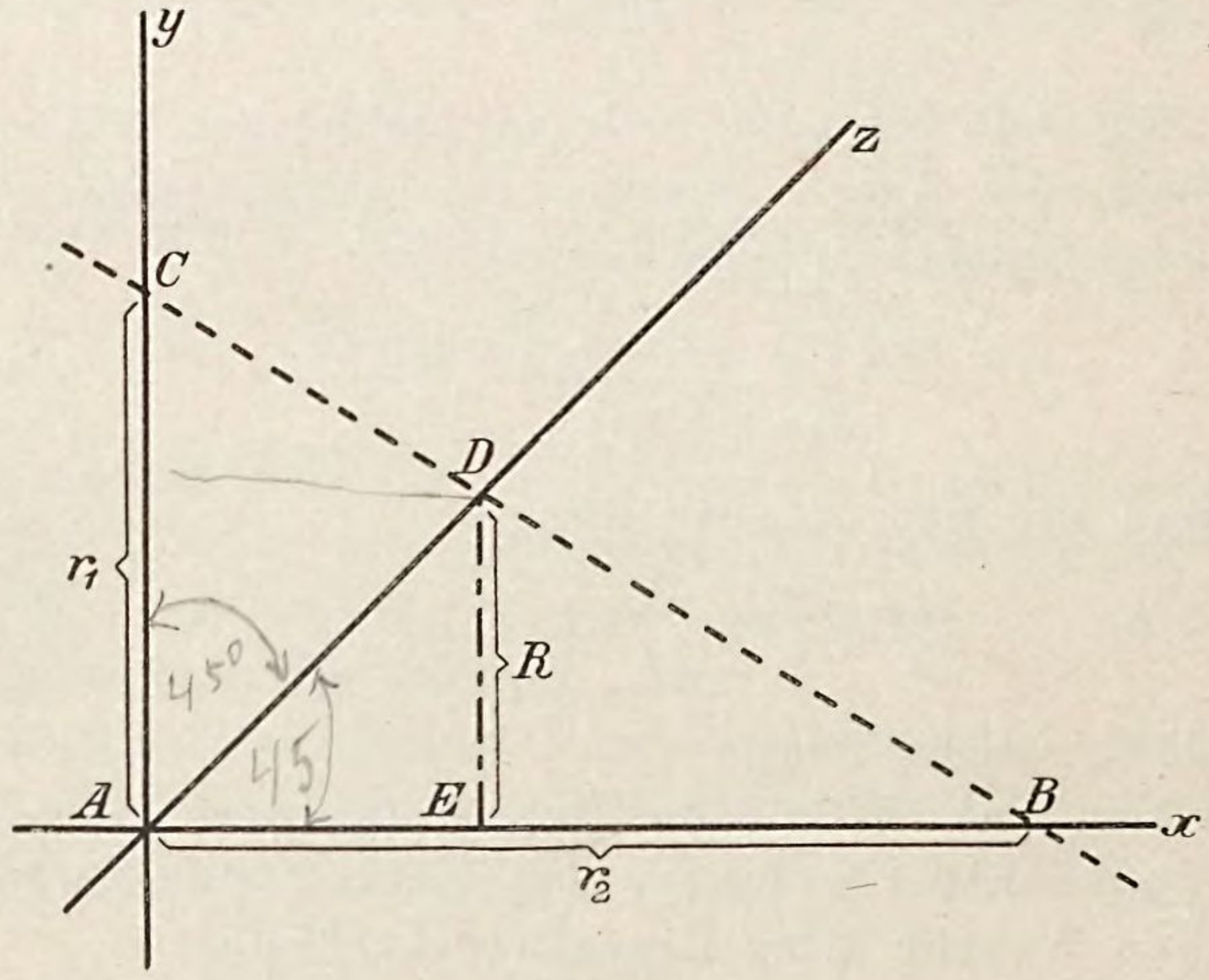


Fig. 79.

Man zeichnet einen rechten Winkel (Figur 79) y A x und zieht dessen Halbirungslinie A z. Um zwei Widerstände zusammenzusetzen, trägt man den als Länge ausgedrückten Werth des einen Widerstandes (r_1) auf den einen, den des anderen auf den zweiten Schenkel vom Scheitel aus auf und verbindet die so erhaltenen Endpunkte miteinander. Durch den Schnittpunkt (D) der Verbindungsgeraden mit der Winkelhalbirenden legt man eine Parallele zu einem

der beiden Schenkel; die Strecke auf dieser Parallele vom Schnittpunkte (D) bis zum Schnittpunkte (E) der Parallelen mit dem zweiten Schenkel giebt den Werth des Gesammtwiderstandes.

Handelt es sich um die Zusammensetzung von mehr als zwei Widerständen, so geht man in ganz gleicher Weise vor. Man setzt zuerst zwei Widerstände zusammen, vereinigt dann deren Resultirende mit dem dritten Widerstande und fährt so fort, bis man auf diesem Wege zur letzten Resultante gelangt, welche den Gesammtwiderstand aller Einzelwiderstände darstellt.

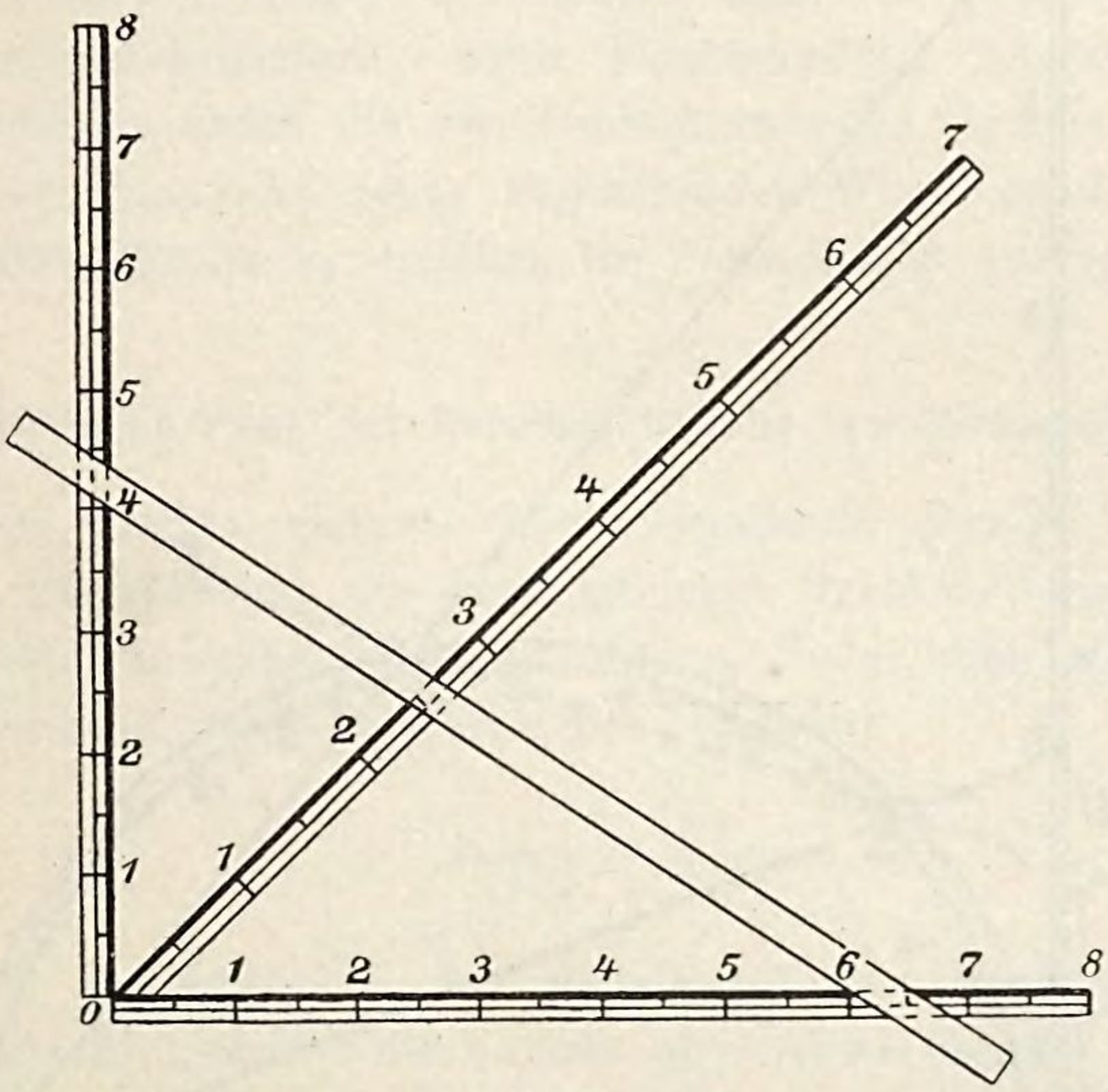


Fig. 80.

In der Praxis wird es von Vortheil sein, sich ein für allemal einen rechten Winkel sammt Halbirungslinie zu konstruiren, auf jeden der Schenkel einen Maassstab aufzutragen und die Theilpunkte desselben parallel zu dem, dem Maassstabe nicht angehörigen Schenkel auf die Halbirungslinie zu projiciren. Will man nun den Gesammtwiderstand zweier gegebenen Widerstände bestimmen, so legt man durch die zwei den letzteren entsprechenden Theilpunkte der Schenkel die Kante eines Lineales und kann dann auf der Skala der Halbirungslinie den Werth des Gesammtwiderstandes einfach ablesen. (Siehe Figur 80.)

Eine andere Methode ist folgende.

Denkt man sich (Figur 81) an einen Kreis eine Tangente gezogen, auf dieser Tangente vom Berührungspunkte aus einen bestimmten Maassstab aufgetragen und die Theilpunkte desselben mit dem, dem Berührungspunkte (A) diametral gegenüber liegenden Punkte (B) verbunden, so ergiebt sich durch die Schnitte der Verbindungsgeraden mit dem Kreisumfange eine Punktreihe von fesselnder Eigenschaft.

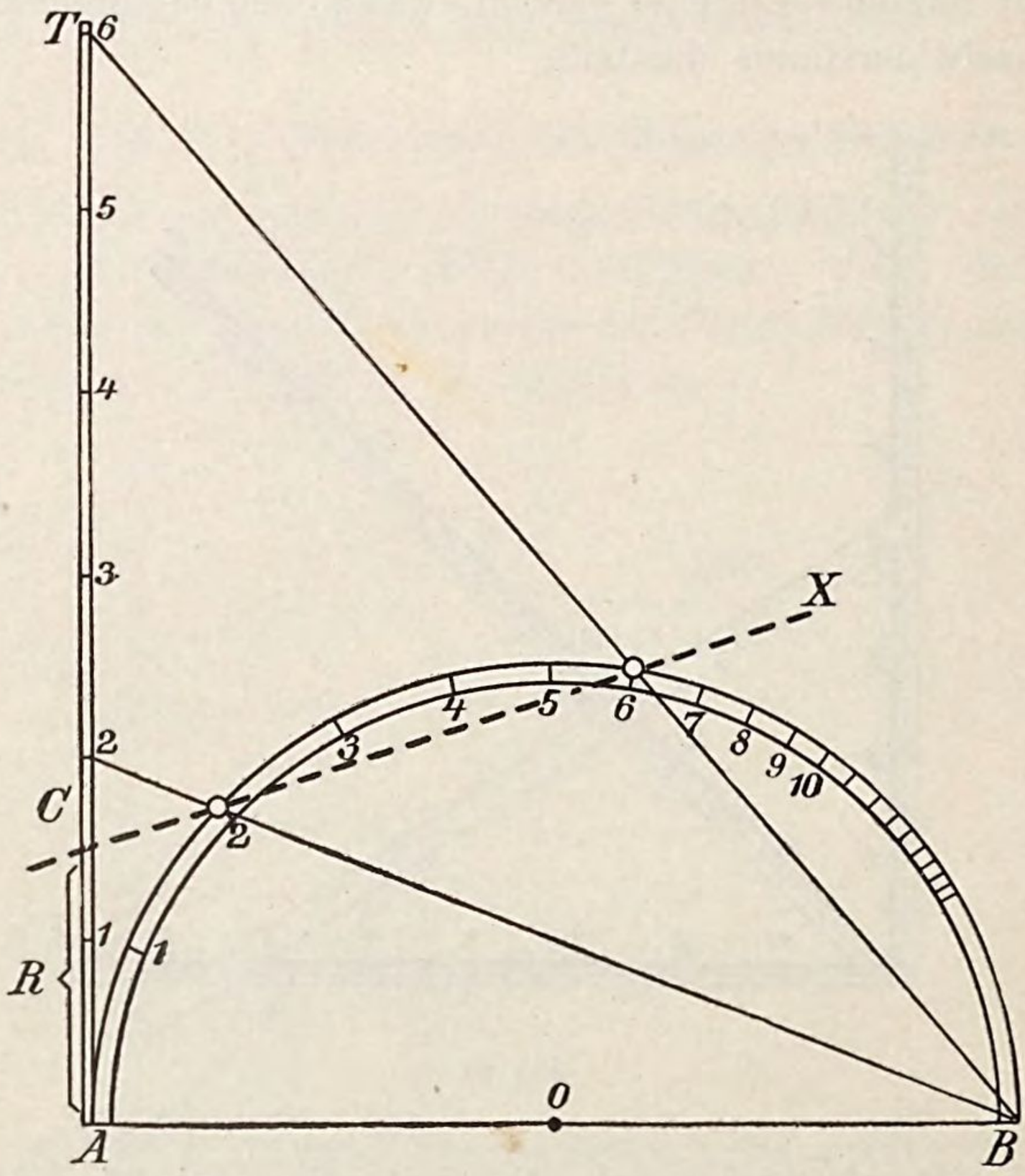


Fig. 81.

Bezeichnet man die aufeinander folgenden Punkte dieser Reihe ganz entsprechend den analogen Punkten des Maassstabes auf der Tangente, und verbindet man zwei beliebige Punkte des Kreises durch eine Gerade $\overline{CX}$, so schneidet diese auf der Tangente eine Strecke $\overline{AC}$ ab, welche gerade dem Gesammtwiderstande jener zwei parallel geschalteten Widerstände entspricht, deren einzelne Grösse durch die den Punkten C und X beigeschriebenen Zahlen angegeben wird.

So sind in Figur 81 die Punkte 6 und 2 durch die Gerade $\overline{C X}$ verbunden. Die Strecke $\overline{A C}$, welche die Gerade $\overline{C X}$ auf der Tangente abschneidet, misst somit den Gesammtwiderstand zweier parallel geschalteten Einzelwiderstände von 6, bezw. 2 Einheiten.

Die Richtigkeit des angewendeten Verfahrens ergiebt sich aus den Lehrsätzen der projektivischen Geometrie[1]).

Die dargelegte Methode gestattet eine ähnliche praktische Anwendung wie die vorher besprochene.

Denkt man sich nämlich den Kreis und die ganze Eintheilung ein für allemal konstruirt, so braucht man, um zwei Widerstandswerthe zusammenzusetzen, keine Konstruktion, sondern hat nur eine Linealkante durch die zwei entsprechenden Punkte des Kreisumfanges zu legen und jenen resultirenden Werth an der Theilung der Tangente abzulesen, welchen die Linealkante anzeigt (Fig. 81).

b) Einfache Fälle der Parallelschaltung von Widerständen.

Oefters werden mehrere Nutzwiderstände parallel zu einander geschaltet, die sich nur um einen geringen Bruchtheil ihres Werthes von einander unterscheiden. In diesem Falle kann man den Gesammtwiderstand durch die einfache Beziehung

$$R = \frac{r}{n} + \frac{\Sigma \lambda}{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6\,a)$$

ausdrücken, in welcher r den Mittelwerth der Einzelwiderstände, n deren Anzahl und $\Sigma \lambda$ die Summe aller Abweichungen der Einzelwiderstände vom Mittelwerthe r bezeichnen.

Diese Beziehung kann zur Berechnung des Gesammtwiderstandes parallel geschalteter Glühlampen (Fig. 82) Verwendung finden, da

---

[1]) Die durch die Schnitte aller möglichen Verbindungsgeraden $\overline{C x}$ auf der Tangente $\overline{A T}$ entstehenden Punkte C sind Doppelpunkte, und A ist das Centrum der Involution. Nun ist aber für das Centrum der Involution die Entfernung von irgend einem Doppelpunkte der zugehörigen Punktreihe gleich dem Produkte aus den Entfernungen der dem Doppelpunkte entsprechenden zwei Punkte vom Centrum A, getheilt durch die Summe dieser Entfernungen. Mit andern Worten, es ist für unseren Fall (Fig. 81)

$$\overline{A C} = \frac{2 \cdot 6}{2 + 6} = R.$$

in diesem Falle, wenn die Leuchtkräfte nominell gleich sind, die Widerstände der einzelnen Lampen sich um kaum mehr als 1 bis 2 % von einander unterscheiden dürften.

Nachdem wir so den gesammten Widerstand einer beliebigen Anzahl nebeneinander gereihter Leiter zu ermitteln vermögen, bietet die Bestimmung der Stromvertheilung in dem angenommenen und durch Fig. 82 dargestellten einfachsten Falle keine Schwierigkeit mehr, da sie nur die Anwendung des Ohm'schen Gesetzes erfordert.

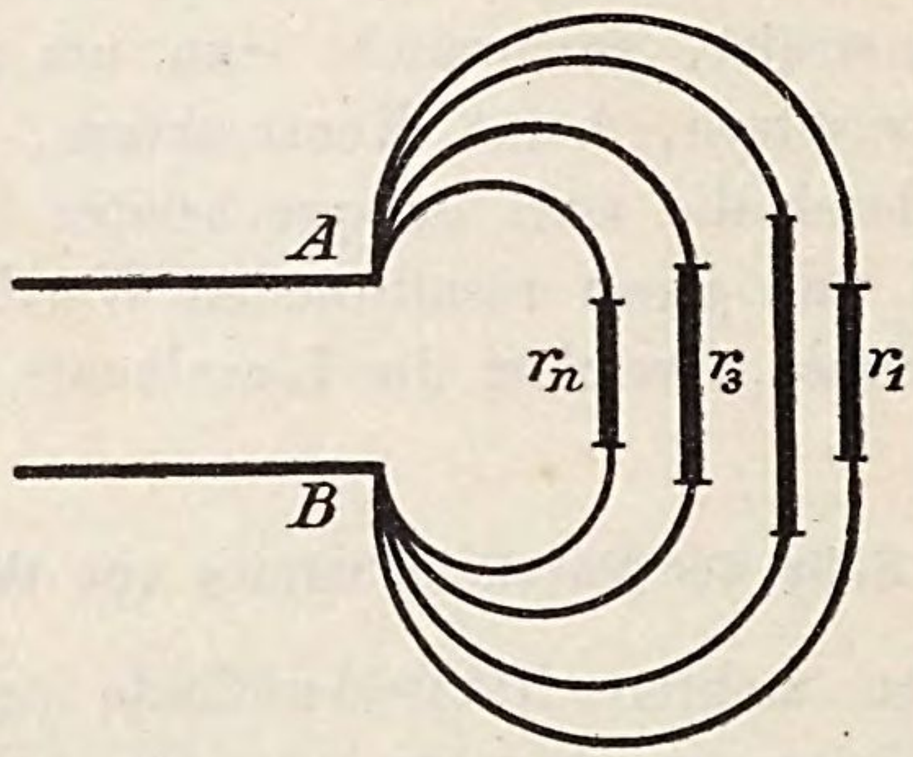


Fig. 82.

Ist z. B. eine konstante Spannung V zwischen den Punkten A und B gegeben, so wird man zuerst den Gesammtwiderstand R nach Gleichung 6 suchen. Ist dieser gefunden, so ergiebt sich der Gesammtstrom J aus der Beziehung

$$J = \frac{V}{R}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

während der Strom i_n in irgend einem Zweige sich aus der Beziehung

$$J\,R = i_n \cdot r_n \text{ oder } i_n = J \cdot \frac{R}{r_n} \quad \ldots\ldots 4)$$

ergiebt.

Im Vorhergehenden sind wir von der einfachsten Anordnung ausgegangen, welche bei der Parallelschaltung angetroffen werden kann. Wir wollen nun zu einem weniger einfachen, aber sehr häufigen Falle übergehen, indem wir beim Punkte A der bisher behandelten Anordnung (Fig. 82) einen Seitenleiter so einfügen, dass sich die in Fig. 83 dargestellte Anordnung ergiebt.

Bezeichnen wir die Nutzwiderstände mit r_1, r_2, $r_3 \ldots$, die Widerstände der einzelnen Theile des Seitenleiters mit ρ_0, ρ_1, $\rho_2 \ldots\ldots$, so müssen wir zur Ermittelung des Gesammtwiderstandes R die Einzelwiderstände von r_0 beginnend und gegen den letzten Leiter hin fortschreitend allmählich zusammensetzen.

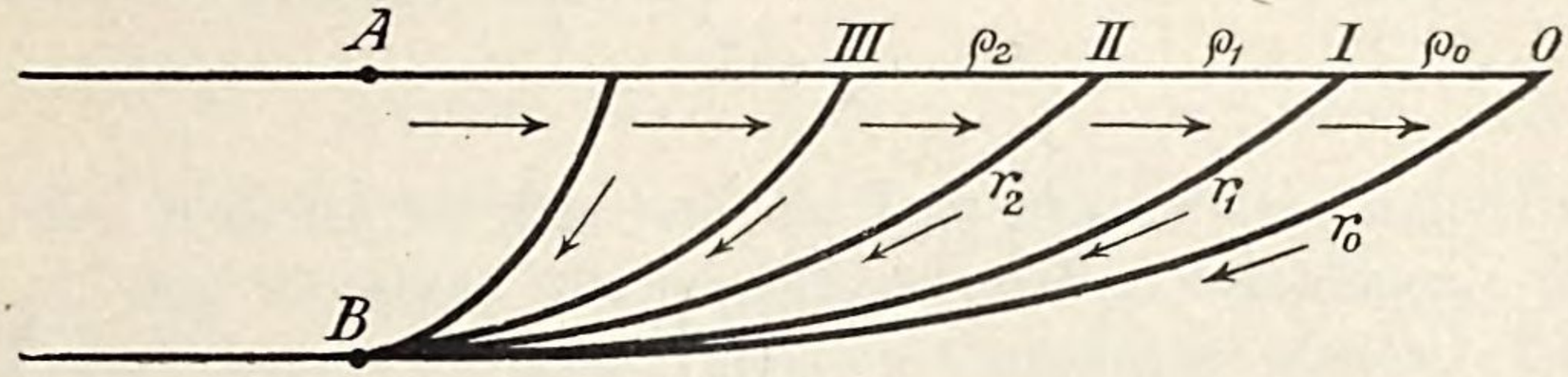


Fig. 83.

Der Widerstand hinter I B ist $r_0 + \rho_0$; parallel zu ihm ist der Widerstand r_1 angeordnet; der Gesammtwiderstand R_1 bei I B ist also nach Gleichung 6:

$$R_1 = \frac{1}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_0 + \rho_0}}.$$

Zu R_1 ist ρ_1 in Serie geschaltet, und diese Kombination wieder liegt parallel zu r_2, sodass der Gesammtwiderstand bei II B

$$R_2 = \frac{1}{\frac{1}{r_2} + \frac{1}{\rho_1 + R_1}} = \frac{1}{\frac{1}{r_2} + \frac{1}{\rho_1 + \frac{1}{r_1 + \frac{1}{r_0 + \rho_0}}}}.$$

Analog ist bei III B der Gesammtwiderstand

$$R_3 = \frac{1}{\frac{1}{r_3} + \frac{1}{\rho_2 + R_2}} = \frac{1}{\frac{1}{r_3} + \frac{1}{\rho_2 + \frac{1}{\frac{1}{r_2} + \frac{1}{\rho_1 + \frac{1}{r_1 + \frac{1}{r_0 + \rho_0}}}}}}.$$

Bei A B ergiebt sich also, wenn n Nutzleiter parallel geschaltet sind, der Gesammtwiderstand R in Form des Kettenbruches:

$$R = \cfrac{1}{\left(\cfrac{1}{r_n}\right) + \cfrac{1}{\varrho_n + \cfrac{1}{\left(\cfrac{1}{r_{n-1}}\right) + \cfrac{1}{\varrho_{n-1} + \cfrac{1}{\left(\cfrac{1}{r_{n-2}}\right) + \cfrac{1}{\varrho_{n-2}} + \cdots\cdots\cdots\

Da die Endformeln die gleichen sind, können wir unsere Betrachtungen gleichzeitig auf beide Fälle ausdehnen.

Der oben aufgestellte Kettenbruch giebt den Werth des gesammten Widerstandes des Leitungssystems an.

Ist V die Klemmenspannung des Stromerzeugers, so ergiebt sich der Gesammtstrom J

$$J = \frac{V}{R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

Des Weiteren hat man nun die Spannungsverluste in der Leitung bis zu den einzelnen Abzweigungspunkten zu bestimmen, um die Spannung, welche an diesen Punkten herrscht, zu finden. Ist dies geschehen, so kann man die einzelnen Ströme in den Abzweigungen ermitteln.

Aus dem angegebenen Gange der Berechnung ist deutlich zu ersehen, dass die genaue Ermittlung der Stromvertheilung, selbst

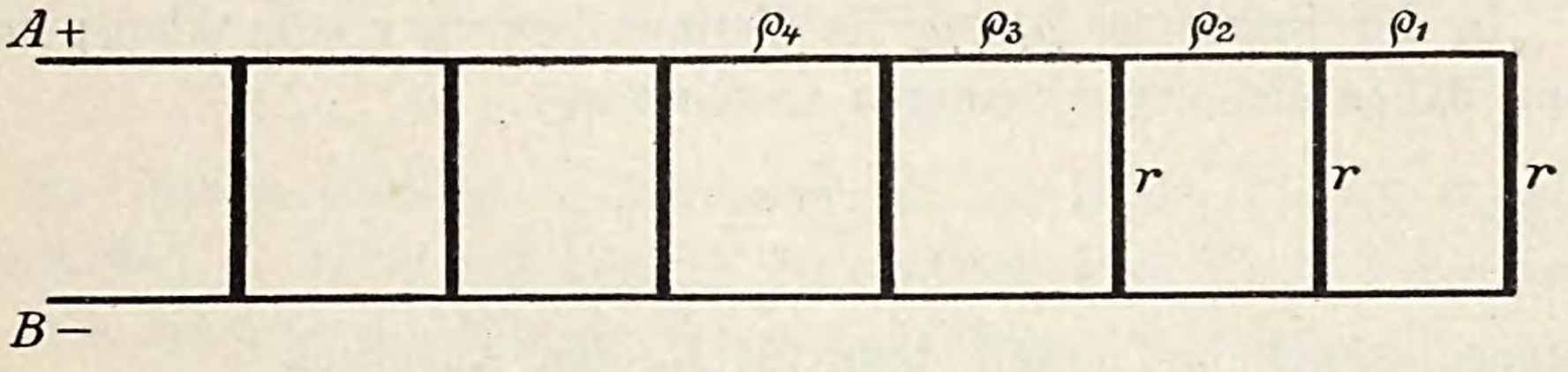


Fig. 85.

in dem angenommenen einfachen Falle, zu äusserst zusammengesetzten Ausdrücken führt, deren Auswerthung langwierige Rechnungen erfordert.

Schon der Ausdruck für den Gesammtwiderstand ist ein langer Kettenbruch, nicht minder verwickelt sind die mit dessen Hilfe aufzustellenden Formeln für die Spannungsverluste und die Ströme in den einzelnen Abzweigungen.

In dem Drange der Praxis sucht man natürlich zeitraubende Rechnungen möglichst zu vermeiden und begnügt sich dafür mit annähernd richtigen Näherungswerthen, welche auch, wenn sie innerhalb bestimmter, enger Grenzen schwanken, für die meisten Zwecke vollständig genügen.

In manchen Fällen kann beispielsweise folgende Näherungsmethode schneller zu brauchbaren Werthen führen.

Es seien (Fig. 85) A und B die beiden Hauptleiter, zwischen welche lauter gleiche Nutzwiderstände r parallel eingeschaltet sind.

Die Widerstände der Leitertheile zwischen den Abzweigungspunkten seien bezw. ρ_1, ρ_2, ρ_3 . . , die Widerstände der Leitertheile und Nutzwiderstände zusammen seien, von der letzten Abzweigung an gegen A und B hin gerechnet, mit R_1, R_2, R_3 . . . . ., bezeichnet, sodass also

$$R_1 = r + \varrho_1.$$

Dann wird:

$$R_1 = r + \varrho_1$$

$$R_2 = \varrho_2 + \frac{r\,(r + \varrho_1)}{2\,r + \varrho_1} = \frac{2\,r\,\varrho_2 + \varrho_1\,\varrho_2 + r^2 + r\,\varrho_1}{2\,r + \varrho_1}.$$

Dividirt man Zähler und Nenner durch r, so erhält man

$$R_2 = \frac{2\,\varrho_2 + r + \varrho_1 + \frac{\varrho_1\,\varrho_2}{r}}{2 + \frac{\varrho_1}{r}} \quad \ldots\ldots 8)$$

In der Praxis ist ρ_1, ρ_2 im Verhältnisse zu r sehr klein; man kann daher den noch kleineren Quotienten

$$\frac{\varrho_1\,\varrho_2}{r}$$

vernachlässigen und erhält dann für R_2 den Ausdruck

$$R_2 = \frac{r + \varrho_1 + 2\,\varrho_2}{2 + \frac{\varrho_1}{r}} \quad \ldots\ldots\ldots 8a)$$

Auf ganz gleiche Weise erhält man

$$R_3 = \varrho_3 + \frac{r\,R_2}{r + R_2} = \varrho_3 + \frac{r\left[\frac{r + \varrho_1 + 2\,\varrho_2 + \frac{\varrho_1\,\varrho_2}{r}}{2 + \frac{\varrho_1}{r}}\right]}{r + \varrho_1 + 2\,\varrho_2 + \frac{\varrho_1\,\varrho_2}{r}}.$$

$$r + \frac{}{2 + \frac{\varrho_1}{r}}$$

Vernachlässigt man die Ausdrücke von der Form

$$\frac{\varrho_1\,\varrho_2}{r_1},\ \frac{\varrho_1\,\varrho_2\,\varrho_3}{r}$$

etc., so ergiebt sich

$$R_3 = \frac{r + \varrho_1 + 2\,\varrho_2 + 3\,\varrho_3}{3 + \frac{1}{r}\,[2\,\varrho_1 + 2\,\varrho_2]}$$

und durch Fortsetzung der Rechnung endlich die allgemeine Formel für den Gesammtwiderstand:

$$R_n = \frac{r + \varrho_1 + 2\,\varrho_2 + 3\,\varrho_3 + \cdots\cdots\cdots + n\,\varrho_n}{n + \frac{1}{r}\left[(n-1)\,\varrho_1 + (n-2)\,2\,\varrho_2 + (n-3)\,3\,\varrho_3 + \cdots + (n-1)\,\varrho_{n-1}\right]}. \quad 8b)$$

Diese von Guéroult[1]) nur für den Fall, dass alle Nutzwiderstände gleich sind, aufgestellte Formel kann auch ohne diese Beschränkung Anwendung finden.

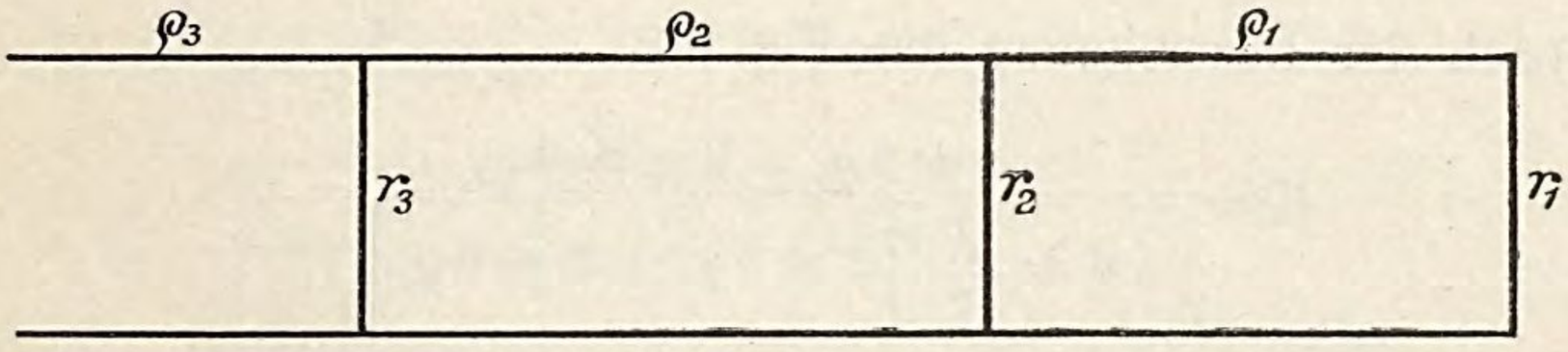


Fig. 86.

Zu diesem Zwecke denken wir uns den durch Fig. 86 dargestellten Fall in der durch Fig. 87 veranschaulichten Weise aufgelöst.

Wir drücken die Werthe der verschiedenen Widerstände r_1, r_2, r_3 . . . . als Theile eines einzigen, ein gemeinschaftliches Vielfaches aller einzelnen Werthe bildenden Widerstandes r aus, indem

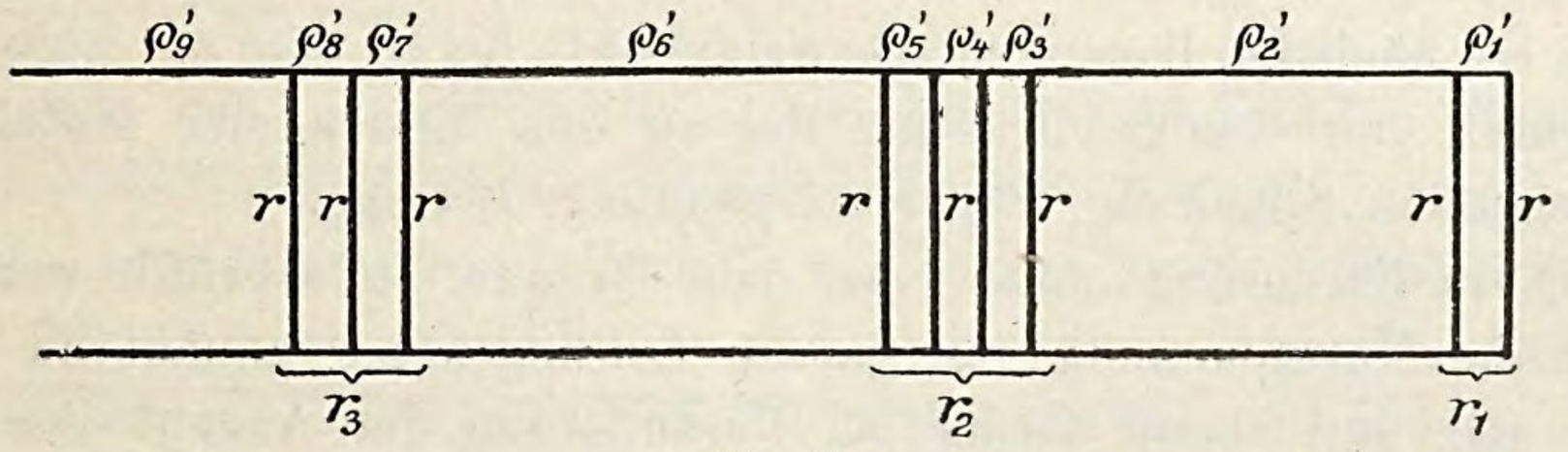


Fig. 87.

wir uns vorstellen, dass an Stelle derselben gleiche Widerstände r parallel geschaltet seien, deren bezw. Anzahl durch den Quotienten des thatsächlichen Widerstandswerthes in das gemeinschaftliche Vielfache gegeben ist.

Man hat dann wieder den Fall vor sich, in welchem lauter gleiche Widerstände parallel geschaltet sind und kann demnach die

[1]) G. Guéroult, Lum. él. *10*, S. 389. 1883.

oben aufgestellte Formel anwenden. Um diese dem thatsächlich vorliegenden Falle anzupassen, hat man nur zu bedenken, dass die Seitenwiderstände innerhalb der aufgelösten Gruppen (ρ'_1, $\rho'_3\,\rho'_4\,\rho'_5$, $\rho'_7\,\rho'_8$ Fig. 87) in Wirklichkeit Null sind, und dass daher diese Glieder aus der allgemeinen Formel einfach verschwinden, ohne den übrigen Bau der letzteren irgendwie zu stören.

Für den durch Fig. 87 dargestellten Fall würde die Formel 8b) für den Gesammtwiderstand somit lauten:

$$R = \frac{r + 2\,\varrho'_2 + 6\,\varrho'_6 + 9\,\varrho'_9}{9 + \frac{1}{r}\left[(7 \times 2\,\varrho'_2 + 3 \times 6\,\varrho'_6)\right]}$$

oder nach der Bezeichnung der Fig. 86

$$R = \frac{r + 2\,\varrho_1 + 6\,\varrho_2 + 9\,\varrho_3}{9 + \frac{1}{r}\left[7 \times 2\,\varrho_1 + 3 \times 6\,\varrho_2\right]}.$$

Die Anwendung des vorstehend dargelegten Verfahrens gestaltet sich besonders einfach, wenn die Nutzwiderstände parallel geschaltete Glühlampen sind, da sich alle Widerstände auf den Widerstand einer Glühlampe beziehen lassen.

Wir wenden uns nun einer zweiten Näherungsmethode zu. Es liegt im Wesen der praktischen Anwendungen der Parallelschaltung, dass das Spannungsgefälle in den Seitenleitern, von dem der Stromquelle am nächsten liegenden Abzweigpunkte bis zu dem am weitesten entfernten, nur wenige Procente der an den Enden der Nutzleiter herrschenden Spannung, der Nutzspannung, betrage.

Diese Forderung muss aus dem Grunde stets erfüllt werden, damit die Nutzspannung im ganzen Leitungsnetze annähernd dieselbe sei, und damit ferner bei Veränderung der Anzahl der eingeschalteten Nutzwiderstände die Spannung an den Enden der anderen nicht merklich geändert werde.

In Folge der Geringfügigkeit des Spannungsgefälles in den Seitenleitern im Verhältnisse zu jenem in den Nutzleitern wird der ausschlaggebende Einfluss auf die Vertheilung des Stroms nur von den letzteren ausgehen.

Auf diese Thatsache gründet sich die näherungsweise Ausmittlung der Werthe. Wenn man nämlich die Widerstände der Seitenleiter vernachlässigt, so ergiebt sich die Aufgabe der Strom-

vertheilung bereits als gelöst. Die Zweigströme in den Nutzleitern sind einfach umgekehrt proportional den Widerständen derselben. Mit den auf diese Weise von vornherein angenommenen Werthen der Ströme berechnet man nun die Spannungsvertheilung.

Die Zulässigkeit des angedeuteten Vorganges erhellt weiter noch die folgende Erwägung.

Das Spannungsgefälle in den Seitenleitern beträgt in den meisten Fällen nicht über 2 % der Nutzspannung; nimmt man somit die Zweigströme unter Vernachlässigung dieses Spannungsgefälles einfach entsprechend der Grundspannung am ersten Abzweigungspunkte an, so wird der Fehler in diesen Stromwerthen auch nur

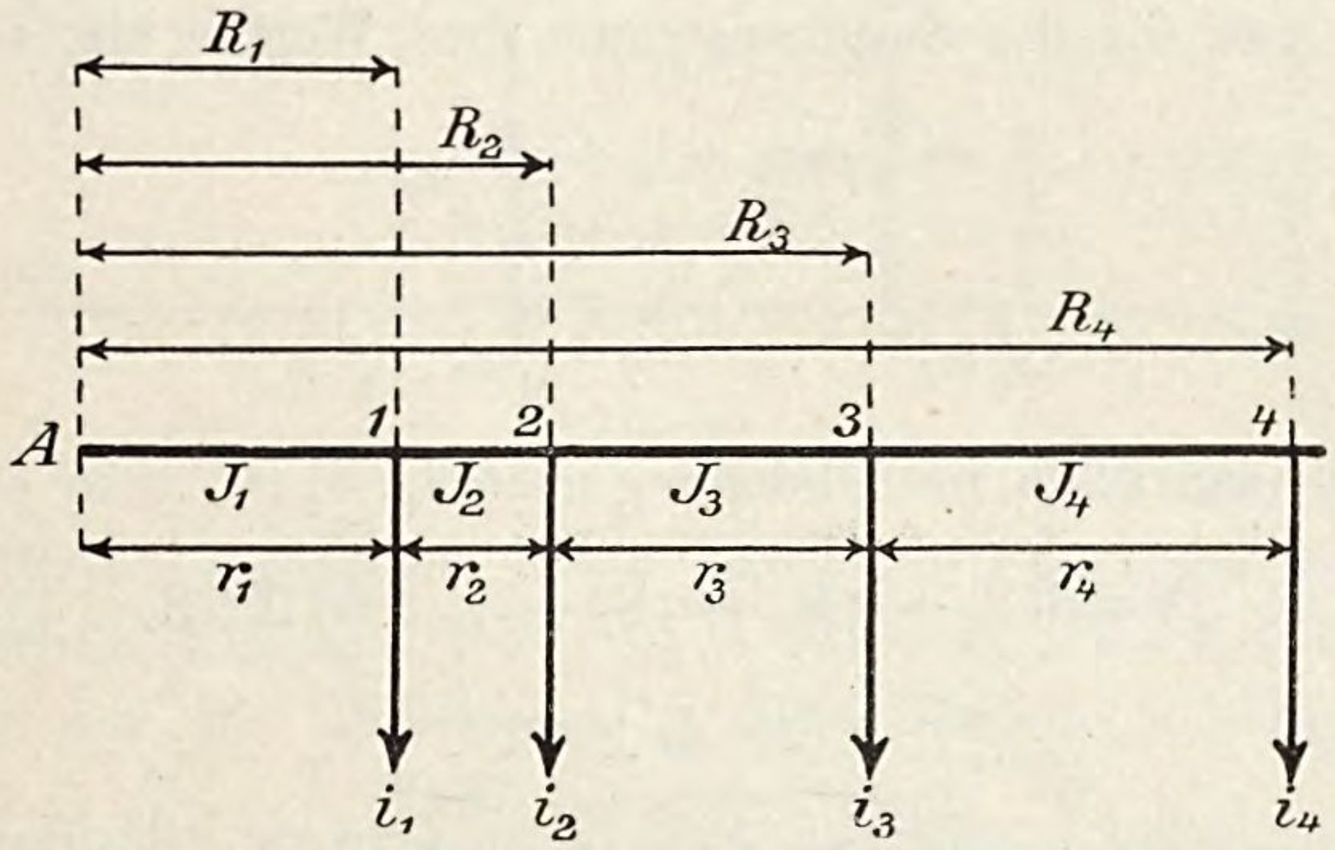


Fig. 88.

höchstens 2 % betragen. Berechnet man nun auf Grund der angenommenen Werthe die Spannungsvertheilung, so gelangt man zu Werthen, welche von den wahren ebenfalls um höchstens 2 % abweichen; da aber das Spannungsgefälle in den Seitenleitern ohnehin nur 2 % der Nutzspannung beträgt, so werden natürlich die Fehler in den Werthen der Spannungsvertheilung 2 % von diesen 2 %, d. i. den $^4/_{10000}$ Theil der wahren Spannung betragen, ein Fehler, der wohl in den meisten Fällen vernachlässigt werden kann.

Hat man die Stromwerthe angenommen, so erübrigt es noch, mit Zugrundelegung derselben die Spannungsvertheilung zu ermitteln. Zur Vereinfachung stellen wir hier und in allen nachfolgenden Betrachtungen immer nur einen der Hauptleiter dar und führen für denselben die Rechnung durch, da die Rechnung für den Rückleiter in ganz derselben Weise bewerkstelligt wird.

In Fig. 88 stellen A 4 einen Leiter, die Punkte 1, 2, 3, 4 die Abzweigungsstellen der Ströme i_1, i_2, i_3, i_4 dar.

In dieser Figur bedeuten ferner i_1, i_2, i_3 ..... Abzweigungsströme, J_1, J_2, J_3 ..... Summenströme in den Theilstrecken des Seitenleiters, r_1, r_2, r_3, r_4 ... Widerstände der Theilstrecken desselben, R_1, R_2, R_3 ... Summen dieser Widerstände von A aus gerechnet.

Der gesammte Spannungsabfall im Seitenleiter setzt sich aus den Spannungsgefällen in den Theilstrecken zusammen; er ist gleich der Summe dieser Theilverluste.

$$V = J_1 r_1 + J_2 r_2 + J_3 r_3 + \ldots = \Sigma (J r) .$$

Setzt man für die Summenströme ihre Werthe ein, so erhält

$$\begin{aligned} J_1 &= i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \ldots \\ J_2 &= \quad i_2 + i_3 + i_4 + \ldots \\ J_3 &= \quad\quad i_3 + i_4 + \ldots \\ J_4 &= \quad\quad\quad i_4 + \ldots \end{aligned}$$

und ordnet man dann die Gleichung nach i_1, i_2 ...., so ergiebt sich

$$V = i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 + \ldots = \Sigma (iR)$$

oder

$$\Sigma (Jr) = \Sigma (iR) . \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Um also das gesammte Spannungsgefälle in dem Seitenleiter zu erhalten, hat man für jeden Stromabnehmer das Produkt seines Stromes mit dem zwischen dem Abzweigungspunkte und dem Anfangspunkte des Seitenleiters liegenden Widerstande zu bilden und alle so entstandenen Produkte zu addiren.

Nennt man das Produkt aus einem Theilstrome und dem ihm zugehörigen Summenwiderstande das Strommoment, so kann man sagen:

Das gesammte Spannungsgefälle in einer Leitung, wie sie durch Fig. 88 dargestellt wird, ist gleich der Summe der Strommomente.

Setzt man

$$V = \Sigma (Jr) = \Sigma (iR) = (\Sigma i)\, \varrho = J . \varrho , \quad \ldots \quad 10)$$

d. h. denkt man sich alle Einzelwiderstände durch einen einzigen resultirenden Widerstand ρ ersetzt, so kann man sagen: Das gesammte Spannungsgefälle wird auch erhalten, wenn man den Gesammtstrom mit einem idealen Widerstande

$$\varrho = \frac{\Sigma\,(\mathrm{i R})}{\Sigma\,(\mathrm{i})} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 10\mathrm{a})$$

multiplicirt.

Um die Zulässigkeit der beiden beschriebenen Näherungsverfahren noch mehr zu verdeutlichen, wollen wir ein besonderes Beispiel zuerst der genauen und dann der näherungsweisen Berechnung unterziehen und die gewonnenen Resultate alsdann vergleichen.

Es seien (Fig. 89) von der Hauptleitung AB in der Entfernung AD 3, im Abstande AF weitere 3 Glühlampen und im Abstande AG eine weitere Glühlampe parallel abgezweigt. Der Widerstand einer Lampe betrage 150 Ohm (Ω), die Widerstände der Hin- und

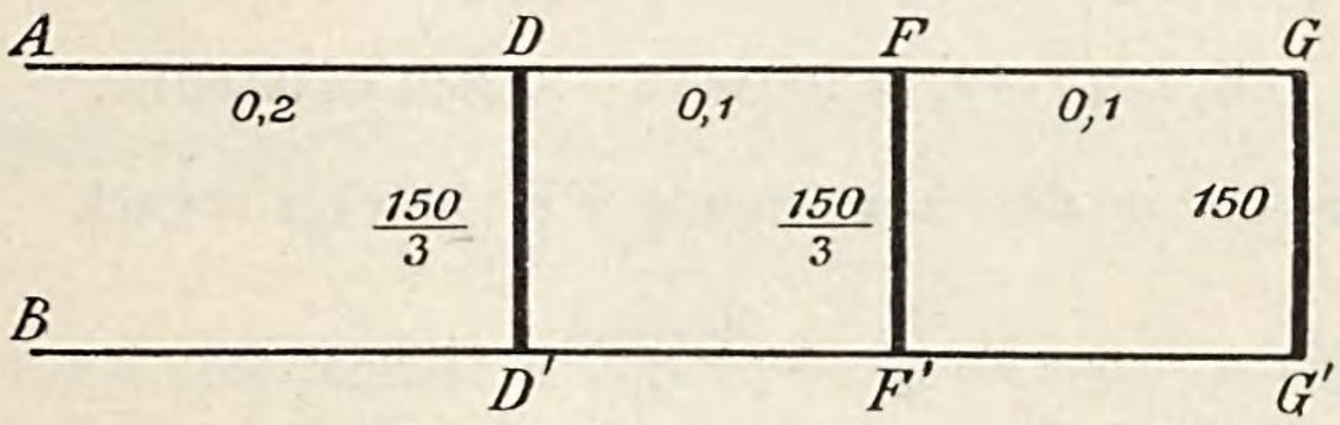


Fig. 89.

Rückleitertheile zusammen seien $0{,}2\,\Omega$ zwischen AB und DD', $0{,}1\,\Omega$ zwischen DD' und FF', $0{,}1\,\Omega$ zwischen FF' und GG'. Der Widerstand der drei Glühlampen in DD' beträgt, da sie zu einander parallel geschaltet sind, $\frac{150}{3} = 50\,\Omega$, in FF' ebenfalls $50\,\Omega$, während der Widerstand in GG' sich auf $150\,\Omega$ beläuft.

Die Spannung zwischen A und B betrage $\mathrm{E} = 101$ Volt. Behufs genauer Berechnung bestimmen wir vor Allem den Gesammtwiderstand des ganzen Systems. Derselbe ist

$$\mathrm{R} = 0{,}2 + \cfrac{1}{\frac{1}{50} + \cfrac{1}{0{,}1 + \cfrac{1}{\frac{1}{50} + \frac{1}{0{,}1 + 150}}}}$$

$$= 21{,}6632\,\Omega.$$

Für den Gesammtstrom J ergiebt sich sonach

$$\mathrm{J} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}} = \frac{101}{21{,}6632} = 4{,}6622 \text{ Ampère.}$$

Das Spannungsgefälle zwischen AB und DD' beträgt

$$\mathrm{v_1} = \mathrm{J} \cdot 0{,}2 = 4{,}6622 \times 0{,}2 = 0{,}9324 \text{ Volt.}$$

Die Spannung zwischen den Punkten D und D′ ergiebt sich demnach als

$$E_1 = E - v_1 = 101 - 0{,}9324 = 100{,}0676 \text{ Volt.}$$

Den Strom in der Abzweigung DD′ erhält man jetzt aus der Beziehung

$$i_1 = \frac{E_1}{r_1} = \frac{100{,}0676}{50} = 2{,}0013\,.$$

Der Spannungsabfall zwischen DD′ und FF′ ist

$$v_2 = (J - i_1)\,0{,}1 = 2{,}6609 \times 0{,}1 = 0{,}2661 \text{ Volt.}$$

Die Spannung zwischen den Punkten FF′ beträgt somit

$$E_2 = E_1 - v_2 = 100{,}0676 - 0{,}2661 = 99{,}8015\,.$$

Der Strom in der Abzweigung FF′ beträgt sonach

$$i_2 = \frac{E_2}{50} = \frac{99{,}8015}{50} = 1{,}9960\,.$$

Auf gleiche Weise erhält man die Werthe

$$v_3 = [J - (i_1 + i_2)]\,0{,}1 = 0{,}0665$$
$$E_3 = E_2 - v_3 = 99{,}7350$$
$$i_3 = \frac{E_3}{150} \text{ oder } J - (i_1 + i_2) = 0{,}6649\,.$$

Um nun die Werthe nach der zuerst angeführten Näherungsmethode auszumitteln, denken wir uns den in Fig. 89 dargestellten Fall in der durch Fig. 90 veranschaulichten Weise aufgelöst.

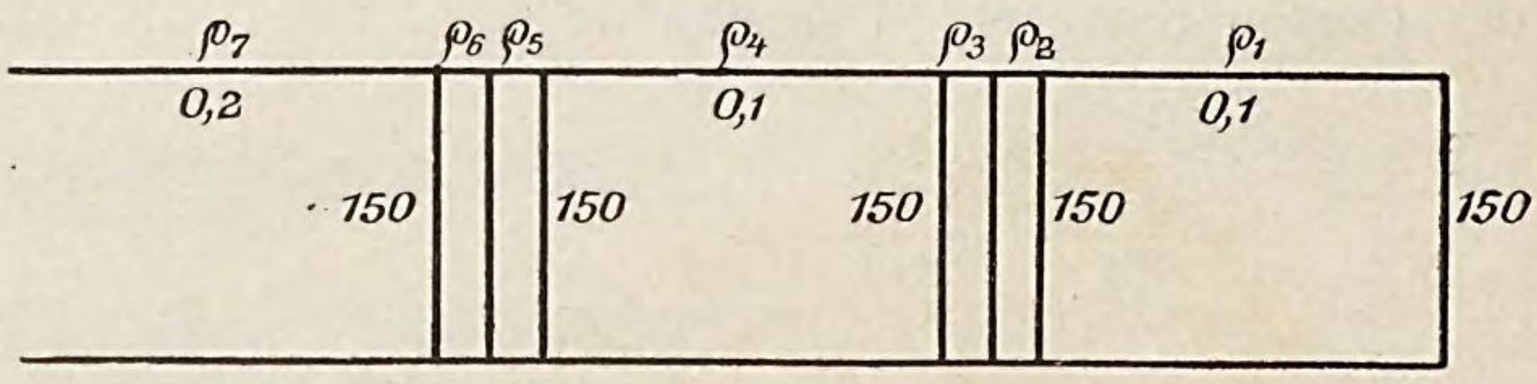


Fig. 90.

Die allgemeine Formel für diesen Fall wäre dann nach Gleichung 8b

$$R = \frac{150 + \varrho_1 + 2\,\varrho_2 + 3\,\varrho_3 + 4\,\varrho_4 + 5\,\varrho_5 + 6\,\varrho_6 + 7\,\varrho_7}{7 + \frac{1}{150}\,[6\,\varrho_1 + 5.2\,\varrho_2 + 4.3\,\varrho_3 + 3.4\,\varrho_4 + 2.5\,\varrho_5 + 6\,\varrho_6]}\,.$$

Die Seitenwiderstände innerhalb der Gruppen, d. i. ϱ_2, ϱ_3, ϱ_5, ϱ_6 sind Null, und die Formel geht über in

$$R = \frac{150 + \varrho_1 + 4\,\varrho_4 + 7\,\varrho_7}{7 + \frac{1}{150}(6\,\varrho_1 + 3.4\,\varrho_4)},$$

woraus sich nach Einführung der Zahlenwerthe ergiebt

$$R = \frac{150 + 0{,}1 + 0{,}4 + 1{,}4}{7 + \frac{1}{150}(0{,}6 + 1{,}2)} = 21{,}6628\,.$$

Weiterhin ist

$$J = \frac{E}{R} = 4{,}6623$$

und das Spannungsgefälle zwischen AB und DD′ beträgt

$$v_1 = J \cdot 0{,}2 = 0{,}9324\,.$$

Man sieht, dass dieser Werth sich bis zur vierten Decimalstelle einschliesslich von dem genau berechneten nicht unterscheidet, und dass somit auch alle übrigen Werthe bis zu diesem Grade der Genauigkeit mit den nach der streng richtigen Methode ermittelten Werthen übereinstimmen müssen.

Um die Werthe nach der zweiten Näherungsmethode zu bestimmen, nehmen wir behufs erster Annäherung an, dass in allen Abzweigstellen dieselbe, nämlich die Grundspannung von 101 Volt, bestehe.

Wir vernachlässigen somit die Widerstände der Seitenleiter und nehmen demnach schon die Ströme in den Abzweigungen indirekt als gegeben an, da dieselben ja durch die Spannung und die Nutzwiderstände schon bestimmt sind. Unter der genannten Voraussetzung erhalten wir die Werthe

$$i_1 = \frac{101}{50} = 2{,}0200$$

$$i_2 = \frac{101}{50} = 2{,}0200$$

$$i_3 = \frac{101}{150} = 0{,}6733$$

$$J = (i_1 + i_2 + i_3) = 4{,}7133\,.$$

Nach diesen Stromwerthen ergeben sich die Spannungsgefälle in den Seitenleitern

$$v_1 = J \cdot 0{,}2 = 0{,}9427$$
$$v_2 = (i_2 + i_3)\, 0{,}1 = 0{,}2693$$
$$v_3 = i_3 \cdot 0{,}1 = 0{,}0673$$

und das ganze Gefälle

$$V = v_1 + v_2 + v_3 = 1{,}2793\,.$$

Nach diesen Werthen ergiebt sich die Spannungsvertheilung

$$E = 101$$
$$E_1 = E - v_1 = 100{,}0573$$
$$E_2 = E_1 - v_2 = 99{,}7880$$
$$E_3 = E_2 - v_3 = 99{,}7207\,.$$

Vergleicht man die erhaltenen Werthe mit den genauen, so sieht man, dass sich erst in der zweiten Decimalstelle geringe Abweichungen zeigen, dass also eine Genauigkeit erreicht wird, welche für alle Fälle der Praxis mehr als vollkommen genügt. Die Zulässigkeit der Näherungsmethode bekundet sich noch deutlicher, wenn man das Verhältniss der Fehler, welche die annäherungsweise ermittelte Spannungsvertheilung in sich schliesst, zu den analogen Werthen der wahren Spannungsvertheilung betrachtet.

Der Vergleich der analogen Werthe lehrt uns, dass in unserem beispielsweisen Falle der Unterschied zwischen den wahren Spannungswerthen E_1, E_2, E_3 und den entsprechenden Näherungswerthen

0,0003 bezw.
0,0135
0,0143,

d. i. in allen Fällen nur ungefähr 0,01 % des wahren Spannungswerthes beträgt.

Es bedarf nun keiner weiteren Erklärung, dass die Genauigkeit der nach dem zweiten Näherungsverfahren ermittelten Werthe beliebig gesteigert werden kann, wenn man die in erster Annäherung gefundenen Spannungswerthe als Grundlage einer neuerlichen Berechnung benutzt und diesen Vorgang beliebig oft wiederholt.

In der überwiegenden Mehrzahl praktischer Fälle wird übrigens, wie schon gesagt, die durch die erste Annäherung erzielte Genauigkeit vollauf genügen.

Eine Erweiterung des erörterten Falles stellt die in Fig. 91 gezeichnete Anordnung dar, wie sie in Stadtnetzen eine vielfache Anwendung findet.

Die angegebenen Berechnungsmethoden reichen auch in diesem Falle vollständig aus.

Man betrachtet jede Abzweigleitung $D_1 D_2$, $E_1 E_2$ u. s. w. in Bezug auf die Hauptleitung als Stromabnehmer, jede Abzweigleitung selbst wird dann wieder ganz gleich wie die Hauptleitung berechnet, indem man von den Abzweigpunkten ausgeht, sowie es für die Hauptleitung in Bezug auf AB geschehen ist.

Die Berechnung der gleichlaufenden Leitung gestaltet sich in den meisten Fällen aus dem Grunde etwas einfacher, weil die Hin- und die Rückleitung gewöhnlich zwischen je zwei Abzweigstellen

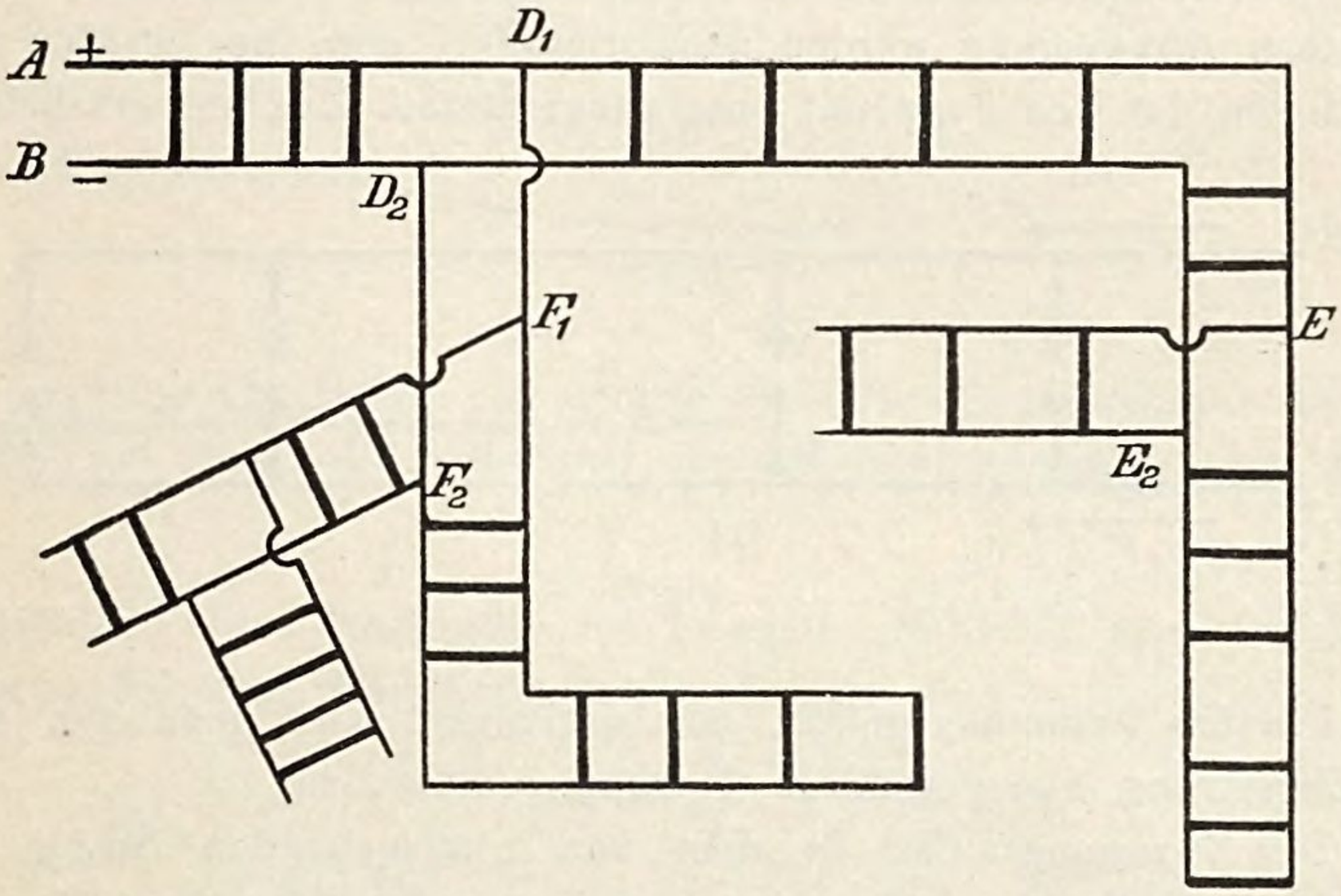


Fig. 91.

dieselben Ströme führen und dieselben Widerstände besitzen. Man braucht in diesem Falle nur eine, etwa die Hinleitung zu berechnen, und den erhaltenen Widerstand und den Spannungsverlust doppelt zu nehmen.

Sind die Hin- und Rückleitung derart angeordnet, dass sie den einzelnen Zweigströmen nicht die gleichen Widerstände entgegensetzen, so werden beide je einer besonderen Rechnung unterzogen und die Ergebnisse alsdann zusammengefasst.

In solchen Fällen kann die Zugrundelegung nachfolgend angeführter Anschauung oft von Vortheil sein.

Nehmen wir z. B. eine Leitung, wie sie in Fig. 92 dargestellt ist, an.

Der positive Strom, als welchen wir den von A ausgehenden bezeichnen wollen, wird von A aus gegen die Stromabnehmer hin- und in der Richtung gegen B von denselben weggeführt.

Man kann sich nun das ganze Leitungssystem in zwei Hälften getrennt denken und sich vorstellen, dass in dem einen Strange, etwa der Hinleitung, ein positiver Strom, in dem zweiten Strange, der Rückleitung, ein ganz gleicher, aber negativer Strom von A, bezw. B aus gegen die Lampen geführt werde.

An den thatsächlichen Verhältnissen wird durch diese Annahme nichts geändert, denn wir fassen lediglich den positiven Rückstrom der Rückleitung als negativen Hinstrom auf. Die Ströme in der einzelnen Abzweigung werden ganz dieselben sein, nur werden ihre Werthe in der Rechnung mit entgegengesetztem Zeichen erscheinen.

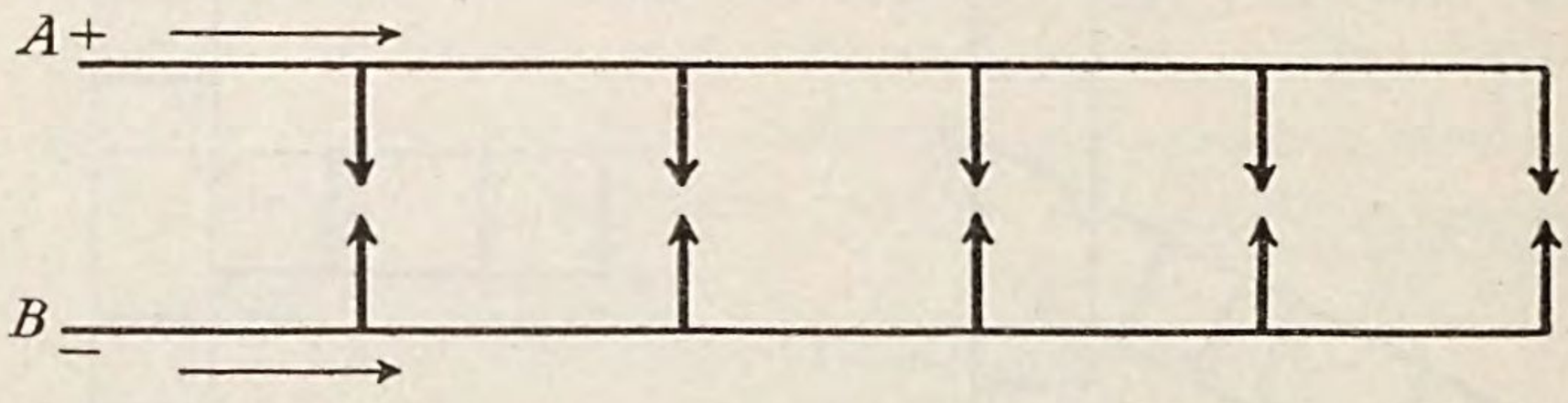


Fig. 92.

Um das Spannungsgefälle zu bestimmen, wird man für jeden Leitungsstrang eine gesonderte Rechnung aufstellen.

Der Spannungsabfall in dem von A ausgehenden Strange bis zu einer bestimmten Abzweigung sei $+v$, in dem von B ausgehenden Strange betrage er bis zu derselben Abzweigung dem absoluten Werthe nach v'. In Bezug auf das erstere wird das letztere negativ, also als $-v'$ zu nehmen sein.

Um nun das Gesammtspannungsgefälle in beiden Strängen zusammen zu erhalten, wird man offenbar das eine Spannungsgefälle von dem anderen subtrahiren müssen und wird demnach erhalten:

$$V = v - (-v') = v + v' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

d. h. man berechnet unter der vorausgeschickten Annahme das Spannungsgefälle jedes Stranges für sich und addirt die erhaltenen absoluten Werthe.

Ein Beispiel, in welchem die Rechnungen mit Zugrundelegung vorstehend mitgetheilter Anschauung für die Hin- und Rückleitung

gesondert aufzustellen sind, bietet die gegenlaufende Leitung, deren Anordnung in Fig. 93 dargestellt ist.

So wie für die Bestimmung des Gesammtwiderstandes eine Reihe von graphischen Methoden angewendet werden kann, so ist es auch eine leichte und oft recht dankbare Aufgabe, das Spannungsgefälle

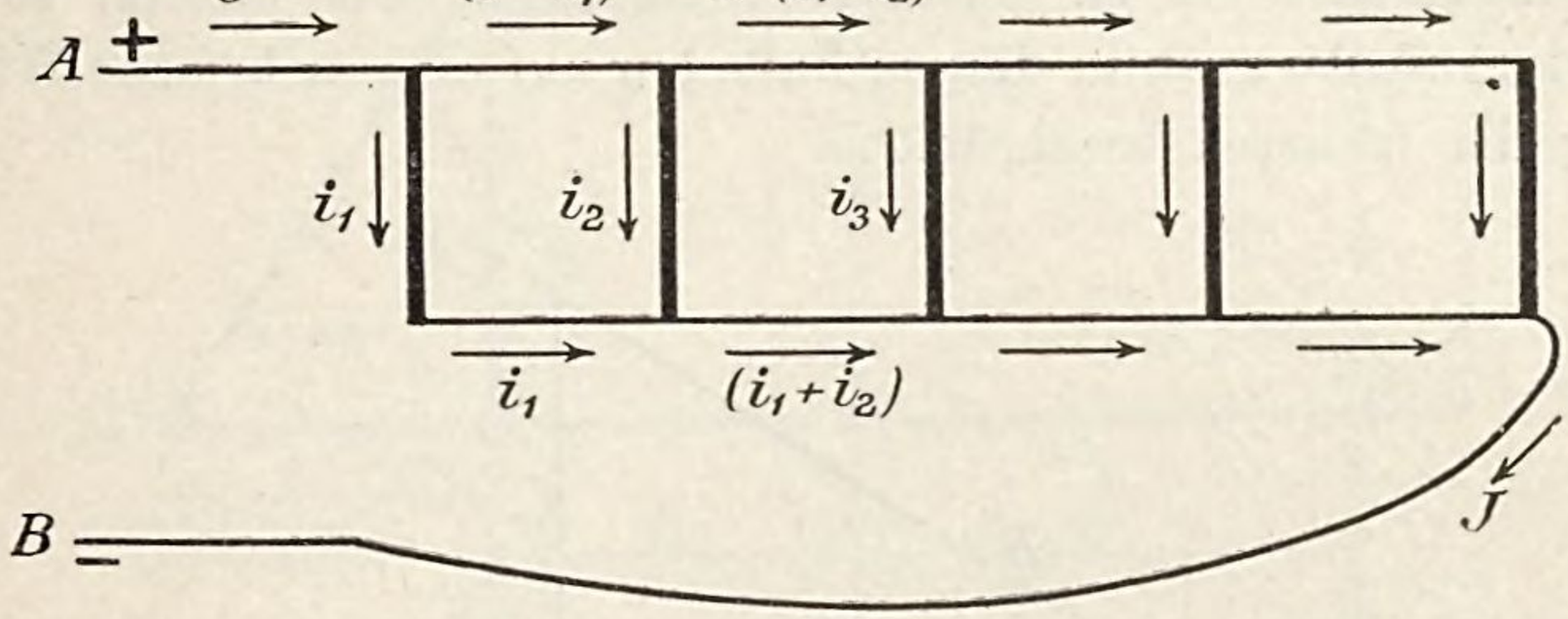


Fig. 93.

auf graphischem Wege zu ermitteln[1]). Die Grundaufgabe besteht hierbei nur darin, die Gleichung für den Spannungsabfall

$$V = JR \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

konstruktiv zum Ausdrucke zu bringen. Schreibt man zu diesem Zwecke die obige Gleichung in der Form

$$V = \frac{JR}{1}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7a)$$

so ergiebt sich beispielsweise die Proportion

$$1 : J = R : V, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7b)$$

in welcher V nichts anderes, als die vierte Proportionale zu den Grössen J, R und der Einheit des Widerstandes darstellt, welche mit Hilfe ähnlicher Dreiecke sehr leicht konstruirt werden kann. Man trägt beispielsweise auf einen Strahl Ox (Fig. 94) den Werth der Einheit des Widerstandes als beliebige Länge auf, errichtet in dem Endpunkte A dieser Länge eine Senkrechte AB und trägt auf dieser den Werth des Stromes J als Länge auf. Man verbindet weiter B mit O, trägt auf Ox den Werth des Widerstandes R, entsprechend der angenommenen Einheit, auf und errichtet in dem erhaltenen Endpunkte C wieder eine Senkrechte. Die Strecke, welche

[1]) Vergleiche auch C. Hochenegg, Zeitschr. für Elektrot. 5, S. 11. 1887.

auf dieser Senkrechten von den Geraden Ox und Oy abgeschnitten wird, giebt, wie sofort einzusehen ist, den Werth des Spannungsgefälles V.

Dem vorstehenden Beispiele lag die Voraussetzung zu Grunde, dass der gesammte Strom J den ganzen Leiter vom Widerstande R durchfliesse. Sind Abzweigungen vorhanden, so bestimmt man das Spannungsgefälle bis zu jedem Abzweigungspunkte einzeln, so dass sich die Aufgabe auch in diesem Falle nur auf eine mehrfache Wiederholung der früheren beschränkt.

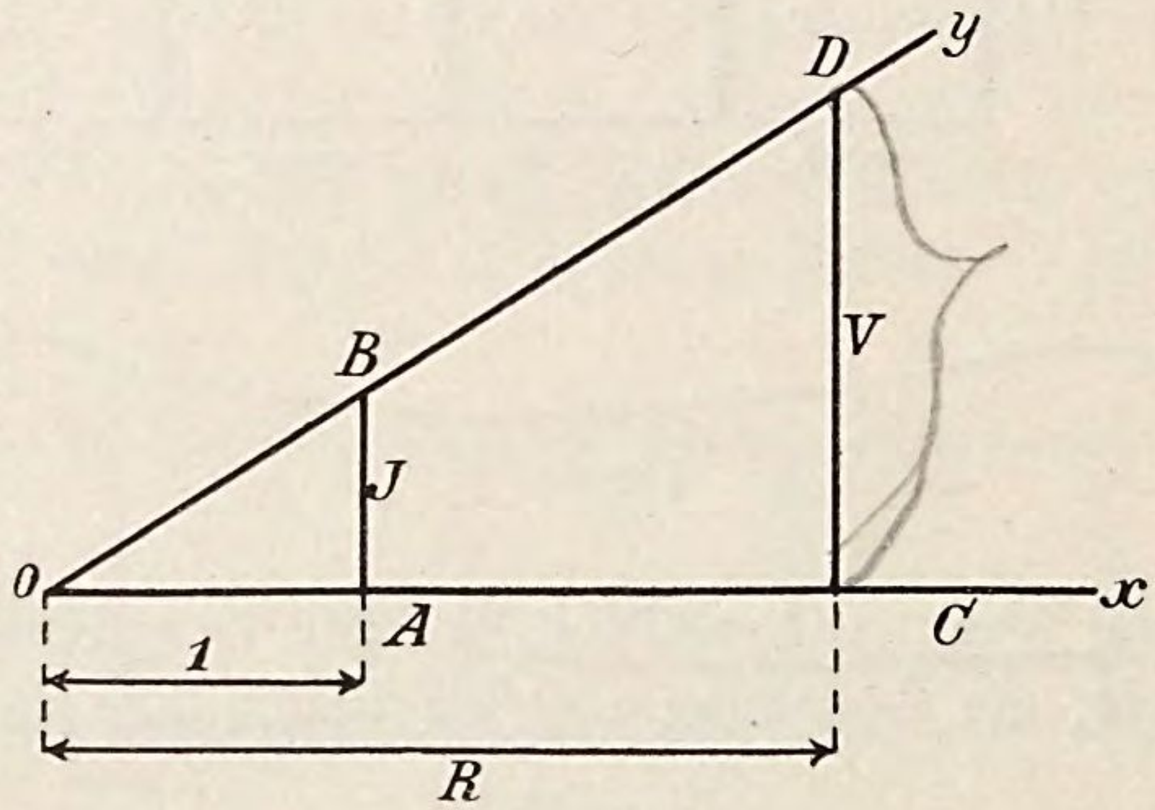


Fig. 94.

Es sei z. B. das Spannungsgefälle einer Leitung, wie sie in Fig. 95 dargestellt wird, graphisch zu ermitteln, wobei vorausgesetzt werde, dass die gezeichneten Längen die auf die angenommene Einheit bezogenen Werthe der Leitungswiderstände darstellen.

Bis zum Abzweigungspunkte 1 durchfliesst der gesammte Strom $J = i_1 + i_2 + i_3$ den Widerstand r_1, der Spannungsabfall V_1 von A bis 1 ist durch die Strecke $1\,D_1$ dargestellt. Im Widerstande $\overline{12} = r_2$ fliesst nur mehr der Strom $J_1 = i_2 + i_3$; die ganz gleiche Konstruktion wie früher ergiebt für das Spannungsgefälle von 1 bis 2 die Grösse $ED_2 = V_{1,2}$, während die Strecke $\overline{2\,D_2} = V_2$ das gesammte Gefälle von A bis 2 angiebt, u. s. w.

Die vorstehende Konstruktion ergiebt somit nicht blos die Spannungsgefälle in den einzelnen Theilwiderständen, sondern zugleich auch deren Summen bis zu jedem beliebigen Punkte.

Die Konstruktion lässt sich noch in der folgenden Weise vereinfachen.

Man errichtet im Anfangspunkte A der Widerstandslinie eine Senkrechte und trägt auf derselben die Gesammtstromstärke J auf.

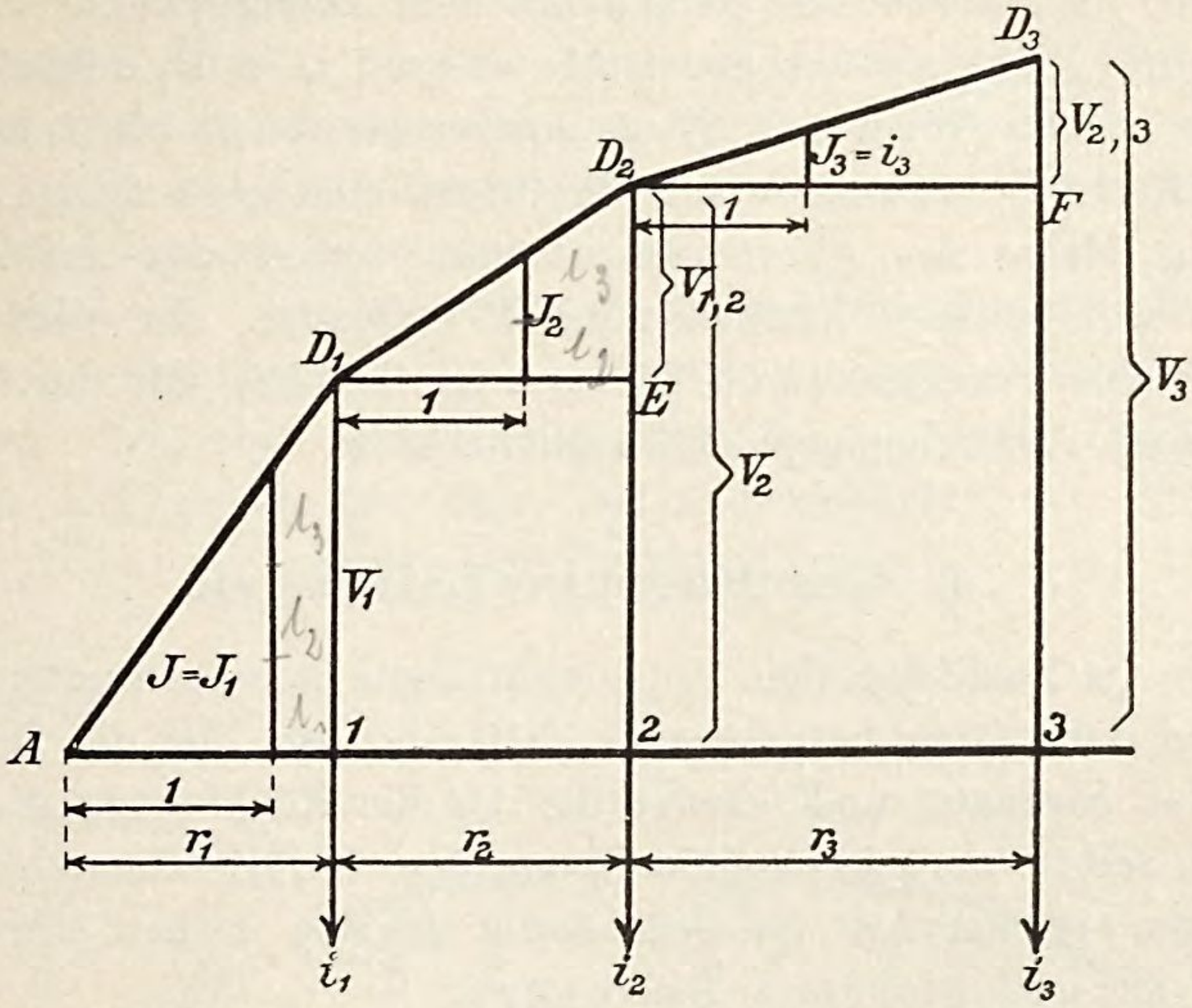


Fig. 95.

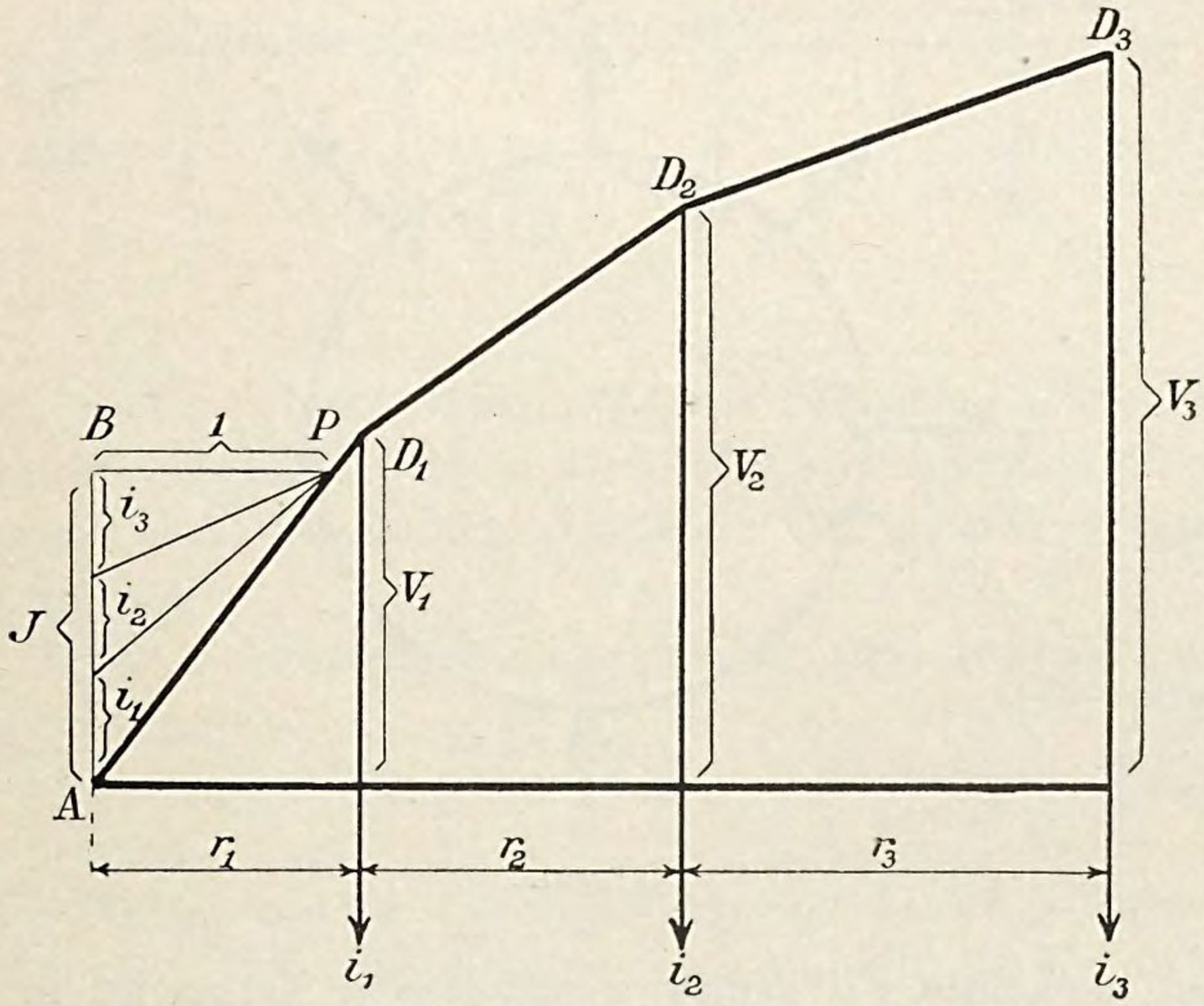


Fig. 96.

In dem so erhaltenen Punkte B errichtet man abermals eine Senkrechte und trägt auf dieser die für die Darstellung des Widerstandes angenommene Längeneinheit auf (Fig. 96). Den so erhaltenen Punkt P

verbindet man durch eine Gerade mit dem Anfangspunkte A, welche Gerade die Richtlinie der ersten Abzweigung i_1 in D_1 schneidet und dadurch so wie früher den Spannungsverlust von A bis 1 bestimmt. Die weiteren Spannungsverluste bestimmt man ganz analog, indem man das Maass des Abzweigungsstromes von A aus auf AB aufträgt, den erhaltenen Endpunkt mit P verbindet, zur Verbindungsgeraden eine Parallele durch D_1 bis zum Schnitte mit der Ordinate im zweiten Abzweigungspunkte zieht u. s. w.

4. Geschlossene Leitungen.

Die im Nachfolgenden zu betrachtenden Leitungen unterscheiden sich von den bisher besprochenen dadurch, dass die die Hinleitung bildenden Stränge, und ebenso die für die Rückleitung dienenden, in sich selbst zurückkehrende Linienzüge bilden. Man bezeichnet Leitungen solcher Art im Gegensatze zu den bisher betrachteten offenen als geschlossene Leitungen.

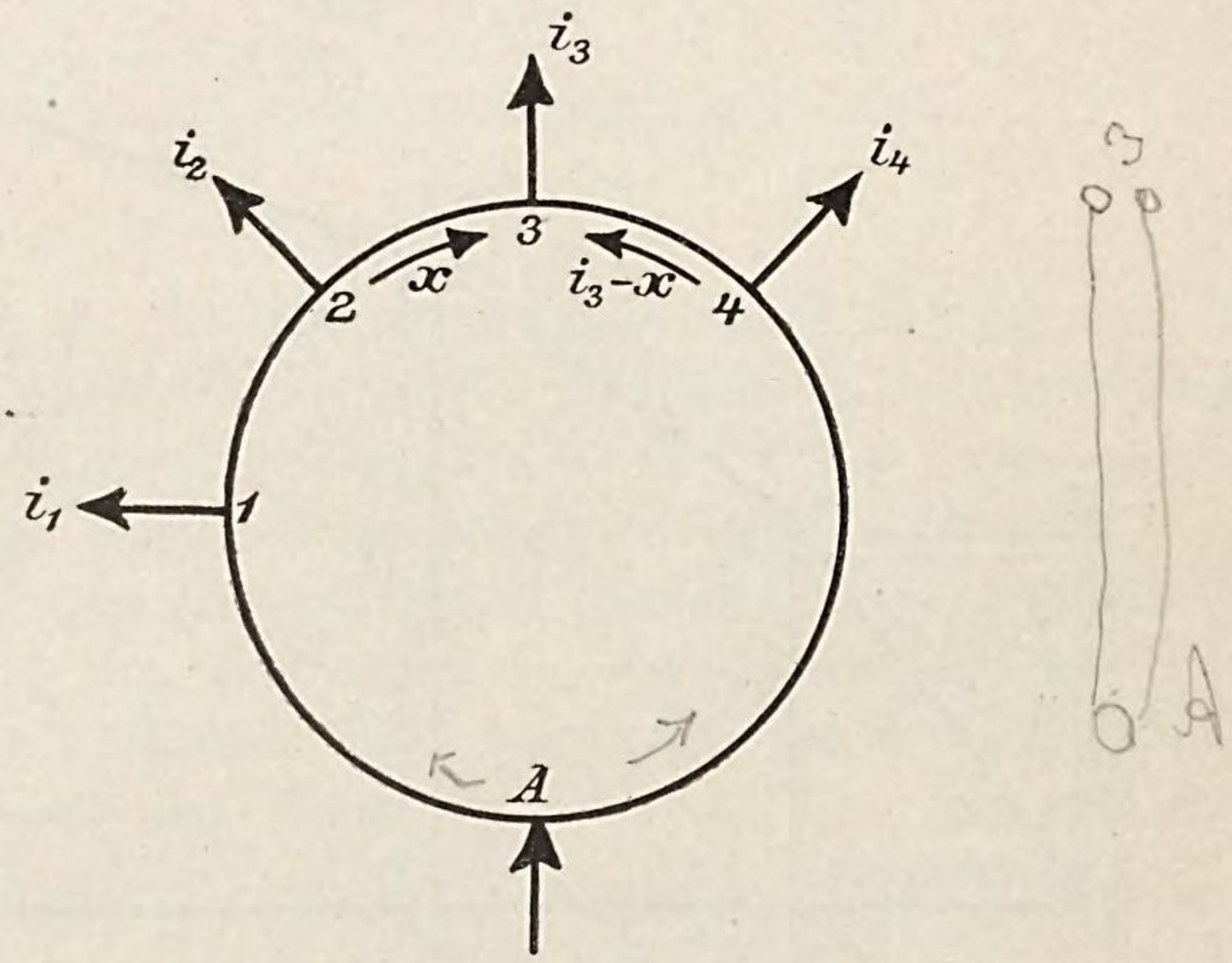


Fig. 97.

Der einfachste Fall eines geschlossenen Netzes ist in Fig. 97 dargestellt.

Wir haben hier eine einfache Ringleitung vor uns, welcher der Strom in einem Punkte A zugeführt und an verschiedenen Punkten 1, 2, 3 . . . nach Bedarf entnommen wird. Von vornherein lässt sich nur der Gesammtstrom durch Summirung der Abzweigströme

i_1, i_2, i_3 ... bestimmen. Vom Punkte A theilt sich der Gesammtstrom in zwei Theile, die im Allgemeinen bei einem bestimmten Abzweigpunkte zusammentreffen. In diesem Punkte wird man einen Schnitt durch die Ringleitung führen können, ohne die Vertheilung des Stromes irgendwie zu stören.

Nehmen wir an, dieser Punkt sei auf irgendwelche Weise bestimmt und beispielsweise in 3 gefunden worden, so kann man sich vorstellen, dass der Abzweigungsstrom i_3 aus zwei Theilströmen entsteht, von denen der eine, mit x bezeichnete, von links, der andere $(i_3 - x)$ von rechts dem Punkte 3 zufliesst.

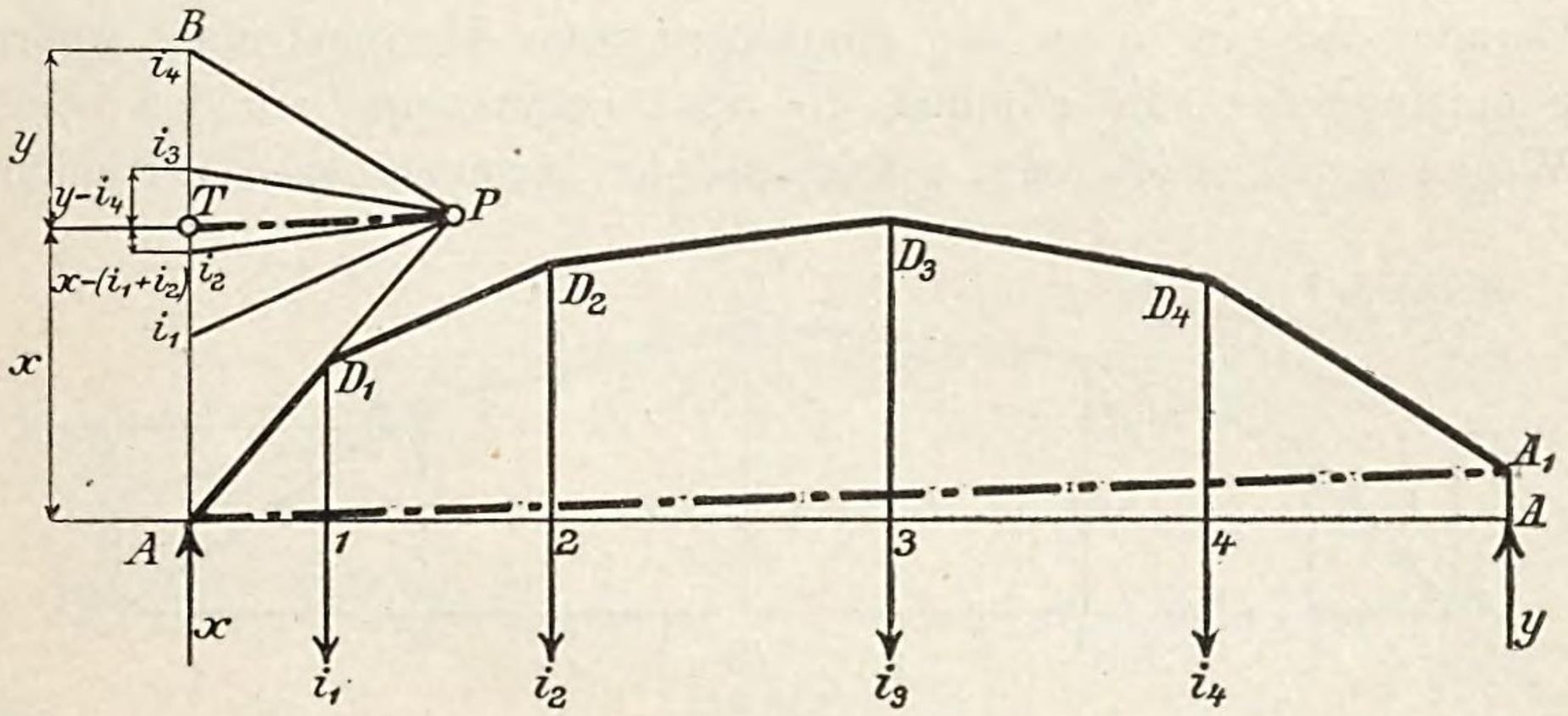


Fig. 98.

Nun stehen wir vor einem bereits bekannten Falle, denn die geschlossene Ringleitung ist in zwei offene Leitungen zerlegt, deren Berechnung nach den bereits gegebenen Darlegungen vorgenommen werden kann.

Es handelt sich demnach nur darum, den Schnittpunkt zu bestimmen.

Die Bestimmung kann vor Allem auf graphischem Wege durchgeführt werden.

Wir denken uns zu diesem Zwecke den Leiter in irgend einem Punkte A (Fig. 97) aufgeschnitten und in eine Gerade A A ausgestreckt (Fig. 98).

Wir konstruiren alsdann unter Benutzung der bereits dargelegten Methode den die Spannungsgefälle darstellenden Linienzug A A_1. Schliesst man diesen Linienzug durch die Gerade A_1 A und zieht zu dieser eine Parallele durch den Punkt P, so wird die Gerade A B,

auf welche die Stromstärkenwerthe aufgetragen worden sind, in zwei Theile A T und T B getheilt. Der Punkt T theilt die Summe aller Abzweigströme in die beiden, von entgegengesetzten Seiten zufliessenden Ströme x und y.

Um sich von der Richtigkeit dieser Theilung zu überzeugen, nimmt man vorderhand die erhaltenen Theilströme x und y als richtig an und konstruirt die entsprechenden Linienzüge der Spannungsgefälle getrennt (Fig. 99). Findet man, dass die Schlussordinaten dieser Linienzüge gleich sind, so bedeutet dies nichts anderes, als dass die Spannungsgefälle in den beiden Leitertheilen, welche von den Strömen x, bezw. y durchflossen werden, dieselben sind. Gerade dies ist aber das charakteristische Merkmal eines wahren Schnittpunktes. Da nämlich die Spannungsverluste auf den beiden Wegen genau gleich sind, passirt bei der angenommenen Vertheilung

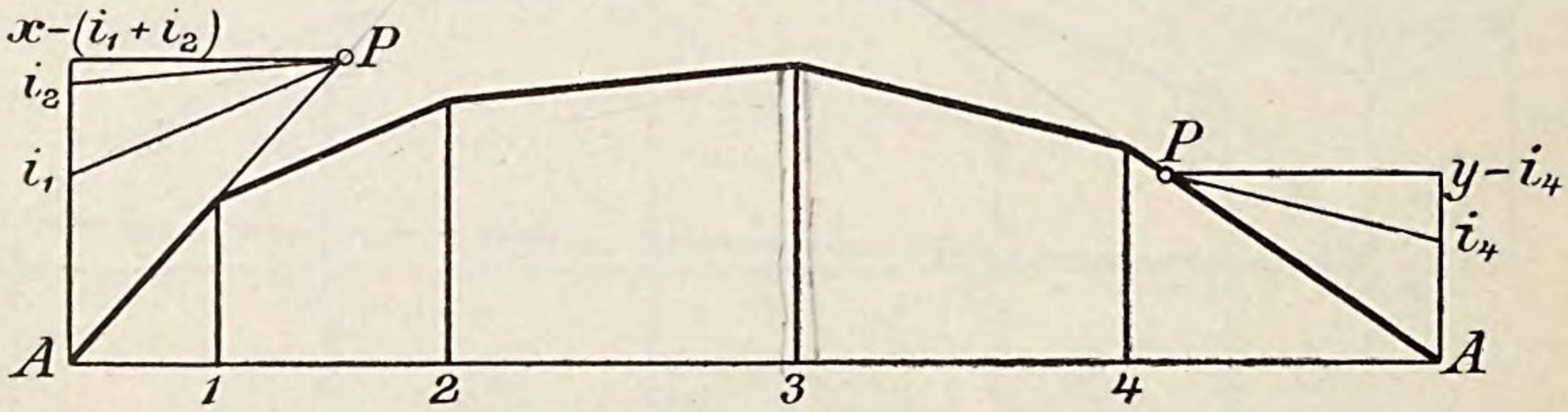


Fig. 99.

den betreffenden Punkt kein Strom und wenn die Leitung bei der betreffenden Vertheilung nicht nur aufgeschnitten gedacht, sondern faktisch aufgeschnitten wurde, würde sich bei der vorhandenen Strom- und Spannungsvertheilung gar kein Unterschied zeigen, ob nun die Leitung an dem betreffenden Punkte offen oder geschlossen ist. Der Unterschied macht sich jedoch sofort bemerkbar, sobald in der Stromvertheilung der Abnehmerströme das Geringste geändert wird. In diesem Falle wandert dann der Schnittpunkt von der vorherigen Stelle zu einer anderen.

Die Schlussordinaten fallen, wenn die Theilströme x und y richtig bestimmt worden sind, zusammen und bestimmen durch ihren Fusspunkt denjenigen Punkt der Leitung (in Fig. 99 den Punkt 3), in welchem die letztere aufgeschnitten werden kann, ohne dass dadurch die Stromvertheilung irgendwie geändert werden würde.

Wir wenden uns nun einer allgemeinen Bestimmungweise des Schnittpunktes zu.

Zum Zwecke einer übersichtlichen Darstellung denken wir uns die Ringleitung (Fig. 98) in A aufgeschnitten und zu einer Geraden ausgestreckt (Fig. 100).

Wir bezeichnen alle Ströme, die einem Ausgangspunkte zufliessen, in Bezug auf diesen Punkt als positive, jene, welche vom Punkte wegfliessen, als negative Ströme. Die übrige Bezeichnungsweise ist der bisher angewendeten analog. Es ist klar, dass irgend einer der Abzweigungsströme gleich der algebraischen Summe der in den unmittelbar benachbarten Leiterstücken fliessenden Ströme sein muss.

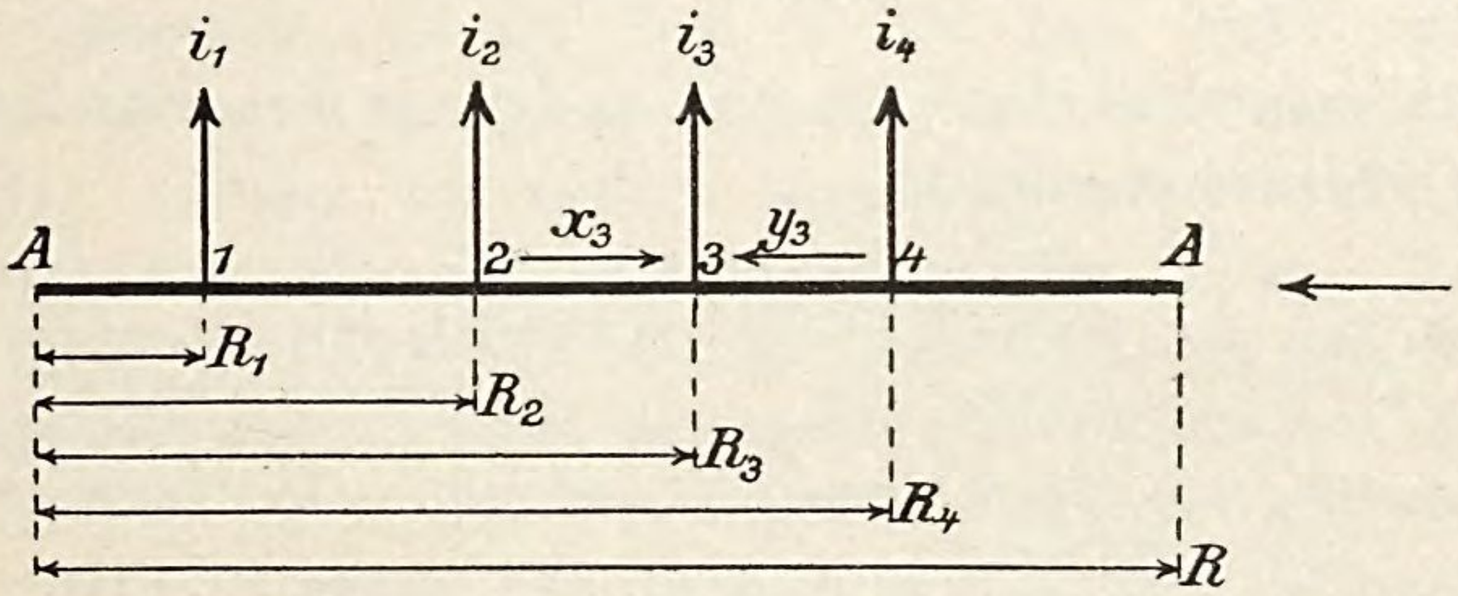


Fig. 100.

Es muss daher z. B.

$$i_3 = x_3 + y_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

sein.

Ist 3 der Punkt, in welchem die Ströme von rechts und von links zuströmen, so haben x_3 und y_3 mit Bezug auf i_3 dieselbe Richtung, sagen wir die positive, und der Punkt 3 ist direkt der zu bestimmende Schnittpunkt, da die beiden Theilströme ihm zuströmen. Ist jedoch 3 nicht der gesuchte Schnittpunkt, so wird der Strom durch den Punkt 3 hindurch fliessen, oder mit anderen Worten, es wird der eine Theilstrom zu diesem Punkte zu- und der andere von diesem Punkte wegfliessen, d. h der eine wird sich aus der nachfolgenden Rechnung als positiv, der andere als negativ ergeben. Die Vorzeichen dieser Ströme werden also das Kriterium dafür bilden, ob man bei dem richtigen Schnittpunkte ist oder nicht. Im Punkte 3 kann unter allen Umständen nur eine bestimmte Spannung herrschen; die Spannungsverluste vom Anfange bis zum Punkte 3 müssen, gleichgültig ob man von links oder von rechts her sich dem Punkte nähert, unbedingt gleich sein, also:

$$x_3 R_3 + i_2 R_2 + i_1 R_1 = y_3 (R - R_3) + i_4 (R - R_4) \quad . \quad . \quad 13)$$

Aus dieser Gleichung folgt in Verbindung mit der Gleichung

$$i_3 = x_3 + y_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

$$x_3 = i_3 + i_4 - \frac{i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 + i_4 R_4}{R}$$

$$y_3 = - \left[i_4 - \frac{i_1 R_1 + i_2 R_2 + i_3 R_3 + i_4 R_4}{R} \right] .$$

Bezeichnet man die Summe

$$\sum_1^4 i_n R_n = M ,$$

so erhält man für die Ströme x_n und y_n in den einzelnen Theil strecken folgende Ausdrücke:

$$x_1 = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 - \frac{M}{R} ; \; y_1 = - \left[i_2 + i_3 + i_4 - \frac{M}{R} \right] . \quad 15)$$

$$x_2 = \quad i_2 + i_3 + i_4 - \frac{M}{R} ; \; y_2 = - \left[\quad i_3 + i_4 - \frac{M}{R} \right]$$

. . . . . .

$$x_4 = \quad i_4 - \frac{M}{R} ; \; y_4 = - \left[\quad - \frac{M}{R} \right] .$$

Die Betrachtung dieser Gleichungen zeigt, dass

$$- y_1 = x_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$
$$- y_2 = x_3$$
$$- y_3 = x_4 ,$$

was ja zutreffen muss, weil die Ströme in einer und derselben Theilstrecke, für den Anfangs- und den Endpunkt derselben gerechnet, sich nur durch das Vorzeichen von einander unterscheiden können.

Ferner sieht man, dass zwei aufeinander folgende Werthe von x oder y sich nur durch die Grösse des zwischen den betreffenden Theilstrecken abgezweigten Stromes i unterscheiden, dass also

$$x_n - x_{n+1} = i_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$
$$y_n - y_{n+1} = i_{n+1} .$$

Setzt man in die obigen Gleichungspaare für i_n, M und R die Werthe ein und berechnet daraus x_n und y_n, so wird man zu einem Paare zusammengehöriger Werthe dieser Ströme gelangen, welche beide positiv sind. Der diesen Strömen entsprechende Punkt ist der gesuchte Schnittpunkt.

Läge dieser z. B. in 3, so müssten x_3 und y_3 beide positiv sein, d. h.

$$i_3 + i_4 > \frac{M}{R} > i_4 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17\,a)$$

Für alle andern Punkte wäre der eine Strom negativ.

Die soeben erörterte Art der Bestimmung des Schnittpunktes wäre in einem zusammengesetzteren Falle mit ziemlich vielen Rechnungen verbunden. Es ist aber in der That nicht nothwendig, sämmtliche x und y zu bestimmen, um den Schnittpunkt der geschlossenen Leitung zu finden, man braucht vielmehr die Rechnung nur für **ein ganz beliebiges** x und das entsprechende y anzustellen und kann dann aus den erhaltenen Werthen sofort auf die Lage des wahren Schnittpunktes schliessen, wenn die Wahl auch nicht den richtigen Punkt getroffen hat.

Die Ströme x und y sind nämlich sowohl ihrer Grösse, als auch ihrer Richtung nach die wirklich auftretenden und der wahren Stromvertheilung auch dann entsprechenden Ströme, wenn bei der beliebigen Wahl des Schnittpunktes der angenommene Schnittpunkt nicht mit dem wahren übereinstimmt; und zwei auf einander folgende Werthe von x oder von y unterscheiden sich nur um den dazwischen abgezweigten Strom, wie schon weiter oben gezeigt worden ist.

Wenn man daher bei einem beliebig gewählten Punkte n beispielsweise ein positives x_n und ein negatives y_n erhält, so geht man in der Richtung des letzteren weiter bis zum nächsten Abzweigungspunkte $(n+1)$, dessen Stromabgabe im Allgemeinen entweder grösser oder kleiner als y_n ist.

Im ersteren Falle ist der Punkt $(n+1)$ bereits der gesuchte Schnittpunkt, da ihm von der anderen Seite noch der Strom $+ y_{n+1}$ zufliessen muss, welcher mit dem Strome $- y_n = + x_{n+1}$ mit Bezug auf den Punkt $(n+1)$ dasselbe Vorzeichen hat.

Im zweiten Falle zieht man von $- y_n = x_{n+1}$ den Abzweigungsstrom i_{n+1} ab und geht mit dem noch immer negativen y_{n+1} weiter, bis man endlich zu dem richtigen Schnittpunkte gelangt.

Tritt zufällig der Fall ein, dass $y_n = i_{n+1}$ ist, so muss $y_{n+1} = 0$ und demnach auch $x_{n+2} = 0$ sein. Es bedeutet dies, dass die

Strecke (n + 1) (n + 2) ohne jeden Einfluss auf die Stromvertheilung ist, ist und weggelassen werden könnte, solange sich in den Stromabnahmen nichts ändert.

Zur deutlicheren Veranschaulichung werde noch ein Zahlenbeispiel ausgeführt.

In die durch Fig. 101 dargestellte Leitung trete bei A ein Strom von 390 Amp. ein, in den Punkten 1, 2 und 3 werden bezw. 130,

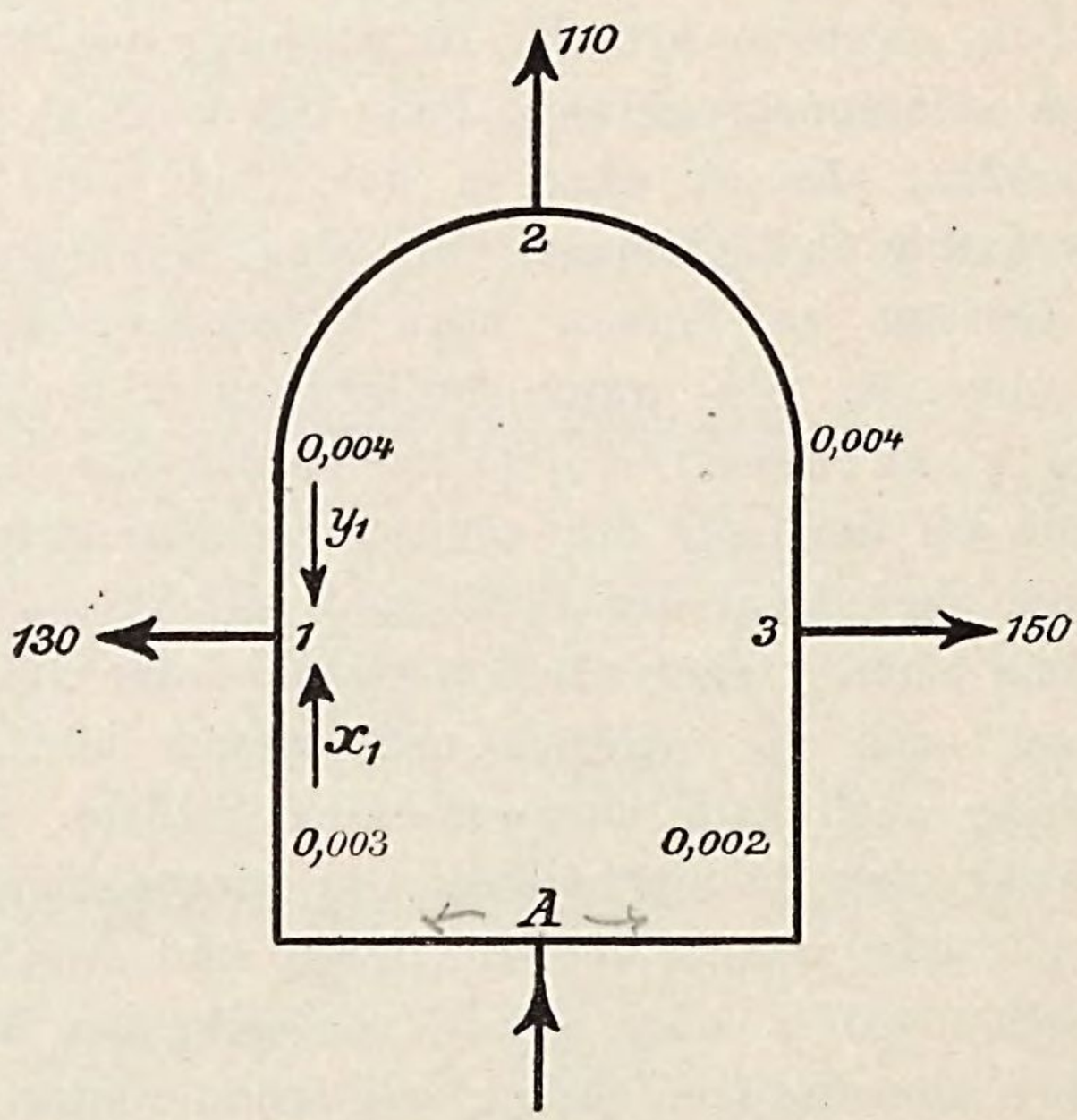


Fig. 101.

110 und 150 Amp. abgenommen. Die Werthe der Leitungswiderstände zwischen je zwei Abzweigungspunkten seien, von A in der Richtung über 1 gerechnet: 0,003, 0,004, 0,004 und 0,002 Ohm. Es soll die Stromvertheilung ermittelt werden.

Wir denken uns vorläufig einen beliebigen Schnitt geführt, etwa im Punkte 1. Die diesem Punkte entsprechenden Gleichungen sind alsdann

$$x_1 + y_1 = 130$$

$$x_1 \cdot 0{,}003 = y_1\,[0{,}002 + 0{,}004 + 0{,}004] + 110\,[0{,}002 + 0{,}004] + 150 \cdot 0{,}002,$$

woraus sich ergiebt

$$x_1 = \quad 173{,}84 \text{ Ampère}$$
$$y_1 = -\ 43{,}84 \quad \text{„} \quad .$$

Damit hat man bereits die richtigen Werthe, sowie die Richtung der Ströme gefunden. Da nämlich der Strom x_1 positiv ist, fliesst er in der angenommenen und durch den Pfeil angedeuteten Richtung nach 1 zu, und da der Strom y sich negativ ergiebt, fliesst er entgegengesetzt der angenommenen Pfeilrichtung, also von 1 weg. In der Theilstrecke $\overline{A\,1}$ fliesst also ein Strom von 173,84 Ampère bis zu der Abzweigstelle 1, welche 130 Ampère abnimmt; in der Strecke $\overline{1\,2}$ fliesst ein Strom von 173,84 — 130 = 43,84 Ampère in der Richtung gegen 2 weiter, in welchem Punkte 110 Ampère abgeführt

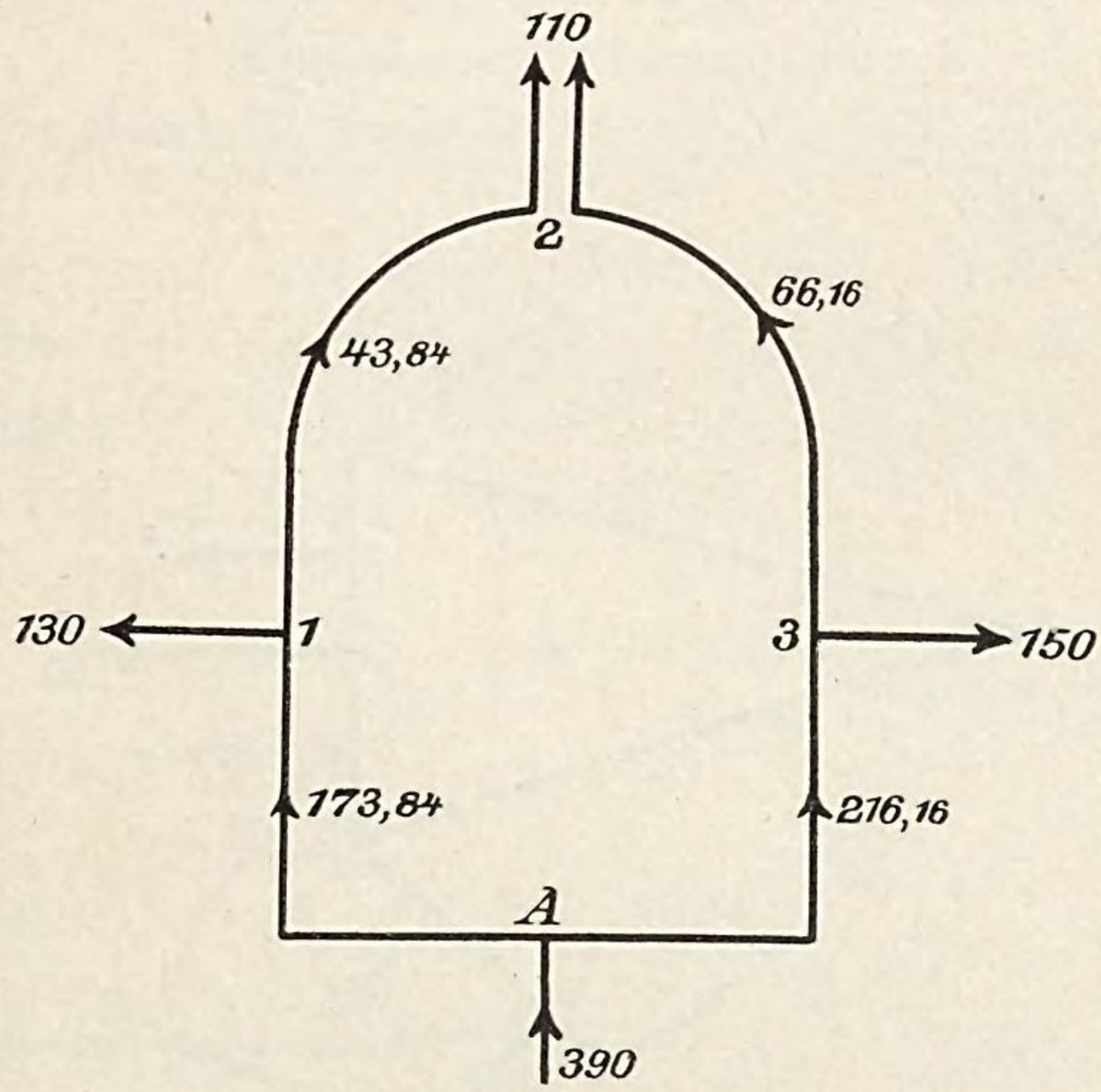


Fig. 102.

werden. Es müssen sich also hier die von der einen Seite zuströmenden 43,84 Ampère mit 66,16 Ampère von der andern Seite zu 110 ergänzen. Zwischen 2 und 3 herrscht also ein Strom von 66,16 Ampère mit der Richtung gegen 2. Man sieht, dass der Punkt 2 der gesuchte Schnittpunkt ist; denn in diesem Punkte könnte man die geschlossene Leitung öffnen, ohne dass die Stromgrössen in den einzelnen Theilstrecken irgendwie verändert werden würden.

Um uns zu überzeugen, dass wir bei der Wahl irgend eines anderen Abzweigungspunktes zu demselben Ergebnisse gelangt wären, stellen wir die Gleichungen auch für den Punkt 3 auf:

$$x_3 + y_3 = 150$$

$$y_3 \cdot 0{,}002 = x_3\,[0{,}003 + 0{,}004 + 0{,}004] + 110\,[0{,}003 + 0{,}004] + 130 \cdot 0{,}003.$$

Aus diesen Gleichungen ergiebt sich

$$x_3 = -\ 66{,}16$$
$$y_3 = \quad 216{,}16,$$

was mit den früher erhaltenen Werthen vollkommen übereinstimmt.

Da x_3 negativ ist, schreiten wir gegen die angenommene Richtung mit 66,16 Ampère von 3 gegen 2 und finden, dass hier von der andern Seite 43,84 Ampère zufliessen müssen, damit im Ganzen 110 Ampère bei 2 entnommen werden können.

Das richtige Bild der Stromvertheilung ist somit so, wie es die Fig. 102 anzeigt.

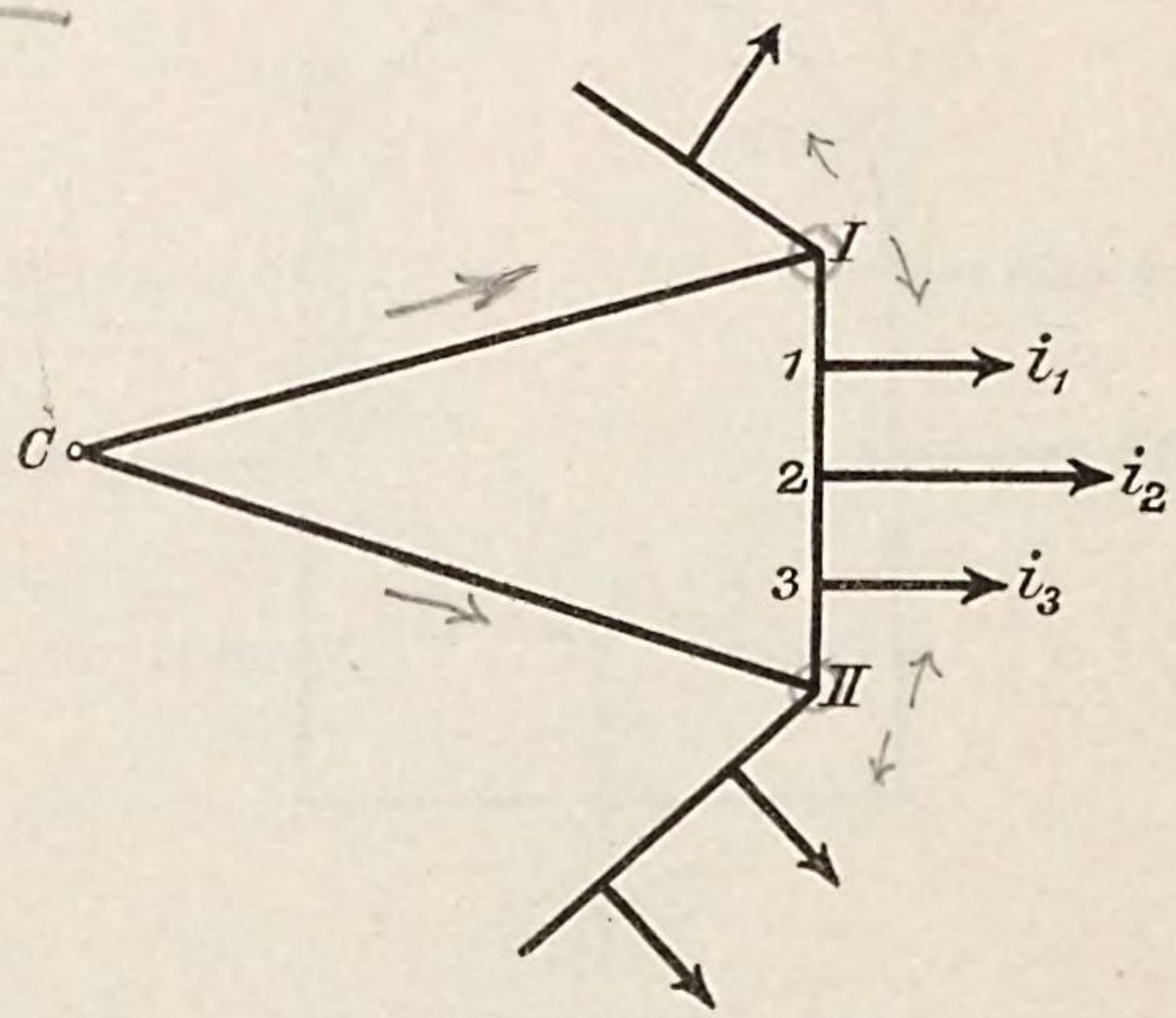


Fig. 103.

Der vorstehend behandelte Fall kehrt in vielen Stadtnetzen wieder. Ist nämlich in Fig. 103 C die Centrale, sind ferner I und II die Anknüpfungspunkte der Speiseleiter C I und C II, und ist die Regulirung so eingerichtet, dass die Spannung in den Punkten I und II unabhängig von den Stromentnahmen beständig auf derselben Höhe V erhalten wird, so führt die Berechnung der Vertheilerstrecke I II ganz auf dieselbe Lösung, wie sie eben gefunden worden ist. Ist hingegen die Spannung V_1 an I von der Spannung V_2 an II verschieden, so tritt in der Rechnung eine kleine Abänderung ein.

Wenn nämlich die Spannung z. B. im Punkte 2, vom Punkte I an gerechnet, dieselbe sein soll, wie die von II an gerechnete (was

ja stets der Fall sein muss), so darf das Spannungsgefälle v_I von I bis 2 nicht gleich sein dem v_{II} von II bis 2. Es muss vielmehr sein:

$$V_I - v_I = V_{II} - v_{II} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 18)$$

oder

$$V_I - (x_2 R_2 + i_1 R_1) = V_{II} - [y (R - R_2) + i_3 (R - R_3)], \quad 18a)$$

ferner wie früher

$$x_2 + y_2 = i_2, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

woraus sich ergiebt:

$$x_2 = \left| \frac{V_I - V_{II}}{R} \right| + i_2 + i_3 - \frac{M}{R} \quad \ldots\ldots \quad 20)$$

$$y_2 = i_2 - x_2.$$

Es hat also das für die einfache Ringleitung aufgestellte Verfahren auch hier seine Geltung. Man denkt sich ebenfalls bei einem Abzweigungspunkte den abgehenden Strom i getheilt, stellt die beiden

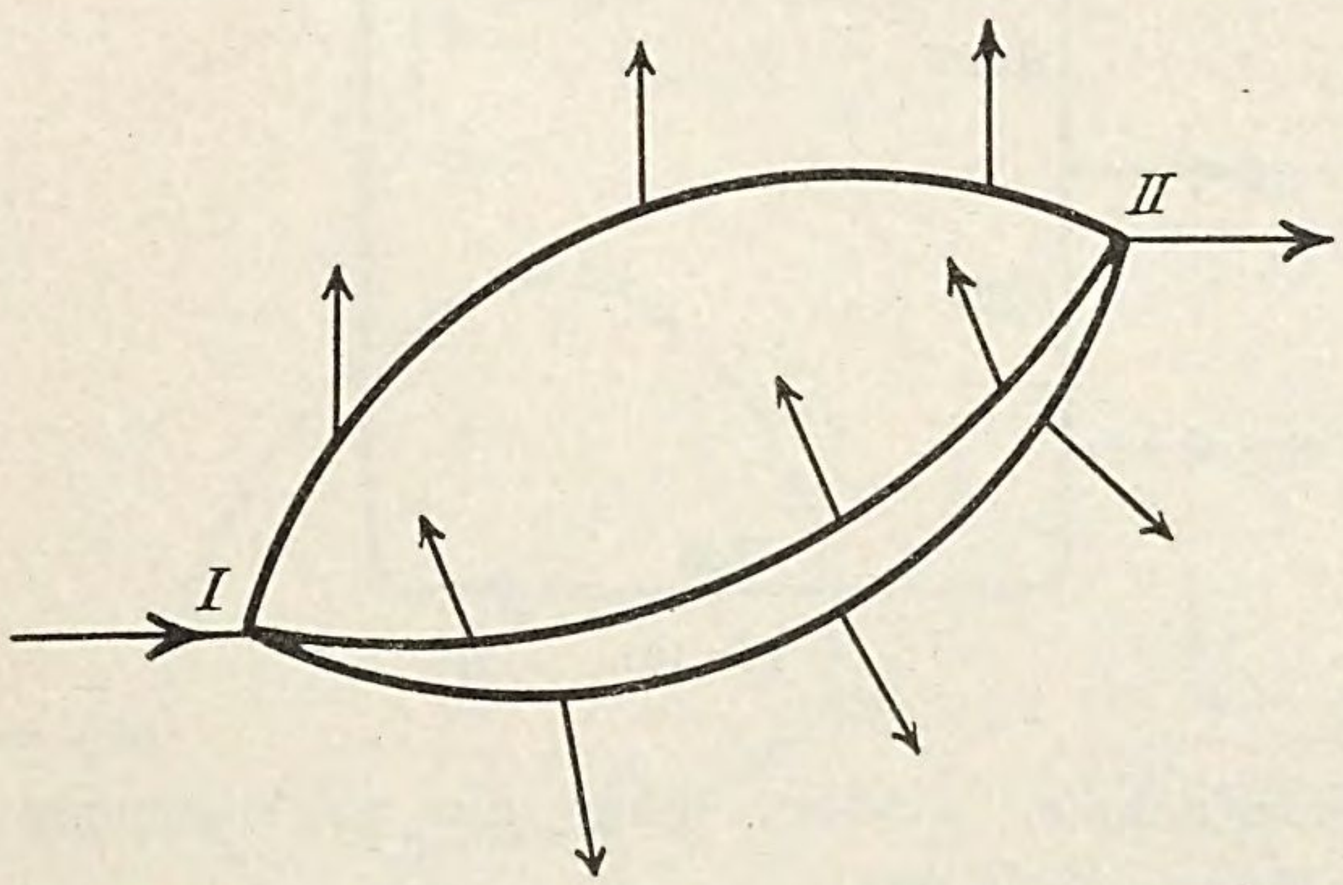


Fig. 104.

Gleichungen für Strom und Spannung auf und berechnet für den gewählten Schnittpunkt den Stromlauf, welcher mit dem thatsächlich auftretenden identisch ist und von selbst auf den wahren Schnittpunkt führt.

Wenn links von I oder rechts von II noch Abzweigstellen vorhanden sind, so kann es bei grösseren Differenzen zwischen V_I und V_{II} vorkommen, dass der wahre Schnittpunkt gar nicht in die Strecke $\overline{I\ II}$, sondern entweder in einen der Punkte I oder II, oder, wenn ausser C I und C II noch mehr Speiseleitungen vorhanden sind,

irgendwohin zwischen die Anknüpfungspunkte III, IV . . . dieser Speiseleiter fällt.

Betrachten wir nun den Fall, in welchem mehrere Leitungsäste sich zu zwei Knoten I und II vereinigen (Fig. 104). Die Stromzuführung geschehe bei I, die Stromabnahme sowohl von den einzelnen Aesten als auch von dem Knotenpunkte II.

Den in diesem Falle einzuschlagenden Weg wollen wir an einem Zahlenbeispiel verfolgen. Fig. 105 stelle eine aus 3, sich in 2 Punkten vereinigenden Aesten bestehende Leitung dar; der eine Ast $\overline{\text{I II}}$ habe

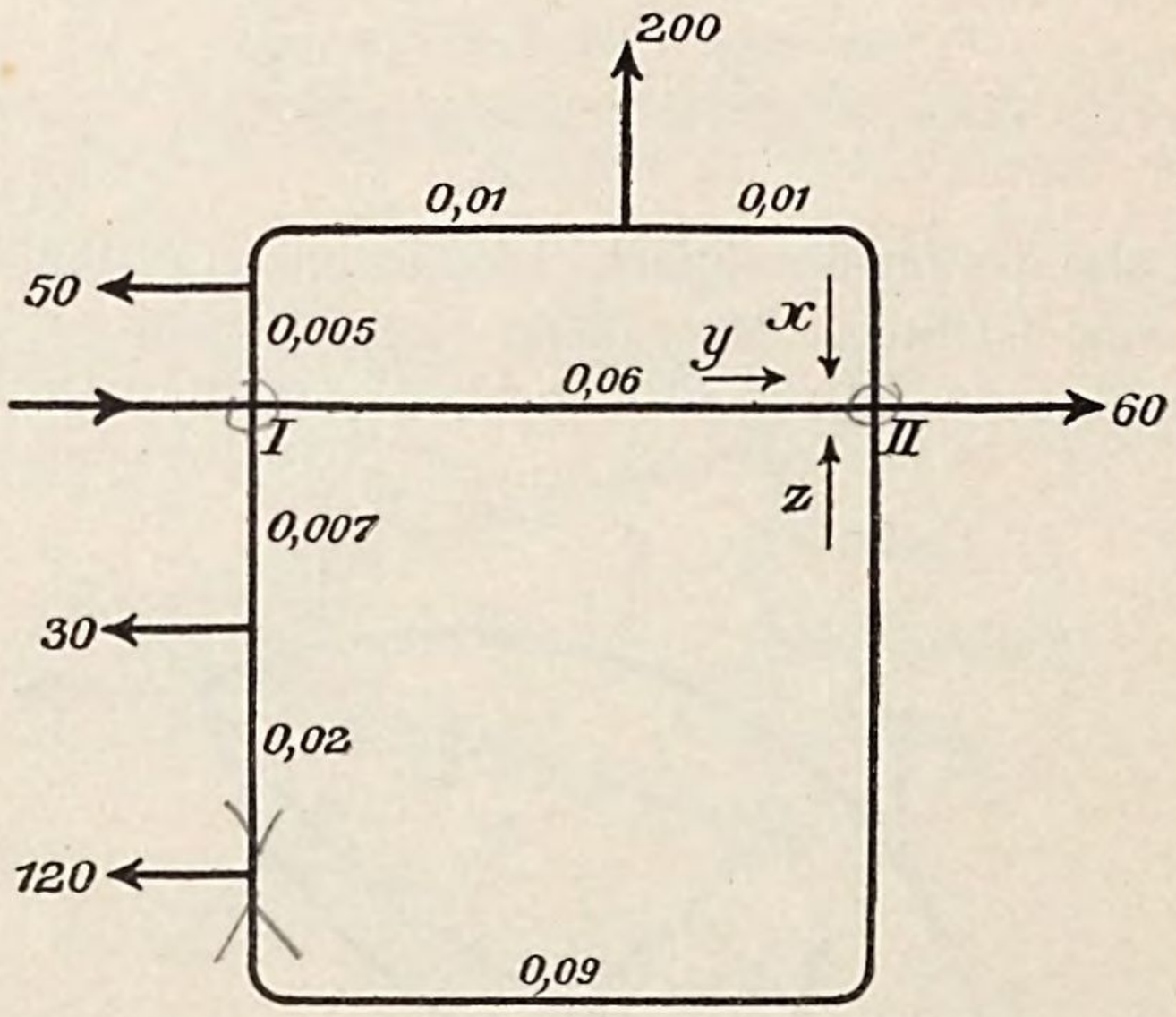


Fig. 105.

keine Stromentnahme, sondern diene nur als sogenannten Ergänzungs- oder Ausgleichsleiter.

Wir denken uns den Knoten II aufgelöst und stellen in Bezug auf denselben die entsprechenden Gleichungen auf:

$$x + y + z = 60$$

$$x\,[0{,}01 + 0{,}01 + 0{,}005] + 200\,[0{,}01 + 0{,}005] + 50 \times 0{,}005 = y \cdot 0{,}006$$

$$z\,[0{,}09 + 0{,}02 + 0{,}007] + 120\,[0{,}02 + 0{,}007] + 30 \times 0{,}007 = y \cdot 0{,}06.$$

Hieraus ergeben sich die Werthe:

$$x = 6{,}47 \text{ Amp.}, \quad y = 56{,}86 \text{ Amp.}, \quad z = -3{,}33 \text{ Ampère.}$$

Man sieht, dass der Ergänzungsleiter I II 56,86 Ampère zum Knotenpunkte II bringt, dass ferner von oben her 6,47 Ampère gegen II

zufliessen und von da aus 3,33 Ampère weiter strömen, so dass das Bild des richtig aufgelösten Leitungssystems der nachstehenden Fig. 106 entspricht.

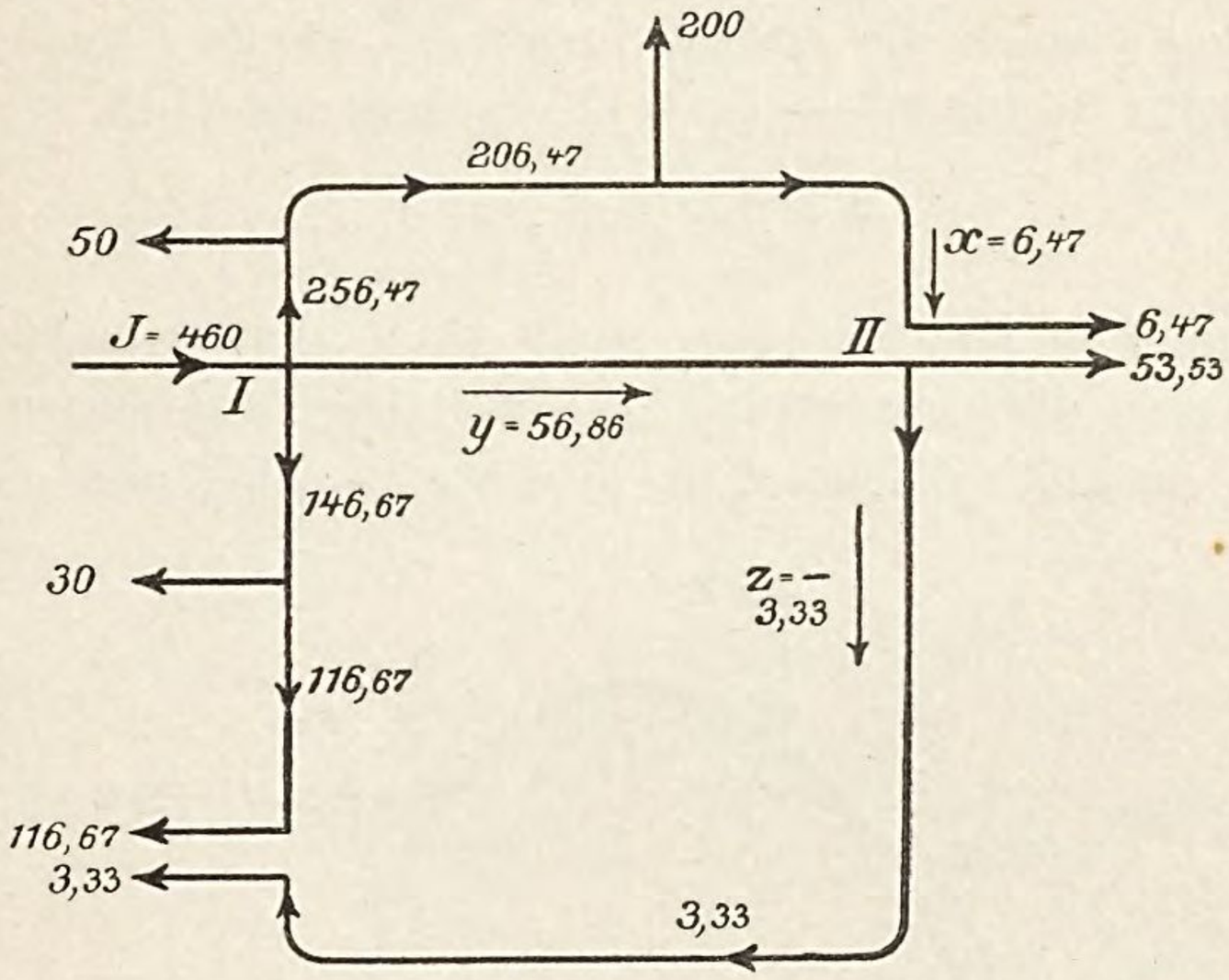


Fig. 106.

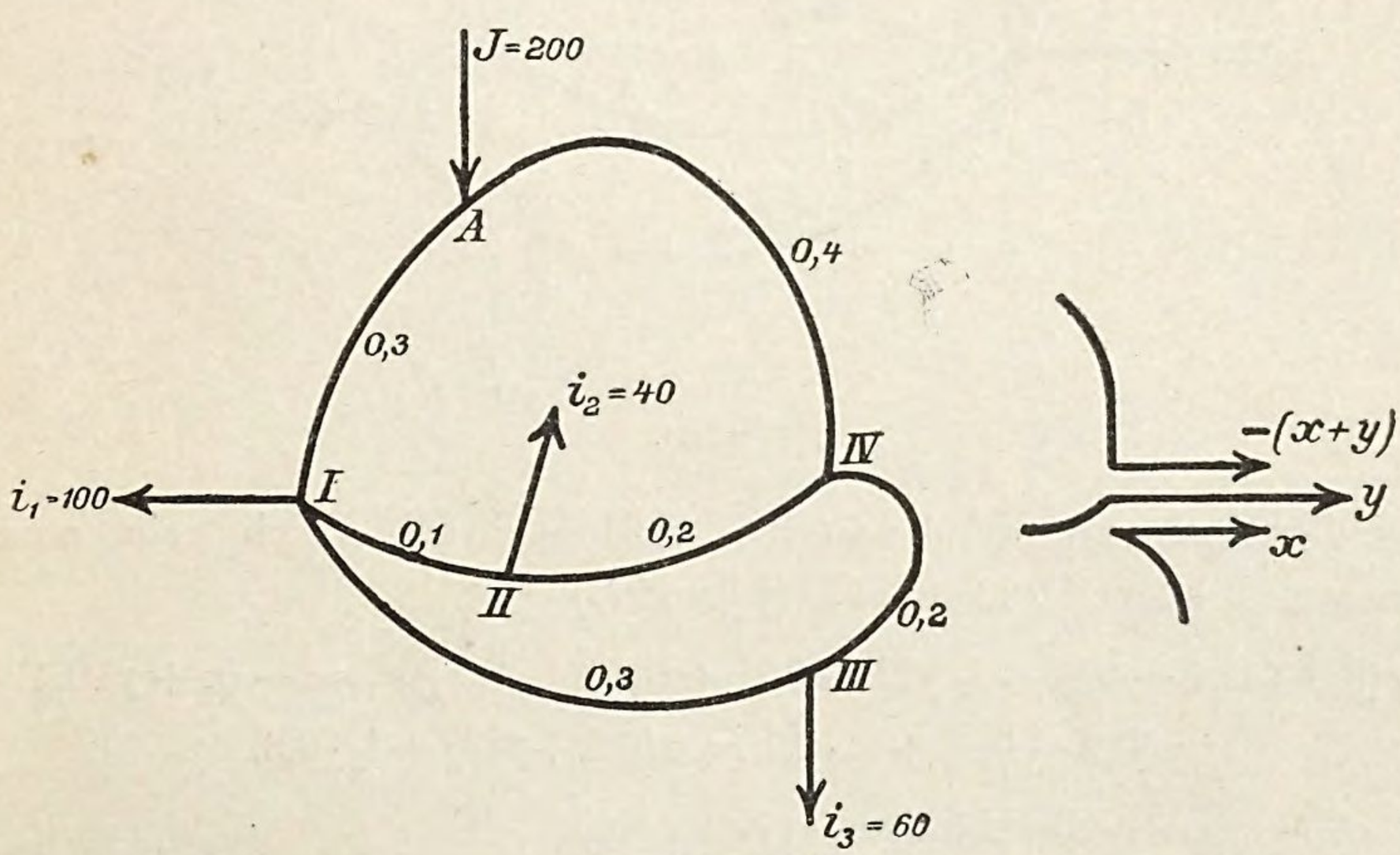


Fig. 107 und 108.

Die bisher geübte Methode der Stromberechnung erleidet keine Aenderung, wenn ein Knotenpunkt als Schnittpunkt gewählt wird, in welchem keine Stromentnahme stattfindet.

Man hat in diesem Falle nur die Voraussetzung in die Rechnung einzuführen, dass die algebraische Summe der dem Knotenpunkte zufliessenden Ströme gleich Null ist.

In dem durch die Figur 107 dargestellten Falle findet im Knotenpunkte IV keine Stromentnahme statt. Wir denken uns die drei zusammentreffenden Leitungsäste so getrennt, wie es die Figur 108 darstellt, und nennen die Ströme in zweien davon x und y, woraus sich der dritte Strom als $-(x+y)$ ergeben muss, da

$$x+y-(x+y)=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

ist.

Für die zwei Unbekannten stellt man nun zwei Gleichungen auf, von denen die eine ausdrückt, dass der Spannungsverlust von A über I II nach IV gleich ist dem Gefälle in A IV, und die andere,

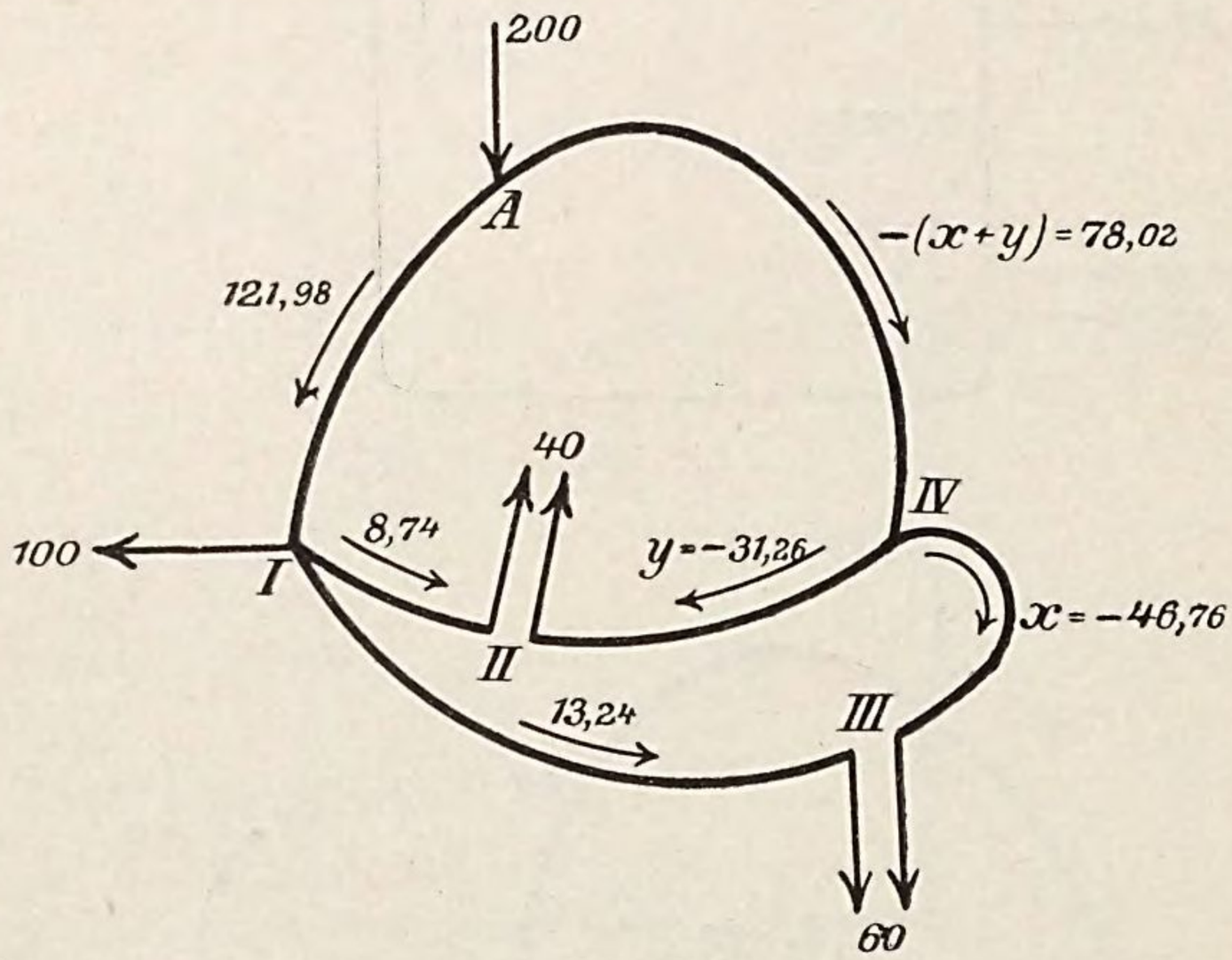


Fig. 109.

dass der Spannungsabfall von I über II nach IV gleich sein muss dem von I über III nach IV. (Fig. 107.)

$$y\,[0{,}3+0{,}1+0{,}2]+i_2\,[0{,}3+0{,}1]+(i_1+i_3+x]\,0{,}3=-(x+y)\,0{,}4$$

$$y\,[0{,}2+0{,}1]+i_2\cdot 0{,}1=x\,[0{,}2+0{,}3]+i_3\cdot 0{,}3.$$

Aus diesen Gleichungen ergiebt sich

$$x=\frac{-9\,i-2\,i_2-39\,i_3}{71}$$

$$y=\frac{-15\,i_1-27\,i_2+6\,i_3}{71}$$

und nach Einsetzung der Zahlenwerthe von i_1, i_2, i_3

$$x=-46{,}76 \text{ Ampère}$$
$$y=-31{,}26$$

Um nun zu den richtigen Schnittpunkten zu gelangen, muss man in der Richtung von x und y vom Knotenpunkte weiterschreiten und findet durch einfache Addition und Subtraktion, dass dieselben in II und III liegen. Das Bild der Stromvertheilung ist somit das in Fig. 109 dargestellte.

Es ist nun von Wichtigkeit, die Verhältnisse zu untersuchen, unter welchen die einzelnen Theile des Leitungsnetzes ihre maximalen Ströme führen.

In den Ausdrücken für x und y ist der Nenner beiden gemeinschaftlich; der Zähler hingegen besteht in x nur aus negativen, der in y aus positiven und negativen Gliedern.

Es folgt daraus, dass der Strom x nur ein negatives Maximum, gleich dem berechneten von — 46,76 Ampère, haben kann. Der Strom y erreicht ein positives Maximum, wenn die negativen Glieder gleich Null werden, ein negatives, wenn die positiven Glieder verschwinden. Im ersteren Falle ist

$$\left.\begin{matrix} i_1 = 0 \\ i_2 = 0 \end{matrix}\right\} y_{max} = + 5{,}07,$$

im zweiten Falle

$$i_3 = 0;\ y_{max} = - 36{,}33.$$

Um den maximalen Strom in der Zuleitung A IV zu finden, hat man das Maximum von $(x + y)$ zu bestimmen, dasselbe beträgt:

$$x + y = \frac{- 9\,i_1 - 2\,i_2 - 39\,i_3}{71} + \frac{- 15\,i_1 - 27\,i_2 + 6\,i_3}{71} =$$

$$= \frac{- 24\,i_1 - 29\,i_2 - 33\,i_3}{71} = - 78{,}02,$$

das ist derselbe Strom, der eintritt, wenn sämmtliche Stromabnahmestellen wirksam sind.

Es bedarf wohl keiner weiteren Erklärung mehr, dass man in ganz ähnlicher Weise die maximalen Ströme in allen einzelnen Leitungsästen bestimmen kann. Die einzelnen Ausdrücke, welche für diese maximalen Ströme aufgestellt werden, geben auch zugleich die Bedingung an, welche Stromabnehmer eingeschaltet sein müssen, um den betreffenden Maximalstrom zu verursachen.

Auf Grund der vorausgegangenen Beispiele kann es nicht schwer fallen, die Betrachtungen zu verallgemeinern, um zu den Grundsätzen zu gelangen, nach welchen man bei der Bestimmung der maximalen

Ströme vorzugehen hat, die in Folge der Zu- oder Abschaltung von Stromabnehmern in den einzelnen Leitern eines Netzes auftreten.

Es sei in Figur 110 ein Netz mit beispielsweise 5 Knoten dargestellt. Wir schneiden die Knoten II und V auf und gelangen so zu 4 Unbekannten x, y, z, v, zu deren Bestimmung wir vier Bedingungsgleichungen aufstellen.

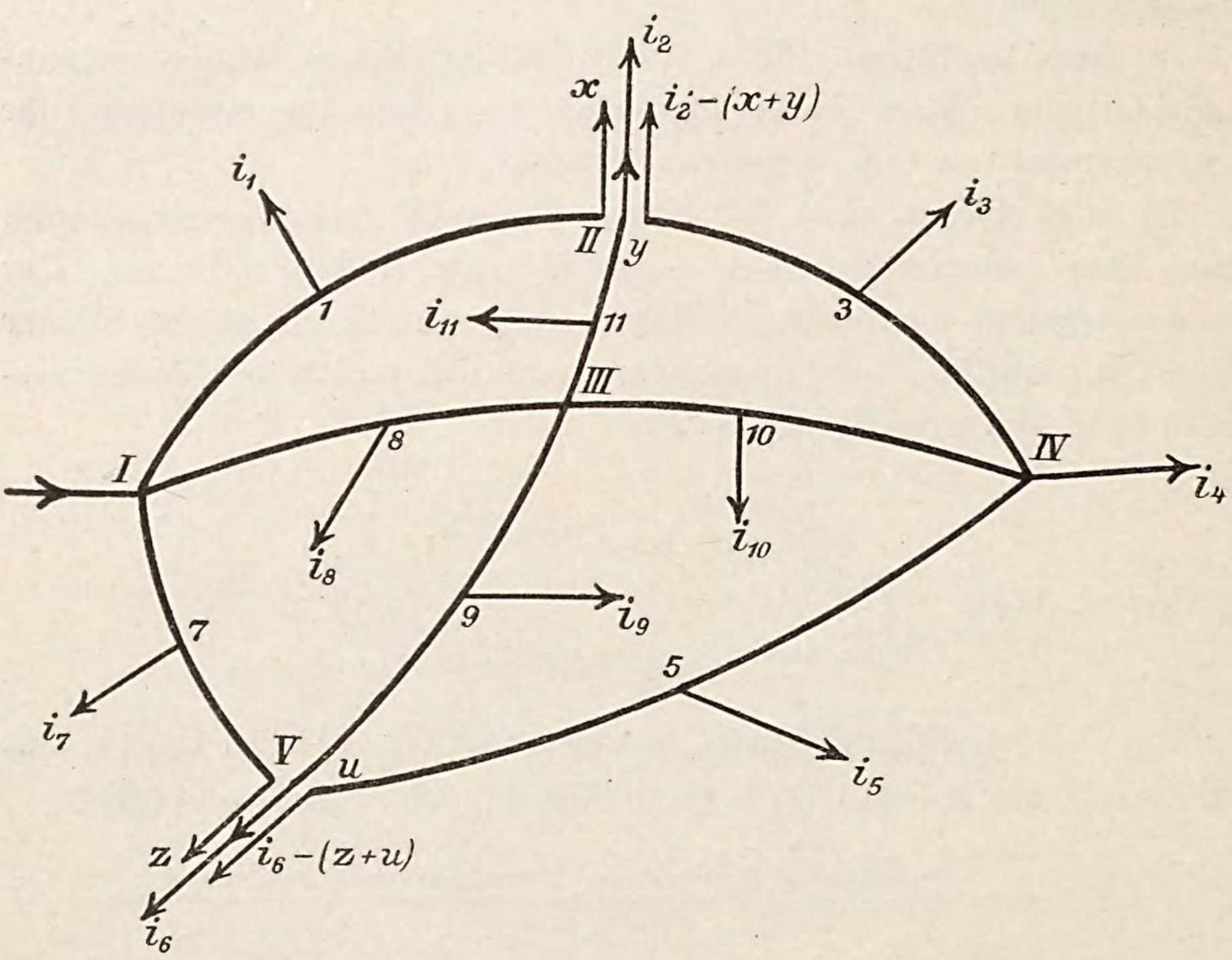


Fig. 110.

Diese Gleichungen erhalten wir, wenn wir das Spannungsgefälle über den Weg

II 1 I gleich setzen jenem über II 11 III 8 I . . . 22)
II 1 I - - - - II 3 IV 10 III 8 I
V 7 I - - - - V 9 III 8 I
V 7 I - - - - V 5 IV 10 III 8 I.

Diese Gleichungen haben die Form:

$$r_{1,1}\,x + r_{1,2}\,y + r_{1,3}\,z + r_{1,4}\,v = \sum \left[i_n\, f_1(r) \right] = \alpha_1 \quad . \quad 23)$$

$$r_{2,1}\,x + r_{2,2}\,y + r_{2,3}\,z + r_{2,4}\,v = \sum \left[i_n\, f_2(r) \right] = \alpha_2$$

$$r_{3,1}\,x + r_{3,2}\,y + r_{3,3}\,z + r_{3,4}\,v = \sum \left[i_n\, f_3(r) \right] = \alpha_3$$

$$r_{4,1}\,x + r_{4,2}\,y + r_{4,3}\,z + r_{4,4}\,v = \sum \left[i_n\, f_4(r) \right] = \alpha_4$$

wo

$$r_{1,1},\ r_{1,2},\ r_{1,3},\ \ldots\ldots\ r_{4,4},$$

nur Summen von gegebenen Leitungswiderständen sind, und wo

$$\sum \left[i_n\, f_m(r) \right]$$

Summen von Produkten aus veränderlichen Nutzströmen i_n und algebraischen Funktionen $f_m(r)$ von unveränderlichen Leitungswiderständen bedeuten.

Aus diesen Gleichungen berechnet sich

$$x = \frac{\begin{vmatrix} \alpha_1 & r_{1,2} & r_{1,3} & r_{1,4} \\ \alpha_2 & r_{2,2} & r_{2,3} & r_{2,4} \\ \alpha_3 & r_{3,2} & r_{3,3} & r_{3,4} \\ \alpha_4 & r_{4,2} & r_{4,3} & r_{4,4} \end{vmatrix}}{N}, \quad \ldots\ldots \quad 24)$$

und analog auch y, z und v. N ist hierin die allen vier Unbekannten gemeinsame Nennerdeterminante

$$N = \begin{vmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & r_{1,4} \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & r_{2,4} \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & r_{3,4} \\ r_{4,1} & r_{4,2} & r_{4,3} & r_{4,4} \end{vmatrix}, \quad \ldots\ldots \quad 25)$$

welche nur aus den Koefficienten derselben gebildet und somit von der Stromentnahme unabhängig ist. Der Zähler hingegen enthält die in den Gleichungen rechts stehenden Produktsummen α_m, welche allein von der Stromentnahme abhängen, sodass die Maxima der Ströme x, y, z, v mit den Maxima der Zählerdeterminante zusammenfallen werden. Man kann wieder schreiben:

$$x = \frac{1}{N} \sum \left[i_n\, F_1(r) \right] \quad \ldots\ldots \quad 26)$$

$$y = \frac{1}{N} \sum \left[i_n\, F_2(r) \right]$$

$$z = \frac{1}{N} \sum \left[i_n\, F_3(r) \right]$$

$$v = \frac{1}{N} \sum \left[i_n\, F_4(r) \right].$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die Einflüsse berechnen, welche die Veränderungen eines oder mehrerer Ströme i auf x, y, z und v haben.

Um diesen Einfluss in einfacher Weise zu erkennen, ordne man

$$\sum \left[i_n \, F_m(r) \right]$$

in zwei Theile, von denen der eine nur die negativen und der andere nur die positiven Glieder enthält. Je nachdem man nun den positiven oder den negativen Theil gleich Null setzt, erhält man die negativen oder die positiven Maxima der Ströme x, y, z und v.

Die Maximalströme in den anderen Theilstrecken findet man entweder, indem man die Ausdrücke für diese Ströme ebenso nach positiven und negativen Gliedern ordnet und schliesslich die einen oder anderen gleich Null setzt, oder indem man in die Ausdrücke direkt die Maximalwerthe von x, y, z und v einführt.

Wir haben nun an mehreren Beispielen die Anwendung der Herzog-Stark'schen Schnittmethode[1]) auf die Berechnung der Stromvertheilung in gegebenen Leitungsnetzen vorgeführt. Es erübrigt nur noch, die allgemeinen Grundsätze dieses Verfahrens kurz zusammenzufassen.

Um die Berechnung der Stromvertheilung für ein gegebenes Leitungsnetz durchzuführen, hat man folgendes zu beachten:

1. Man denke sich das gegebene Leitungsnetz an beliebigen Stromentnahmestellen oder Knotenpunkten so aufgeschnitten, dass das Netz nur in offene Theile zerfalle, und dass kein Leiterstück ohne Zusammenhang mit einer der Stromzuführungsstellen bleibe.

2. Man betrachte die in den Leiterstücken den Schnittpunkten zu- oder abfliessenden Ströme als Unbekannte x_1, x_2 . . . . . und stelle für jeden Schnittpunkt je eine Gleichung auf, welche ausdrückt, dass der Spannungsverlust von irgend einer Stromzuführungsstelle aus bis zu dem betreffenden Schnittpunkte der gleiche ist, wenn man von der Stromzuführungsstelle auf zwei verschiedenen Wegen zum Schnittpunkte gelangt. Diese Gleichungen löse man nach ihren Unbekannten auf, welche die wahren Werthe und zugleich die Richtungen der unbekannten Ströme angeben.

---

[1]) Herzog und Stark, El. Zeitschr. *12*, S. 221, 1890.
La Lum. él. *36*, S. 215. 1890.
El. World *15*, S. 300. 1890.
El. Rev. *26*, S. 424. 1890.

3. Die wahren Schnittpunkte findet man nun, wenn man in der Richtung der nach Punkt 2 berechneten Ströme so weit vorwärts schreitet, bis an man eine Stelle gelangt, in Bezug auf welche beide Ströme positiv sind.

4. Nach dem Aufschneiden des Netzes in den so gefundenen wahren Schnittpunkten berechnet man in bekannter Weise die Zahlenwerthe der Spannungsverluste, die an den Schnittpunkten maximal sind.

5. Um den Einfluss von Veränderungen in der Stromentnahme auf die Stromvertheilung zu bestimmen, ordne man die Ausdrücke von x_1, x_2 . . . sowie die der Ströme in den Theilstrecken nach den abgenommenen Strömen. Um die positiven und negativen Maxima zu finden, setze man die negativen, bezw. die positiven Glieder gleich Null.

5. Der Satz von der Superposition der Abzweigungsströme.

Ein guter Einblick in das Wesen der Stromvertheilung lässt sich auf Grund des nachfolgenden Gedankenganges gewinnen.

Es wurde früher erläutert, dass man für jeden Schnittpunkt je eine Gleichung aufzustellen hat, welche besagt, dass der Spannungsverlust von irgend einer Stromzuführungsstelle aus auf zwei verschiedenen Wegen bis zum Schnittpunkte derselbe ist.

Man erhält auf diese Art ebenso viele Gleichungen vom ersten Grade, als Schnittpunkte oder Unbekannte angenommen wurden, so dass eine vollständige Lösung der Aufgabe möglich ist.

Betrachtet man den Bau der n linearen Gleichungen, welche die Stromvertheilung in einem Leiternetz geben, so sieht man, dass die Koefficienten der Unbekannten ausschliesslich lineare Funktionen der Leitungswiderstände sind.

Die konstanten Glieder sind Summen von Produkten aus bekannten Abzweigungsströmen in lineare Funktionen der Leitungswiderstände. Bezeichnet man die Koefficienten der Unbekannten mit $a_{1,1}$, $a_{1,2}$, $a_{1,3}$ . . . . $a_{n,n}$ und die der Abzweigungsströme mit $(r_{1,1})$, $(r_{1,2})$, $(r_{1,3})$ . . . $(r_{n,n})$, so schreiben sich diese Gleichungen allgemein (nach 23):

$$(a_{1,1})\,x_1 + (a_{1,2})\,x_2 + (a_{1,3})\,x_3 + \cdots = (r_{1,1})\,i_1 + (r_{1,2})\,i_2 + (r_{1,3})\,i_3 + \cdots$$
$$(a_{2,1})\,x_1 + (a_{2,2})\,x_2 + (a_{2,3})\,x_3 + \cdots = (r_{2,1})\,i_1 + (r_{2,2})\,i_2 + (r_{2,3})\,i_3 + \cdots$$
$$(a_{3,1})\,x_1 + (a_{3,2})\,x_2 + (a_{3,3})\,x_3 + \cdots = (r_{3,1})\,i_1 + (r_{3,2})\,i_2 + (r_{3,3})\,i_3 + \cdots$$

Hieraus ergiebt sich die Nennerdeterminante

$$N = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots 25\,a)$$

und somit für x_1:

$$x = \frac{1}{N} \cdot \begin{vmatrix} \left[(r_{1,1})\,i_1 + (r_{1,2})\,i_2 + \cdots\right], & a_{1,2}, & a_{1,3} \cdots \\ \left[(r_{2,1})\,i_1 + (r_{2,2})\,i_2 + \cdots\right], & a_{2,2}, & a_{2,3} \cdots \\ \left[(r_{3,1})\,i_1 + (r_{3,2})\,i_2 + \cdots\right], & a_{3,2}, & a_{3,3} \cdots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} \quad \cdot\cdot 26\,a)$$

und ganz analog für die übrigen Unbekannten.

Man sieht, dass der Nenner, welcher für sämmtliche Unbekannten derselbe ist, nur von den Widerständen und von der Konfiguration des Netzes abhängt, während der Zähler nach einem bekannten Determinantensatze, dem Additionstheorem, sich zerlegen lässt in eine Summe von Determinanten:

$$i_1 \begin{vmatrix} (r_{1,1}), & (a_{1,2}), & (a_{1,3}) \cdots \\ (r_{2,1}), & (a_{2,2}), & (a_{2,3}) \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} (r_{1,2}), & (a_{1,2}), & (a_{1,3}) \cdots \\ (r_{2,2}), & (a_{2,2}), & (a_{2,3}) \cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \end{vmatrix} + \cdots\cdot 27)$$

d. h. mit Worten:

Der Strom x_1 kann als Summe von solchen Strömen aufgefasst werden, welche entstehen würden, wenn die Stromabnehmer i_1, i_2 ... einzeln eingeschaltet würden.

Dieser Satz, welcher als Satz von der Superposition der Abzweigströme bezeichnet werden kann, lässt sich auch in folgender Form ausdrücken:

„Der Strom, welcher in einem Leiter eines Netzes entsteht, wenn mehrere Ströme gleichzeitig abgenommen werden, ist gleich der Summe jener Ströme, welche auftreten würden, wenn die Stromabnehmer einzeln nacheinander wirksam wären.“

6. Maxwell's Regel.

Da, wie wir bereits gesehen haben, die Anzahl und Konstruktion der Spannungsgleichungen von der Anzahl der Stromabnehmer unabhängig sind, so genügt es, wenn man nur die Anzahl der nothwendigen Gleichungen diskutiren will, einen einzigen Stromabnehmer anzunehmen.

Diese Vereinfachung giebt uns ein Mittel an die Hand, Leitungsnetze im Rahmen einer allgemeineren Auffassung zu betrachten, welche von Maxwell herrührt.

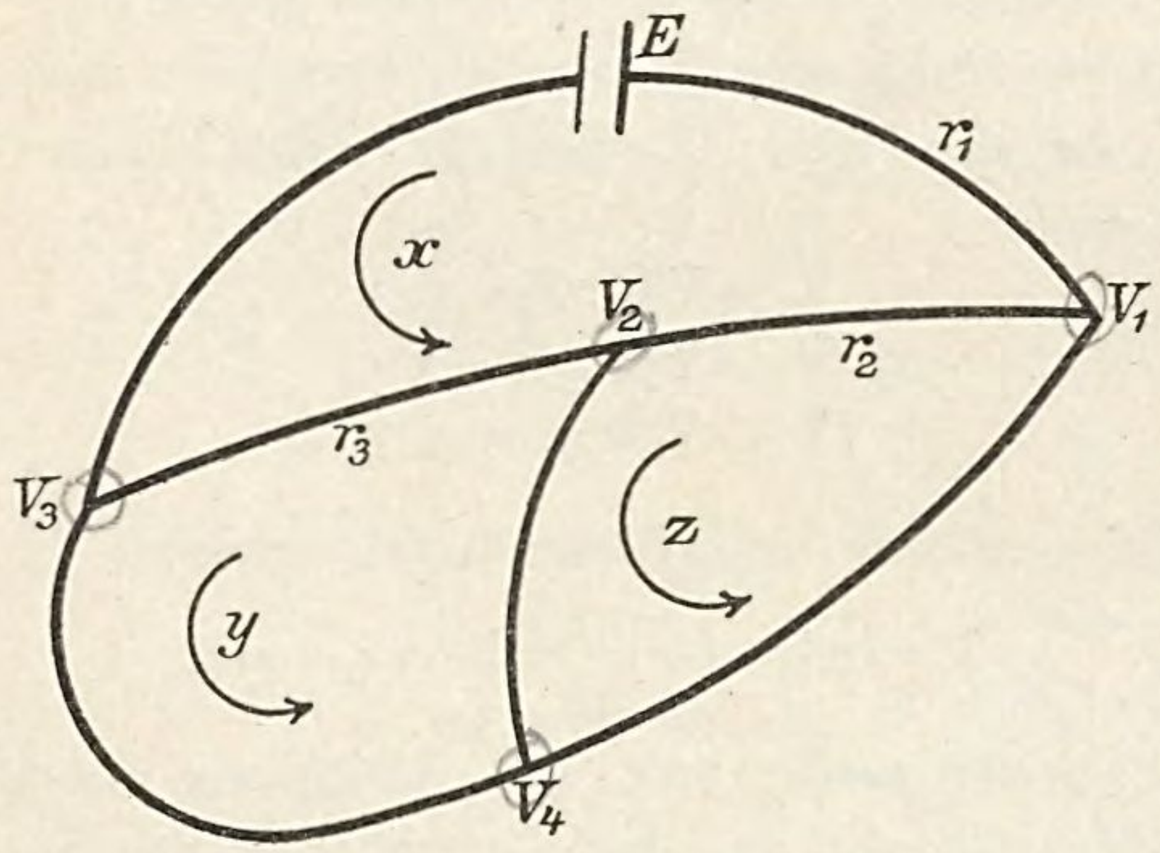


Fig. 111.

Es sei in Fig. 111 z. B. ein Netz mit drei Maschen oder Cyklen gegeben.

In dem Zweige r_1 sei eine elektromotorische Kraft vorhanden, welche in dem Netze eine bestimmte Stromvertheilung hervorruft, $V_1, V_2, V_3 \ldots$ seien die Potentialwerthe an den Knoten und $r_1, r_2 \ldots$ die Widerstände der Leiter zwischen den Knotenpunkten. Man denke sich um jede Masche einen ideellen Strom fliessend, dessen Richtung in allen Maschen dieselbe sei. Ferner betrachte man einen Stromkreis als positiv umfahren, wenn man beim Umschreiten desselben den Umfang zur rechten Hand liegen hat. Geht man daher an der Innenseite des Umfanges in der Richtung des Pfeiles um eine Fläche, so ist die Richtung positiv mit Bezug auf die Innenfläche; geht man jedoch in derselben Richtung um die Aussenseite, so ist diese Richtung negativ mit Bezug auf die Aussenfläche. Ein Strom wird daher als positiv betrachtet, wenn er um einen Cyklus in der

der Bewegungsrichtung des Uhrzeigers entgegengesetzten Richtung fliesst.

Die wirklichen Ströme in den Leitern sind die Differenzen der ideellen Ströme in den einander anliegenden Maschen. Es seien x, y, z diese ideellen Ströme von gleicher Richtung; dann bezeichnet $(x-y)$ den wirklichen Strom im Zweige r_3 und analog $(x-z)$ den Strom im Zweige r_2. Die Ströme x, y, z ... werden die cyklischen Symbole oder Maschenströme dieser Flächenstücke genannt.

Wir nehmen das cyklische Symbol des Aussenraumes gleich Null an; dann ist der wirkliche Strom in r_1 einfach gleich x.

Durch Anwendung des Ohm'schen Gesetzes auf den Cyklus x, der aus den Leitern r_1, r_2, r_3 besteht, erhält man für diese drei Leiter nacheinander

$$\begin{aligned} V_3 - V_1 &= E - r_1 x \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots 28) \\ V_3 - V_2 &= (x-y) r_3 \\ V_2 - V_1 &= (x-z) r_2 . \end{aligned}$$

Die Addition dieser drei Gleichungen ergiebt:

$$E = x[r_1 + r_2 + r_3] - y r_3 - z r_2 .$$

Diese Gleichung nennt man die Gleichung des Cyklus x. Sie besagt, dass das Produkt aus dem cyklischen Symbol x in sämmtliche Umfangswiderstände dieses Cyklus, vermindert um die Summe der Produkte aus den cyklischen Symbolen aller Nachbarmaschen in die betreffenden Grenzwiderstände gleich ist der effektiven elektromotorischen Kraft, die in dieser Masche wirkt. Hiebei ist das Vorzeichen dieser Kraft positiv oder negativ in Rechnung zu setzen, je nachdem sie mit dem ideellen Maschenstrome in demselben oder im entgegengesetzten Sinne wirkt.

Stellt man für jeden Cyklus die entsprechende Gleichung auf, so erhält man gerade so viele lineare Gleichungen, als Maschen vorhanden sind, d. h. die Anzahl der Gleichungen ist gleich der Anzahl der unbekannten Maschenströme, aus welchen sich die wirklichen Leiterströme als Differenzen ergeben.

Von dem besprochenen allgemeinen Leiternetze kann man sehr leicht auf eine besondere Gattung, die der Lichtleitungsnetze, übergehen. In diesen sind die Stromabnehmer zwischen zwei Halbnetze, das der Hin- und das der Rückleitung, parallel eingeschaltet. Mit Rücksicht darauf, dass nach dem Satze von der Superposition

der Ströme der Charakter und die Anzahl der Gleichungen von der Anzahl der Stromabnehmer unabhängig sind, kann man sich vor

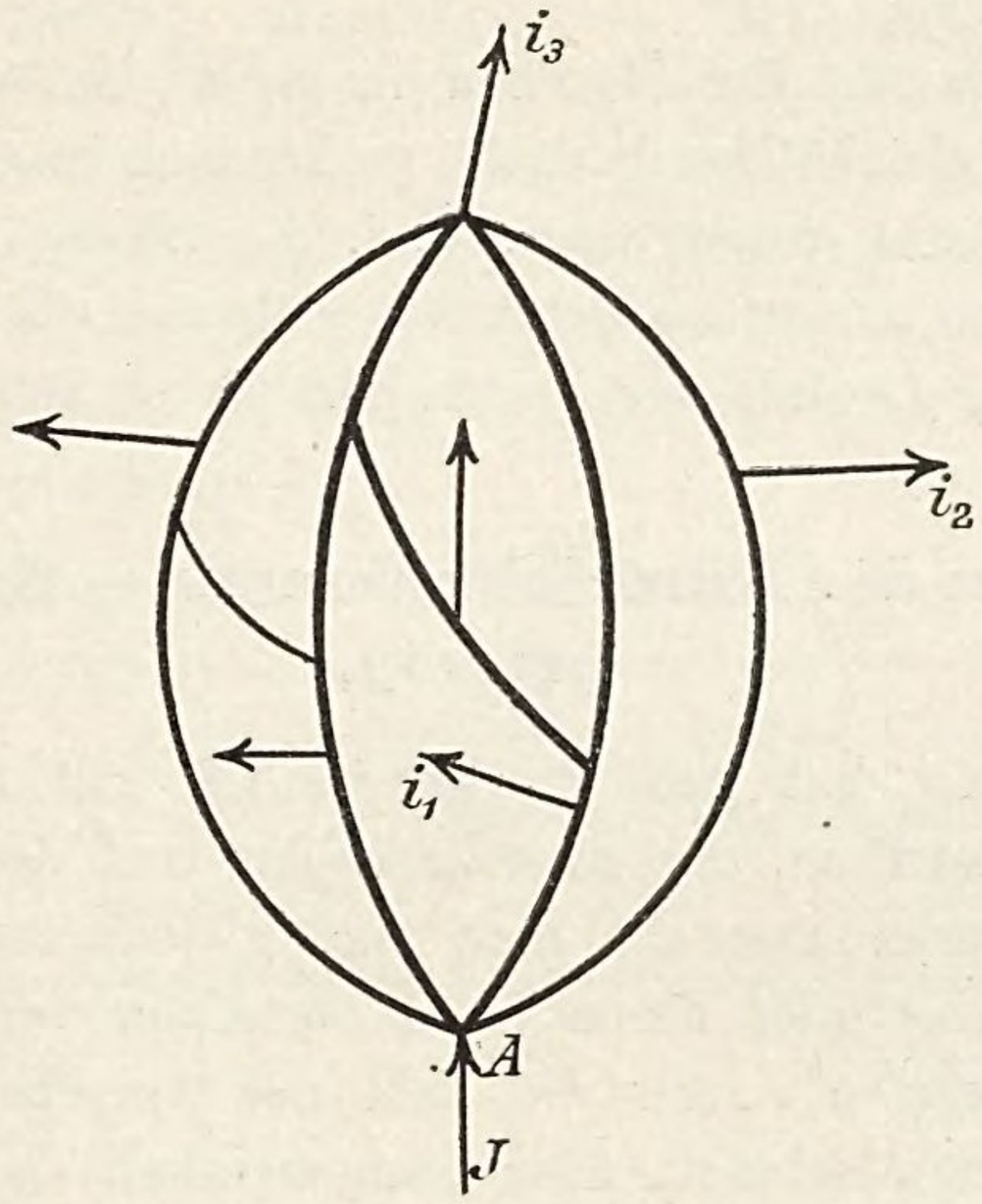


Fig. 112.

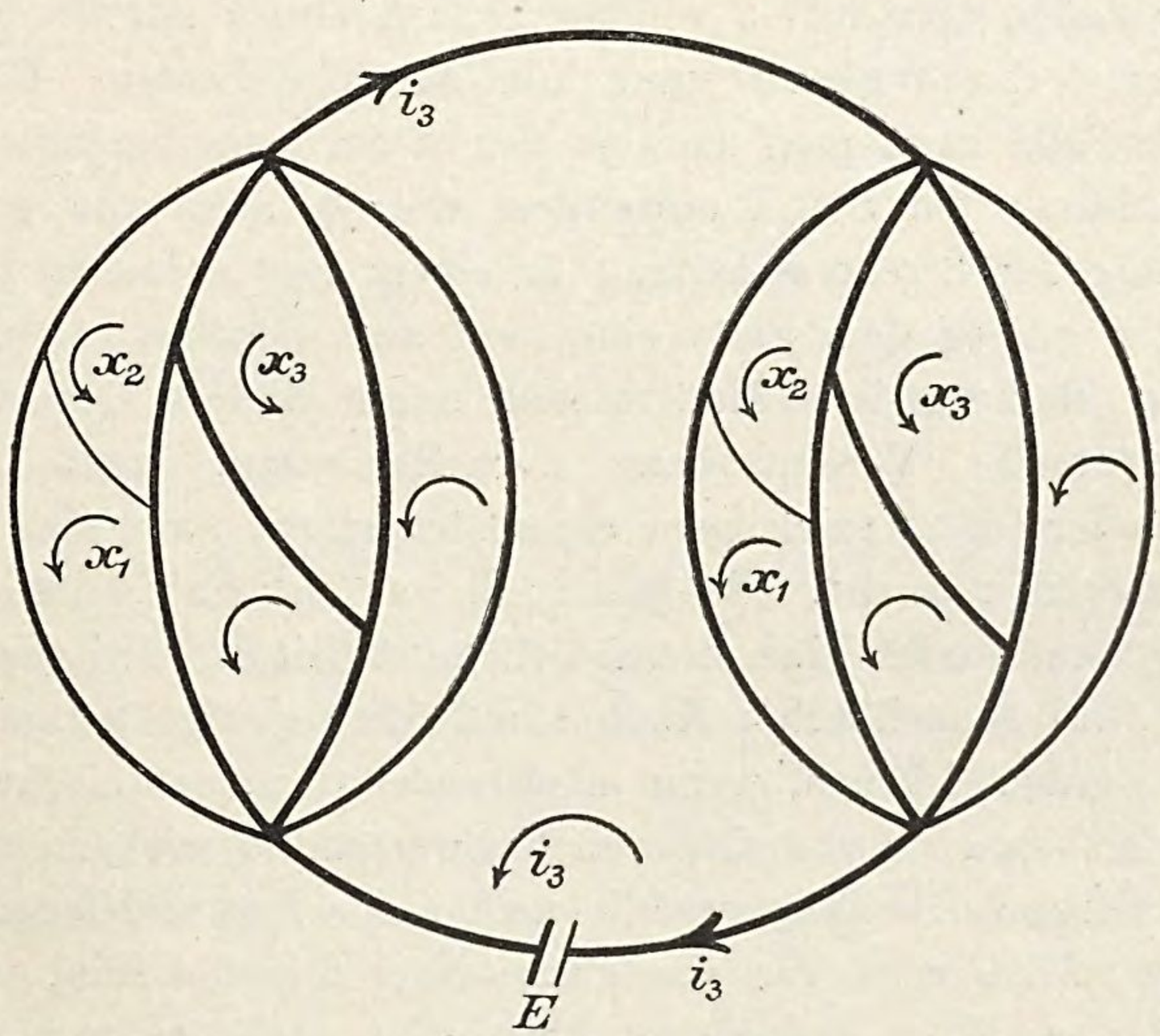


Fig. 113.

der Hand nur einen Stromabnehmer vorhanden denken. Demzufolge lässt sich das in Fig. 112 dargestellte Leitungsnetz unter Beibehal-

tung eines Stromabnehmers, etwa i_3, in der durch die nachfolgende Fig. 113 dargestellten Weise zeichnen und darauf die allgemeine Methode anwenden.

Ist n die Anzahl der Maschen in einem Halbnetze, und haben beide Halbnetze gleiche Maschenzahl, so hat man insgesammt $(2n + 1)$ Maschenströme, von denen einer, d. i. der Strom in der Abnahmsmasche, als bekannt vorausgesetzt ist, während die 2n anderen sich in Folge gleicher Gestalt der beiden Halbnetze auf n reduciren.

7. Reduktion der Einzelabnahmen. — Schwerpunktsprincip.

In der Praxis hat man es gewöhnlich mit zwei Formen der Stromabnahme zu thun, der Einzelabnahme und der kontinuirlichen. Unter der letzteren versteht man eine gleichmässig auf die ganze Länge der Leitung oder einen Theil derselben vertheilte Abnahme, so dass man dieselbe durch die Zahl der Ampère, welche auf die laufende Widerstandseinheit oder Längeneinheit des Leiters entfällt, ausdrücken kann.

Wir finden hierin eine vollkommene Analogie mit der Belastung von Trägern durch Einzel- und kontinuirliche Lasten. Gleich wie in diesem Falle kann man auch in der Stromvertheilungsbestimmung die Grundsätze der Statik anwenden, wie ja auch die graphische Ermittelung der Stromvertheilung in einem geschlossenen Ringleiter vollständig analog dem Falle eines auf zwei Stützen ruhenden und belasteten Balkens ist. Man erzielt unter diesem Gesichtspunkte eine bedeutende Vereinfachung der Rechnung, wenn man die Einzel- oder kontinuirlichen Stromabnahmen auf eine einzige Einzelabnahme reducirt. Es gilt auch hier der Satz, dass mehrere Einzelabnahmen oder eine kontinuirliche Ableitung zwischen irgend welchen zwei benachbarten Knoten auf eine einzige Stromabnahme reducirt werden können, wenn man sich die algebraische Summe dieser Abnahmen im gemeinsamen Schwerpunkte wirkend denkt.

Die Stromvertheilung, welche man unter Zugrundelegung dieser Annahme erhält, wird für das ganze Netz dieselbe sein, wie wenn man mit den nicht reducirten Abnahmen rechnet; nur derjenige Theil des Leiters, der zwischen die erste und die letzte der reducirten Stromabnahmen fällt, wird in beiden Fällen nicht gleich beansprucht erscheinen; es bietet jedoch keine Schwierigkeit, aus den

Stromstärken, die die Rechnung mit den reducirten Abnahmen ergeben hat, auch die Stromstärken in den zwischen den reducirten Abzweigungen liegenden Theilstrecken zu bestimmen.

Dass das Schwerpunktsprincip hier ebenso gilt, wie in dem analogen Falle der Graphostatik, folgt schon daraus, dass die Strommomente in dieser Hinsicht mit den Kraftmomenten vollkommen analog sind, wie schon die Formeln auf Seite 172 und 173 erkennen lassen, welche vollkommen analog den bei Schwerpunktsbestimmungen nothwendigen Formeln sind.

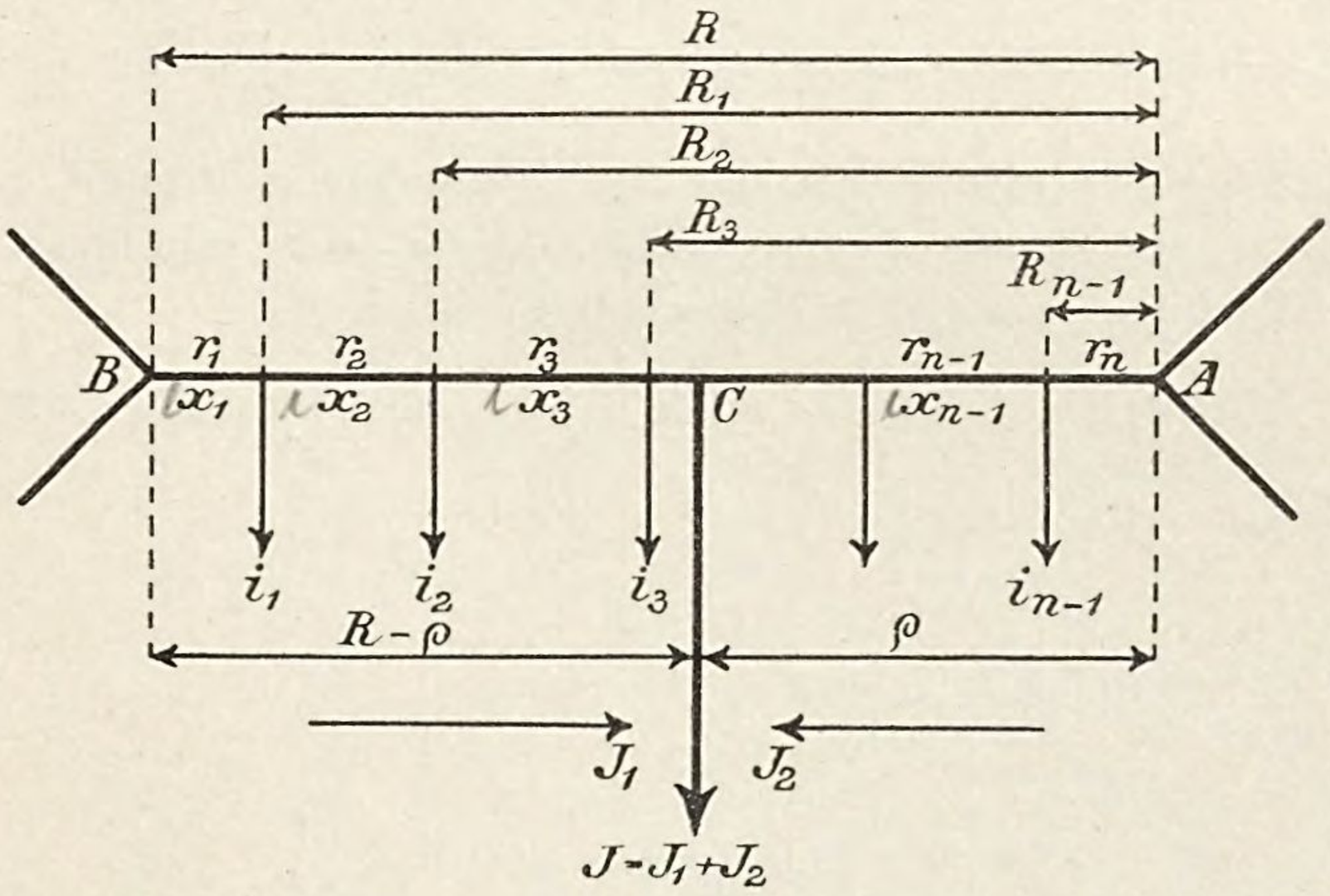


Fig. 114.

Wir gelangen zu derselben Erkenntniss auch durch eine ganz einfache Betrachtung.

Es sei in Fig. 114 AB irgend ein Leiter eines Netzes, von welchem die Ströme $i_1, i_2, \ldots i_{n-1}$ in den Entfernungen $R_1, R_2 \ldots R_{n-1}$ von A abgezweigt sind, wobei $R_1, R_2 \ldots\ldots$ gleichzeitig die Leitungswiderstände der betreffenden Strecken bedeuten. Die Widerstände der einzelnen Theilstrecken seien $r_1, r_2 \ldots r_n$, die in denselben fliessenden Ströme $x_1, x_2 \ldots x_n$.

Wir stellen nun die Frage, welche Stromstärke in einem Punkte C der Leitung abgezweigt werden und wo dieser Punkt liegen müsste, damit diese einzige Stromabnahme denselben Einfluss auf das System hätte wie alle thatsächlich wirkenden Abzweigungen.

Wir nennen die neue, reducirte Stromabnahme J und bezeichnen den Abstand ihres Abzweigpunktes C von A mit ϱ. Wir bedenken

ferner noch, dass der Strom J im Allgemeinen aus zwei Theilströmen J_1 und J_2 gebildet wird, welche von entgegengesetzten Seiten dem Punkte C zufliessen, an welcher Annahme nichts geändert wird, wenn thatsächlich nur von einer Seite Strom zufliesst, da sich das algebraische Zeichen des zweiten Theilstromes dementsprechend ändern wird.

Der oben aufgestellten Bedingung zufolge muss der gesammte Spannungsabfall im Leiter A B gleich sein, ob die thatsächlichen Ströme wirken oder die fiktive Abnahme stattfindet. Es muss also

$$x_1 r_1 + x_2 r_2 + x_3 r_3 + \cdots + x_n r_n = J_1 [R - \varrho] + J_2 \varrho \quad . \quad 30)$$

sein.

Es ist einleuchtend, dass der von B kommende Strom J_1 gleich sein muss dem Strome x_1 und ebenso, dass $J_2 = x_n$ sein muss. Die obige Gleichung verwandelt sich somit in folgende:

$$x_1 r_1 + x_2 r_2 + x_3 r_3 + \cdots + x_n r_n = x_1 [R - \varrho] + x_n \varrho \, . \, . \quad 30a)$$

Es ist weiter sofort einzusehen, dass

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 - i_1 \\ x_3 &= x_1 - i_1 - i_2 \\ &\cdots\cdots \\ &\cdots\cdots \\ x_n &= x_1 - i_1 - i_2 - i_3 - \cdots - i_{n-1}. \end{aligned}$$

Setzt man diese Werthe in die vorhergegangene Gleichung ein, so erhält man

$$x_1 r_1 + x_1 r_2 - i_1 r_2 + x_1 r_3 - i_1 r_3 - i_2 r_3 + \cdots + x_1 r_n - i_1 r_n - i_2 r_n - \cdots - i_{n-1} r_n = x_1 [R - \varrho] + \varrho [x_1 - i_1 - i_2 - \cdots i_{n-1}].$$

Diese Gleichung ergiebt geordnet:

$$x_1 [r_1 + r_2 + \cdots + r_n] - i_1 [r_2 + r_3 + \cdots + r_n] - i_2 [r_3 + r_4 + \cdots + r_n] - \cdots - i_{n-1} r_n = x_1 R - x_1 \varrho + x_1 \varrho - \varrho [i_1 + i_2 + \cdots i_{n-1}].$$

Führt man statt der Klammerausdrücke die aus der Figur ersichtlichen Bezeichnungen ein, so erhält man:

$$x_1 R - i_1 R_1 - i_2 R_2 - \cdots - i_{n-1} R_{n-1} = x_1 R - \varrho [i_1 + i_2 + \cdots + i_{n-1}]$$

oder

$$\Sigma_1^{n-1} (i R) = \varrho \, \Sigma_1^{n-1} (i),$$

woraus sich ergiebt:

$$\varrho = \frac{\Sigma_1^{n-1}(i\,R)}{\Sigma_1^{n-1}(i)} \cdot \quad \ldots\ldots\ldots 31)$$

Die für ϱ gefundene Formel, welche, ganz analog dem Ausdrucke für die Abscisse des Schwerpunktes, den Quotienten aus der Summe der Strommomente und der Summe der Abzweigströme ergiebt, besagt:

Sämmtliche irgendwie auf einen Leiter vertheilten Stromabnahmen können ersetzt werden durch eine einzige Stromentnahme, welche gleich der Summe aller Einzelentnahmen ist und in dem Schwerpunkte des Systemes wirkt.

Die Richtigkeit der oben angegebenen Reduktionsformel ist somit erwiesen. Die Anwendbarkeit derselben für kontinuirliche Stromabnahmen bedarf keines weiteren Beweises mehr; es muss nur noch bemerkt werden, dass die gebräuchliche Angabe der Abnahme pro laufenden Meter auf die Abnahme pro laufende Widerstandseinheit umgerechnet werden muss.

Eine solche Angabe der Belastung pro laufenden Meter erfolgt häufig; z. B. wenn für ein zu projektirendes Elektricitätswerk auf Grund der in einer Strasse vorhandenen Gasbeleuchtung ein Schluss auf die Konsumdichte der neu zu installirenden elektrischen Lampen gezogen werden soll. Auch kann bis zu einem gewissen Grade die Rentabilität eines neu zu legenden Kabelstranges von der Konsumdichte abhängen und bei einigen Elektricitätswerken wird auch die Legung eines solchen Stranges von der Erreichung eines Konsums von z. B. 1 Lampe pro laufenden Meter Kabellänge abhängig gemacht.

8. Einfluss von Aenderungen in der Stromabnahme auf die Stromvertheilung.

Die dargelegten Grundsätze der Berechnungsarten werden genügen, um die Vertheilung des Stromes in jedem gegebenen Leitungsnetze bestimmen zu können. Mit jeder Aenderung in der Grösse und in der örtlichen Vertheilung der Stromabnahmen ändert sich natürlich auch die Vertheilung des Stromes im ganzen Netze.

Um nun den Einfluss solcher Aenderungen feststellen und verfolgen zu können, ist es nicht nothwendig, jedesmal von Neuem die

ganze, oft sehr umständliche Rechnung durchzuführen, sondern man kann sich bei der Ermittlung des Einflusses der Aenderungen auf die erste Berechnung stützen. Zu diesem Zwecke dient folgendes Verfahren:

Man denkt sich eine geeignete Stromeinheit allein abgezweigt und lässt dieselbe einen Knoten nach dem anderen durchwandern. Soviel Knoten das Netz enthält, soviel Gleichungssysteme stellt man auf, aus denen sich die jedem einzelnen Orte der abgezweigten Stromeinheit entsprechende Stromvertheilung ergiebt.

(Diese Bestimmung wird durch den Umstand sehr vereinfacht, dass die Nennerdeterminante in jeder Unbekannten aller Gleichungssysteme dieselbe ist, und dass in den Zählerdeterminanten die Unterdeterminante für dieselbe Unbekannte durch die ganze Gruppe von Gleichungssystemen ebenfalls unverändert bleibt.) Sind auf diese Weise die Stromvertheilungen für alle Lagen der Stromverbrauchereinheit in den Knotenpunkten bestimmt, so legt man sich zweckmässig ein graphisches Schema an, welches aus so vielen Tafeln besteht, als das Netz Leiter enthält.

Auf jeder stellt man je einen Leiter im Maassstabe seines Widerstandes als horizontale Gerade dar und errichtet in den beiden Endpunkten Senkrechte auf dieselbe.

Auf die Senkrechte eines jeden Endpunktes trägt man nun die Werthe der Ströme in allen Leitern auf, welche entstehen, wenn die Stromeinheit in dem betreffenden Punkte abgezweigt wird. Je nach dem Zeichen der Ströme trägt man ihre Werthe nach aufwärts oder nach abwärts auf.

Nehmen wir beispielsweise ein Netz aus nur drei Leitern an, und konstruiren wir die Tafel für einen der Leiter desselben, etwa für A B (Figur 115).

Wir tragen alle Ströme je nach ihrer Richtung von A aus auf- oder abwärts auf, welche in allen Leitern entstehen, wenn man die Stromeinheit im Knotenpunkte A abzweigt. Ebenso tragen wir von B aus jene Leiterströme auf, welche auftreten, wenn die Stromentnahme $= 1$ in B erfolgt. Die Endpunkte der für einen und denselben Leiter in A und B gezeichneten Ströme werden dann durch die Geraden $\overline{11}$, $\overline{22}$, $\overline{33}$ . . . . . verbunden.

Es lässt sich nachweisen, dass die Längen, die durch die Verbindungslinien an irgend einer Senkrechten M N abgeschnitten werden, die Grössen der Leiterströme darstellen, welche entstehen, wenn eine

Stromeinheit im Fusspunkte der Senkrechten vom Leiter A B abgezweigt wird. Denkt man sich nämlich die Stromabnahme i_1 von A nach B fortschreitend, so braucht man nur zu zeigen, dass das Verhältniss der Aenderung irgend eines Stromes x in irgend einem Leiter des Netzes zur Aenderung des Widerstandes r_1 von A bis P eine konstante Grösse ist.

Um dies einzusehen, greifen wir auf die Gleichungen zurück, die zur Berechnung aller Leiterströme dienen. Nehmen wir nur eine Abnahme i_1 an, so werden auf der rechten Seite der Gleichungen 23) nur die Glieder mit i_1 erscheinen, und der variable Leitungswiderstand r_1, um welchen die Abnahme verschoben wird, wird nur als Koëfficient auf der rechten Seite der Gleichungen vor-

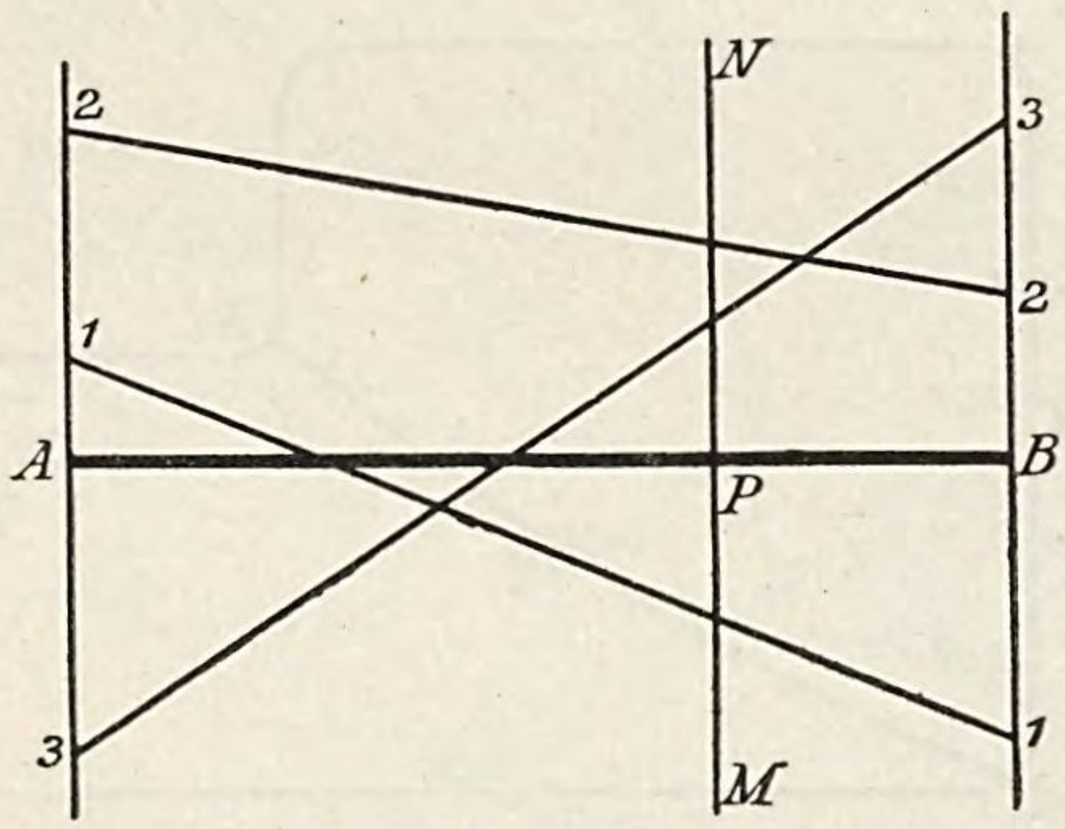


Fig. 115.

kommen. Lösen wir die Gleichungen nach den unbekannten Werthen der Leiterströme x auf, so erscheint r_1 also immer nur im Zähler der erhaltenen Brüche. Der Zusammenhang zwischen den entstehenden Leiterströmen und dem Widerstande, um welchen die Abnahme vom Knotenpunkte A verschoben wird, ist somit ein linearer, und die Kurve, welche dieses Gesetz ausdrückt, demnach eine Gerade. Wir wollen diese Gerade Influenzlinie nennen.

Die in der beschriebenen Weise hergestellten Tafeln bieten ein bequemes Mittel, für irgend eine Gruppirung von Stromentnahmen die Stromvertheilung in dem gegebenen Netze zu bestimmen.

Man zeichnet nämlich für jeden Stromverbraucher im Abzweigungspunkte derselben eine Senkrechte auf die Widerstandslinie und multiplicirt die auf der ersteren durch die Influenzlinien abgeschnittenen Stromgrössen mit i_1, wenn an der betreffenden Abnahmestelle

i_1 Stromeinheiten abgeführt werden. Dasselbe Verfahren befolgt man für i_2, i_3 . . . . und addirt nach dem Satze der Superposition der Ströme die in einem und demselben Leiter durch verschiedene Stromabnahmen hervorgerufenen Ströme.

Will man nun sehen, welchen Einfluss das Hinzukommen eines neuen Stromabnehmers auf die Stromvertheilung hat, so zeichnet man auf die Tafel des Leiters, von welchem der neue Stromabnehmer abgezweigt ist, an die Abzweigungsstelle eine Senkrechte, deren Abschnitte mit den Influenzlinien, proportional vergrössert, die Stromwerthe ergeben, um welche die schon bekannten Leiterströme unter dem Einflusse der neuen Stromentnahme sich ändern.

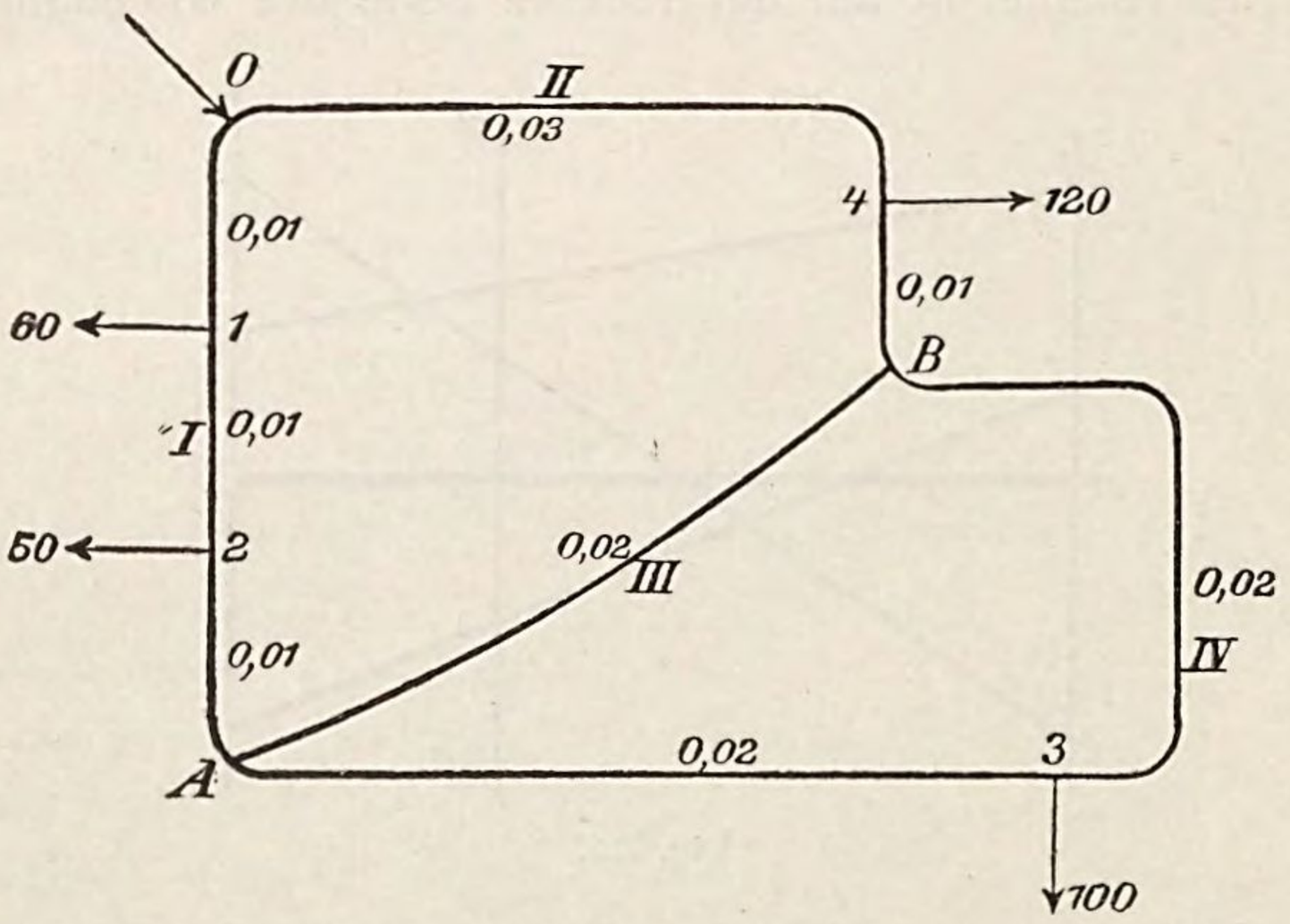


Fig. 116.

Man erhält somit aus den Tafeln unmittelbar die durch eine Abnahme in allen einzelnen Leitern hervorgerufenen Ströme. Nur bezüglich des Leiters, in welchem die Abnahme selbst stattfindet, muss man berücksichtigen, dass nicht in dem ganzen Leiter ein und derselbe Strom fliesst, sondern dass der Abnahmestelle von zwei Seiten Strom zufliessen wird. Da aber die Ströme in allen übrigen Leitern bekannt sind, so lassen sich auch diese beiden Zweigströme sofort bestimmen.

In einer Centrale, welche ein grösseres Netz versorgt, in welchem im Laufe der Zeit grosse Veränderungen der Stromabnahmen, sowohl nach der Grösse und Zahl, als auch nach der örtlichen Gruppirung eintreten, wird es von hervorragendem Interesse sein, die

jeweiligen Stromverhältnisse in allen Theilen des Netzes stets in Evidenz halten zu können. Zu diesem Zwecke kann man auf Grund des skizzirten Verfahrens eine vollständige Verbuchung aufbauen, aus welcher man jederzeit entnehmen kann, welche Stromverhältnisse in dem Netze herrschen.

Die Art und Weise, wie ein solches Verbuchungssystem etwa durchgeführt werden könnte, lässt sich am deutlichsten an einem Beispiele zeigen.

Wir wählen zu diesem Zwecke ein ganz einfaches Netz von der in Fig. 116 dargestellten Konfiguration und nehmen der grösseren Einfachheit halber an, dass der Betrieb nur mit einem einzigen Abnehmer (1) beginne, zu welchem nach und nach die Abnahmen 2, 3, 4 . . . . hinzukommen.

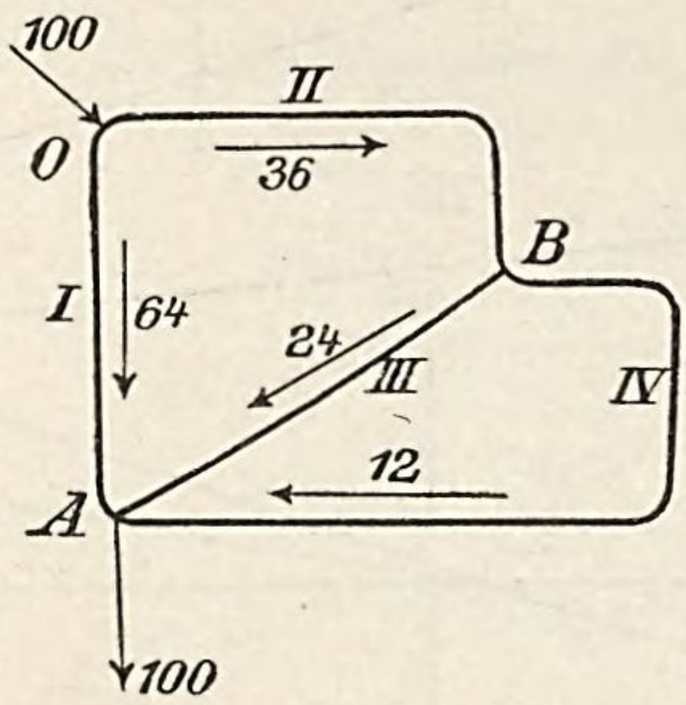


Fig. 117.

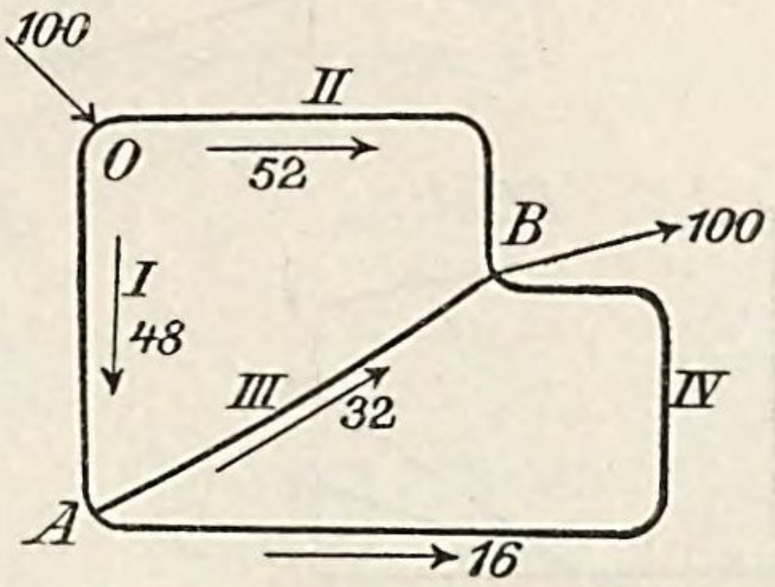


Fig. 118.

Wir nehmen 100 Ampère als Einheit an und berechnen die Stromvertheilungen, welche sich ergeben, wenn dieselbe einmal in A, einmal in B abgezweigt wird. Die erhaltenen Werthe sind in die Skizzen Fig. 117 und Fig. 118 eingeschrieben.

Mit den so erhaltenen Stromwerthen und den gegebenen Widerständen konstruiren wir nun für die einzelnen Leiter O A = I, O B = II u. s. w. die oben erörterten Tafeln (Fig. 119). Diese bilden die Grundlage für alle folgenden Berechnungen. Der Abnahme 1 mit 60 Ampère entsprechend trägt man z. B. den Werth des Widerstandes der Strecke 01 auf die Widerstandslinie des Leiters I (Fig. 119) auf, errichtet in dem so erhaltenen Punkte P eine Senkrechte und erhält durch die Abstände $P M_1$, $P M_2$ u. s. w. die in den Leitern entstehenden Ströme, nachdem man die abgelesenen Werthe — entsprechend der gewählten Einheit 100 — mit 0,60 multiplicirt hat.

Dasselbe Verfahren wird bei jeder neuen Abnahme eingehalten, und die so gewonnenen Werthe werden zweckmässig in eine Tabelle von nachstehend angegebener Anordnung eingetragen. Wir setzen noch fest, dass wir die Ströme, welche von O aus in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers fliessen, als negativ, die in entgegengesetzter Richtung fliessenden als positiv eintragen.

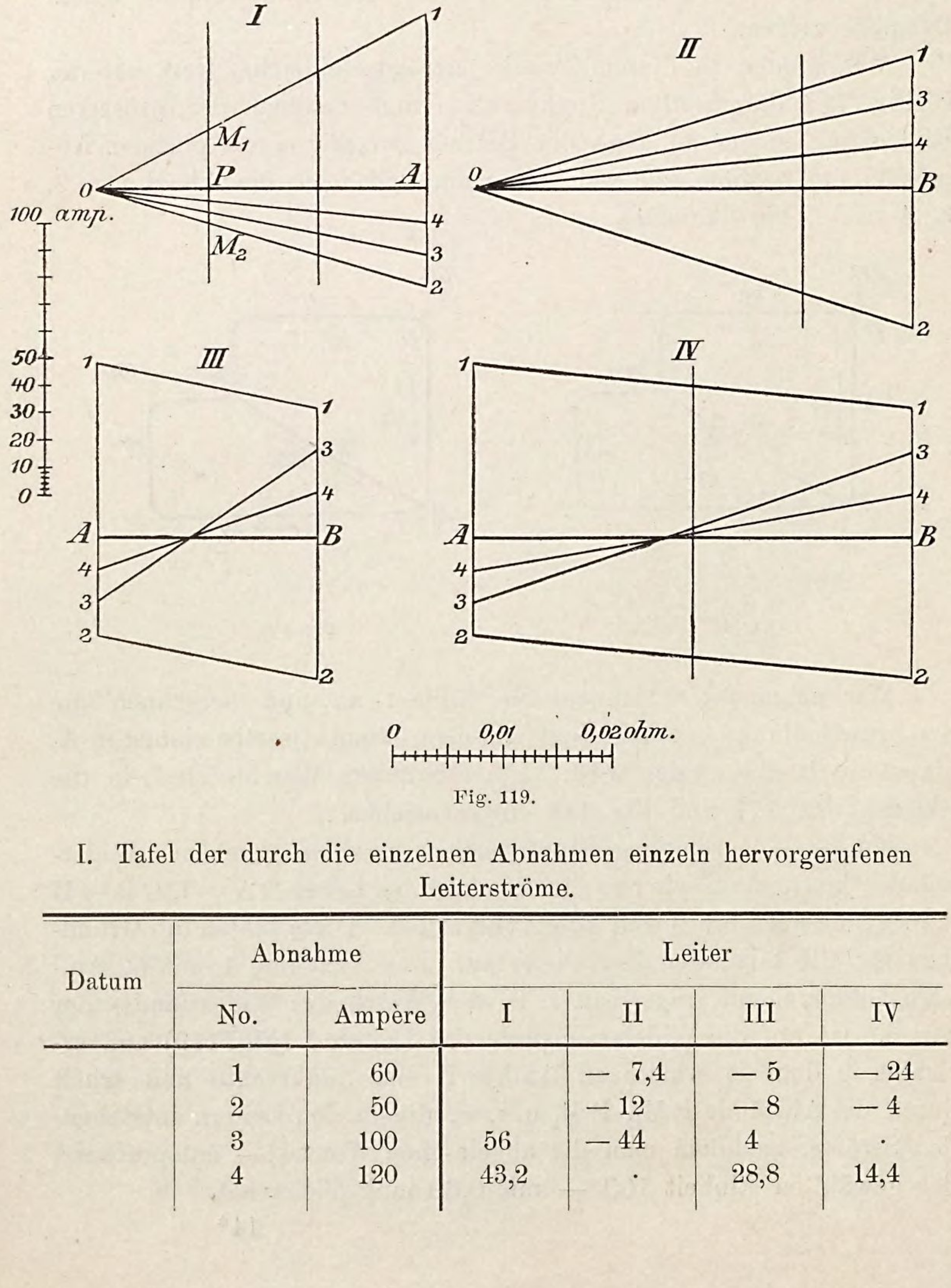


Fig. 119.

I. Tafel der durch die einzelnen Abnahmen einzeln hervorgerufenen Leiterströme.

Datum	Abnahme		Leiter			
	No.	Ampère	I	II	III	IV
	1	60		— 7,4	— 5	— 24
	2	50		— 12	— 8	— 4
	3	100	56	— 44	4	·
	4	120	43,2	·	28,8	14,4

Auf Grund der in obiger Tabelle verzeichneten Werthe lässt sich die thatsächliche Stromvertheilung für jeden Leiter in jedem Stadium aufstellen. Man wird zu diesem Behufe jedem Leiter eine Tafel widmen, in welche jede durch eine Aenderung in den Abnahmen hervorgerufene neue Stromvertheilung fortlaufend eingetragen wird.

Aus den nachstehenden Tabellen ersieht man die bei der links verzeichneten Abnahme herrschenden Stromstärken in den am Kopfe verzeichneten Leiterstücken. Man gewinnt dieselben aus der vorangegangenen allgemeinen Tabelle I durch einfache Addition für alle Leiter, in welchen die betreffende Abnahme nicht stattfindet, wodurch schon alle Ströme bestimmt sind.

Leiter I.

Abnahme	Leiterstück			
	0 1	1 A	1 2	2 A
1	52,6	—7,4		
2	90,6	·	30,6	—19,4
3	146,6		86,6	36,6
4	189,8		129,8	79,8
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	133,8	·	73,8	23,8

Leiter II.

Abnahme	Leiterstück			
	0 B	0 4	4 B	
1	—7,4			
2	—19,3			
3	—63,4			
4	·	—140,2	—20,2	
·	·	·	·	
·	·	·	·	
		—96,2	23,8	

Leiter III.

Abnahme No.	Leiterstück A B			
1	— 5			
2	—13			
3	— 9			
4	+19,8			
.	.			
.	.			
	15,8			

Leiter IV.

Abnahme No.	Leiterstück A B	A 3	3 B	
1	—2,4			
2	—6,4			
3		45,6	—54,4	
4		60,0	—40	
.	.	.	.	
.	.	.	.	
	8			

Man sieht, dass, wenn einmal die Verbuchung angelegt ist, die thatsächlichen Stromverhältnisse nach jeder Aenderung der Stromabnahmen ohne jede weitschweifige Rechnung gefunden werden können und dass ein ganz einfaches Eintragen die stete Evidenzhaltung sichert.

Es bedarf wohl keiner weiteren Erklärung, dass man die Stromvertheilung ebenso einfach finden kann, welche beim späteren Wiederabschalten einer oder mehrerer Abnehmer eintritt. So wie man beim Zuschalten alle Werthe aus der Tabelle I mittelst Addition gefunden hat, so bestimmt man die beim Abschalten eintretenden Werthe umgekehrt durch Subtraktion. Schalten wir z. B. in unserem Falle den Abnehmer 3 ab, so erhalten wir die in der letzten Zeile unserer 4 Tafeln eingetragenen Werthe.

9. Eindeutigkeit des Problemes der Stromvertheilung.

Die Bestimmungsgleichungen, welche zur Ermittlung der Stromvertheilung ausreichen, sind sämmtlich linearen Charakters. Es ist dies ein Hinweis darauf, dass es für jedes gegebene Leitungsnetz bei einer bestimmten Gruppirung und Grösse der Stromabnahmen nur eine einzige Stromvertheilung giebt, oder mit anderen Worten, dass das Problem der Stromvertheilung ein eindeutiges ist.

Der Satz von der Superposition, sowohl der elektromotorischen Kräfte, als auch der Abzweigungsströme, stellt sich als nichts anderes als eine Folge dieser Eindeutigkeit dar.

Es entspricht auch vollkommen der einfachen, durch sämmtliche Erfahrungen bestätigten Anschauung, dass der in ein Leitungsnetz von bestimmter Gruppirung gegebener Widerstände geleitete Strom sich nicht einmal in der einen, das andere Mal in einer anderen Weise vertheilt, sondern stets nur eine einzige, bestimmte Vertheilung erfährt.

Folgende Betrachtung führt uns zu demselben Schlusse.

10. Die Bestimmung der Stromvertheilung durch Zerlegung auf die Knotenpunkte.

(Knotenpunktsmethode.)

In geschlossenen Leitungsnetzen tritt uns stets folgender Fall entgegen. Es sei A B (Fig. 120) ein Leiter des Netzes, an dessen Enden die Spannungen V_1 und V_2 herrschen, und in welchem sich eine Stromentnahme i befindet. Der Widerstand des ganzen Leiters sei r, die Widerstände der Leitertheile zwischen den Enden und der Abnahmestelle C seien r_1 und r_2.

Denken wir uns, dass der Abnahmestelle C von den beiden Enden des Leiters Strom zugeführt wird, so erscheint die Grösse des Abnahmestromes i als die algebraische Summe der beiden Theilströme i_1 und i_2, sodass

$$i = i_1 + i_2.$$

Da ferner im Abnahmepunkte C, wie in jedem Punkte überhaupt, in einem bestimmten Augenblicke nur eine einzige Spannung herrschen kann, so muss die Gleichung bestehen:

$$V_1 - i_1 r_1 = V_2 - i_2 r_2.$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt aber

$$i_1 = \frac{V_1 - V_2}{r} + i \cdot \frac{r_2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

und

$$i_2 = \frac{V_1 - V_2}{r} + i \cdot \frac{r_1}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

Analog den Begriffen der Statik können wir die Ausdrücke

$$i \cdot \frac{r_2}{r} \text{ und } i \cdot \frac{r_1}{r}$$

als die den Punkten A oder B entsprechenden Komponenten des Abnahmestromes i auffassen. Der Ausdruck

$$\frac{V_1 - V_2}{r}$$

aber stellt jenen Strom dar, welcher dem Spannungsunterschiede zwischen A und B und dem Gesammtwiderstande r entspricht. Die oben angeführten Beziehungen besagen daher:

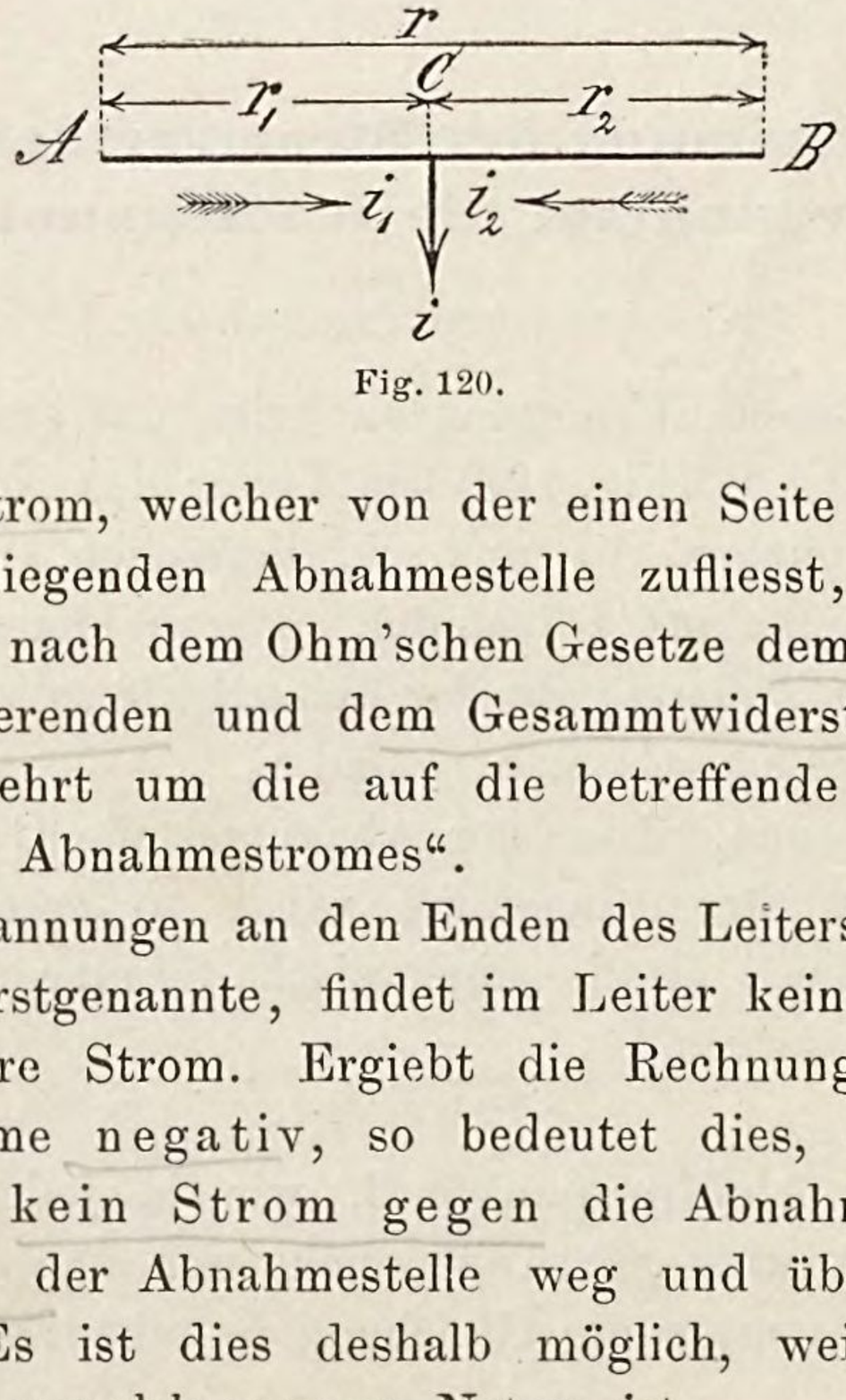


Fig. 120.

„Der Theilstrom, welcher von der einen Seite eines Leiters der auf demselben liegenden Abnahmestelle zufliesst, ist gleich dem Strome, welcher nach dem Ohm'schen Gesetze dem Spannungsunterschiede der Leiterenden und dem Gesammtwiderstande des Leiters entspricht, vermehrt um die auf die betreffende Seite entfallende Komponente des Abnahmestromes".

Sind die Spannungen an den Enden des Leiters einander gleich, so entfällt der erstgenannte, findet im Leiter keine Stromentnahme statt, der letztere Strom. Ergiebt die Rechnung den einen der beiden Theilströme negativ, so bedeutet dies, dass von der betreffenden Seite kein Strom gegen die Abnahmestelle, sondern ein solcher von der Abnahmestelle weg und über den Endpunkt hinaus fliesst. Es ist dies deshalb möglich, weil der Leiter nur ein Theil eines geschlossenen Netzes ist.

Wie für eine Abnahme, kann man die Rechnung auch für beliebig viele Abnahmen durchführen. Man hat hiebei nur die jeder Abnahme entsprechenden Komponentenströme unabhängig von den übrigen zu ermitteln, und die so erhaltenen Theilströme — dem Gesetze von der Superposition der Ströme entsprechend — in den betreffenden Theilstrecken zu addiren.

Der im Vorstehenden dargelegte Grundsatz ermöglicht die Ermittelung der Stromvertheilung in jedem beliebigen Leitungsnetze.

Ist das Leitungsnetz gegeben, sind also alle Leiterwiderstände sowie alle Stromentnahmen bekannt, so lassen sich die Komponentenströme in jedem Leiter unmittelbar bestimmen. Es handelt sich alsdann nur noch um die Ermittelung der Ströme, welche den Spannungsunterschieden zwischen den Enden der einzelnen Leiter und den Widerständen der letzteren entsprechen. Zu diesem Zwecke denken wir uns alle Abnahmen in ihre Komponenten zerlegt und letztere an den Endpunkten der bezüglichen Leiter wirkend, sodass nur die Knotenpunkte des Netzes belastet erscheinen. Für diese Belastung berechnen wir dann die Stromvertheilung und finden so die gesuchten Leiterströme. Aus diesen und den Komponentenströmen ergiebt sich dann, nach dem eingangs erörterten Grundsatze, sofort die thatsächliche Stromvertheilung.

Zur Verdeutlichung des Verfahrens führen wir zunächst ein einfaches Zahlenbeispiel an, welches einem bei Gleichstromnetzen mit mehreren Speisepunkten häufig vorkommenden Falle entspricht.

In den drei im Punkte O (Fig. 121) zusammentreffenden Leitungssträngen A O, B O und C O finden vollkommen gleichmässig vertheilte Abnahmen von 500, 1000 und 600 Ampère statt. Die Längen und Querschnitte der drei Leitungen seien:

für O A: 100 m und 350 qmm
- O B: 200 - - 1000 -
- O C: 250 - - 1000 -

Es frägt sich nun, welche Ströme von den drei Speisepunkten A, B und C zugeführt werden. Nennen wir zuerst allgemein die Widerstände der Aeste R_1, R_2, R_3, die Stromabnahmen A_1, A_2, A_3.

Wie bekannt, können wir die gleichförmig vertheilten Abnahmen durch eine einzige im Schwerpunkt des Astes angreifende Abnahme ersetzen, sodass wir also den Fall vor uns haben, dass in den Halbirungspunkten der bezüglichen Aeste die Abnahmen $A_1 = 500$, $A_2 = 1000$ und $A_3 = 600$ Ampère stattfinden.

Bezeichnen wir die diesen Abnahmestellen von den Speisepunkten A, B, C zufliessenden Ströme mit J_1, J_2, J_3, die denselben von dem gemeinsamen Knotenpunkte O zufliessenden Ströme mit J'_1, J'_2, J'_3 und schliesslich mit V das Spannungsgefälle zwischen A und O, welches gleich sein muss dem zwischen B und O und C

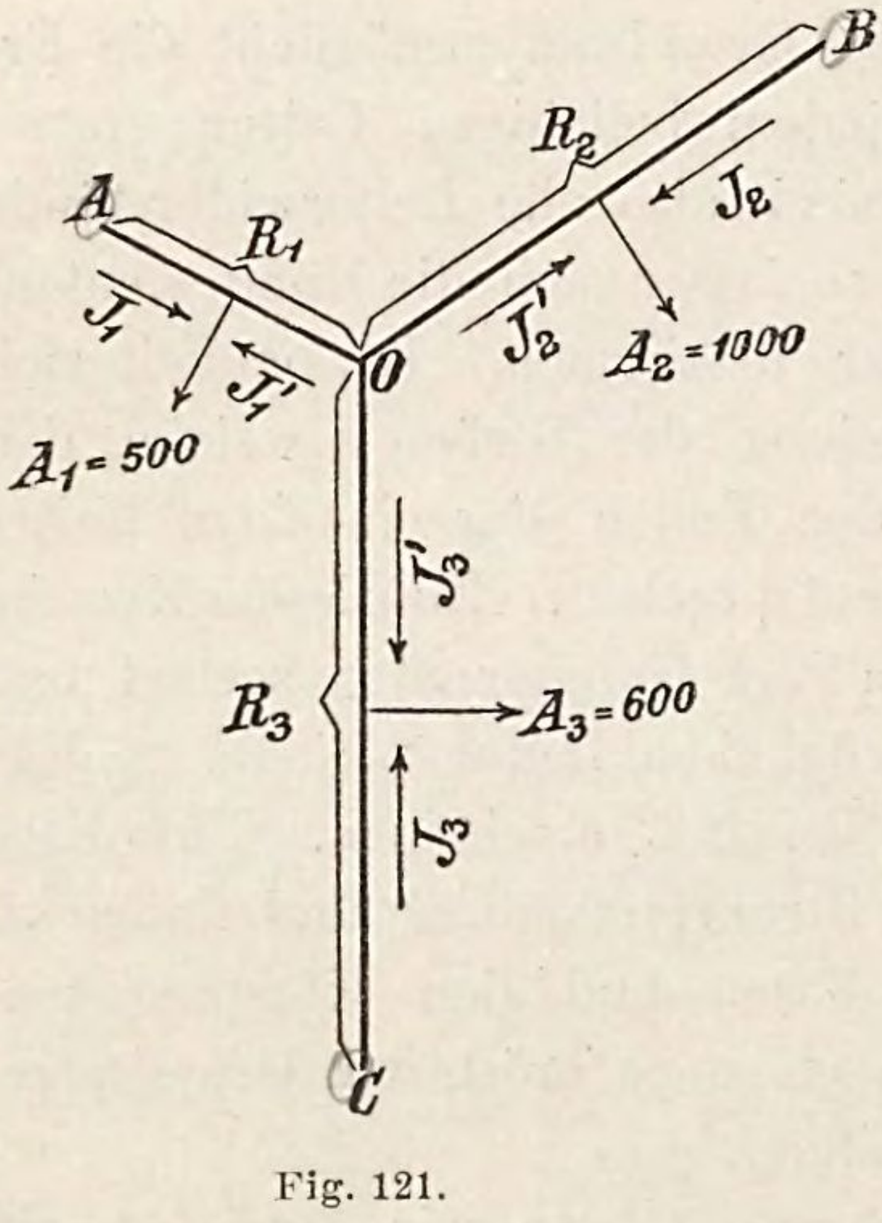


Fig. 121.

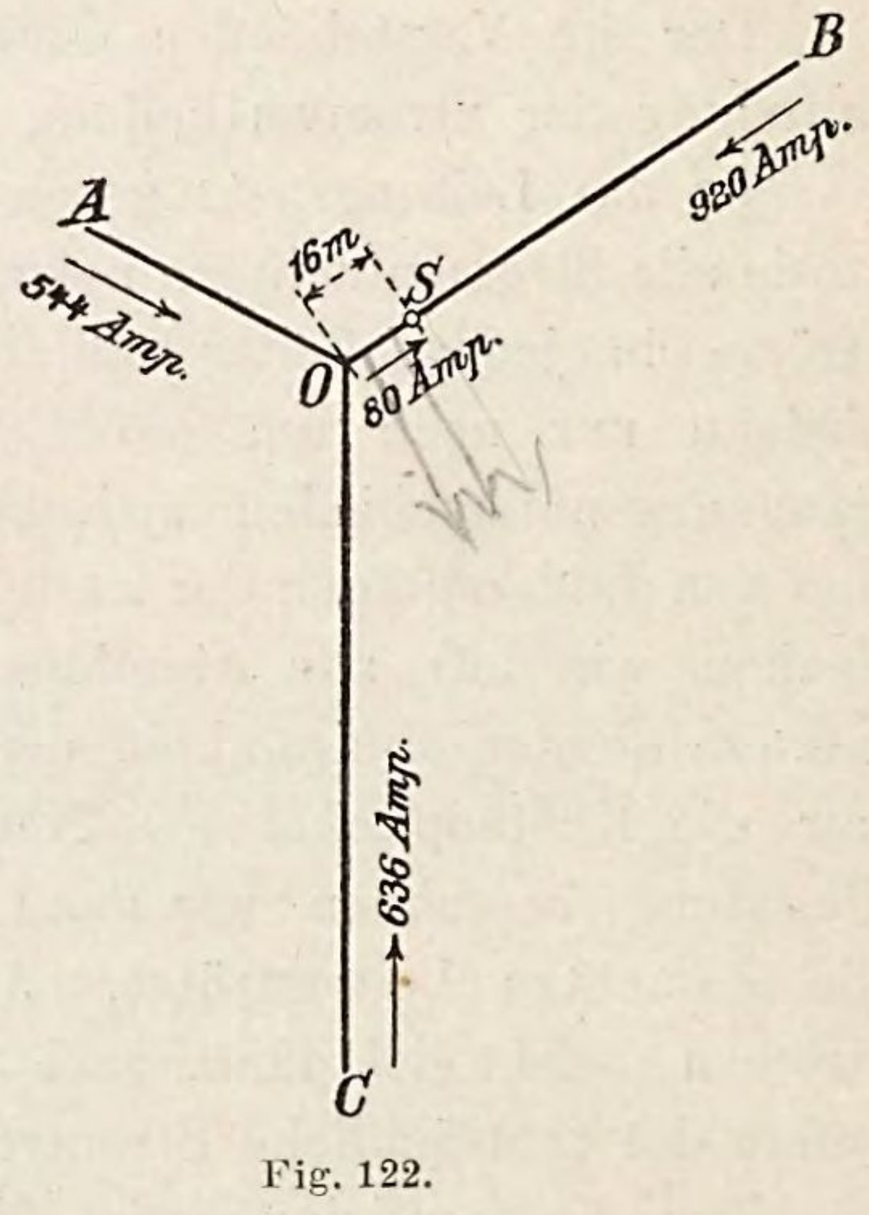


Fig. 122.

und O, so können wir nach dem eingangs citirten Satze folgende Gleichungen aufstellen:

$$J'_1 = -\frac{V}{R_1} + \frac{A_1}{2} \qquad J_1 = \frac{V}{R_1} + \frac{A_1}{2} \quad \ldots \quad 34)$$

$$J'_2 = \frac{V}{R_2} + \frac{A_2}{2} \qquad J_2 = \frac{V}{R_2} + \frac{A_2}{2}$$

$$J'_3 = \frac{V}{R_3} + \frac{A_3}{2} \qquad J_3 = \frac{V}{R_3} + \frac{A_3}{2}.$$

Es ist ferner klar, dass die Summe der drei im Punkte O zusammentreffenden Ströme

$$J'_1 + J'_2 + J'_3 = 0 \quad \ldots \quad 35)$$

sein muss. Setzt man in diese Summen die Werthe aus den vorstehenden Gleichungen ein, so erhält man

$$-\frac{V}{R_1} + \frac{A_1}{2} - \frac{V}{R_2} + \frac{A_2}{2} - \frac{V}{R_3} + \frac{A_3}{2} = 0$$

und hieraus

$$V = \frac{1}{2} \frac{\Sigma(A)}{\Sigma\left(\frac{1}{R}\right)} \cdot \quad \ldots \ldots \ldots \quad 36)$$

Durch den Werth von V sind alle Werthe bestimmt. Wir erhalten durch Einsetzung der Zahlenwerthe, wenn wir die Leitungsfähigkeit des Kupfers $k = 60$ setzen:

$$R_1 = \frac{2 \cdot 100}{350 \cdot 60} = \frac{1}{105} \text{ Ohm}$$

$$R_2 = \frac{2 \cdot 200}{1000 \cdot 60} = \frac{1}{150} \quad -$$

$$R_3 = \frac{2 \cdot 250}{1000 \cdot 60} = \frac{1}{120} \quad -$$

und somit

$$V = \frac{1}{2} \cdot \frac{(500 + 1000 + 600)}{(105 + 150 + 120)} = 2{,}8 \text{ Volt.}$$

Die Werthe der Theilströme sind somit

$J_1 = 544$ Ampère	$J'_1 = -44$ Ampère
$J_2 = 920$ -	$J'_2 = 80$ -
$J_3 = 636$ -	$J'_3 = -36$ -

und die thatsächliche Stromvertheilung ist die in Fig. 122 dargestellte. Von A fliessen 544, von C 636 Ampère gegen O hin. Da aber die Stränge A O und B O nur 500, bezw. 600 Ampère Entnahme haben, fliessen 80 Ampère über O hinaus in den Leiter O B, von dessen zweitem Ende 920 Ampère einem Schnittpunkte S zufliessen, welcher wegen der gleichförmigen Vertheilung der Belastung

$$200 \text{ m} \frac{80}{1000} = 16 \text{ m}$$

von O entfernt liegt.

Wir wollen hier noch ein zweites Beispiel behandeln.

Das in Fig. 123 dargestellte Leitungsnetz — etwa ein Wechselstromprimärnetz mit den durch die Abnahmen gekennzeichneten Transformatorengruppen — sei gegeben.

Wir zerlegen wieder alle Abnahmeströme in ihre Komponenten und verlegen die letzteren in die entsprechenden Knotenpunkte. Auf diese Weise zerlegen wir z. B. die Abnahme von 20 Ampère im Leiter I II in die auf den Knoten I entfallende Komponente

$$\frac{20 \,.\, 250}{300 + 250} = 8{,}33 \text{ Ampère}$$

und die auf den Knoten II entfallende Komponente $20 - 8{,}33 = 11{,}67$ Ampère. Indem wir bei allen übrigen Abnahmen in der gleichen Weise vorgehen, gelangen wir zu der in Fig. 124 dargestellten Belastung des Netzes. Hierbei entfällt auf die Eintrittsstelle I des Stromes die Belastung 8,33 Ampère; dies bedeutet nichts anderes, als dass wir vorläufig nur einen Gesammtstrom von $283 - 8{,}33 = 274{,}67$ Ampère in Rechnung zu ziehen haben.

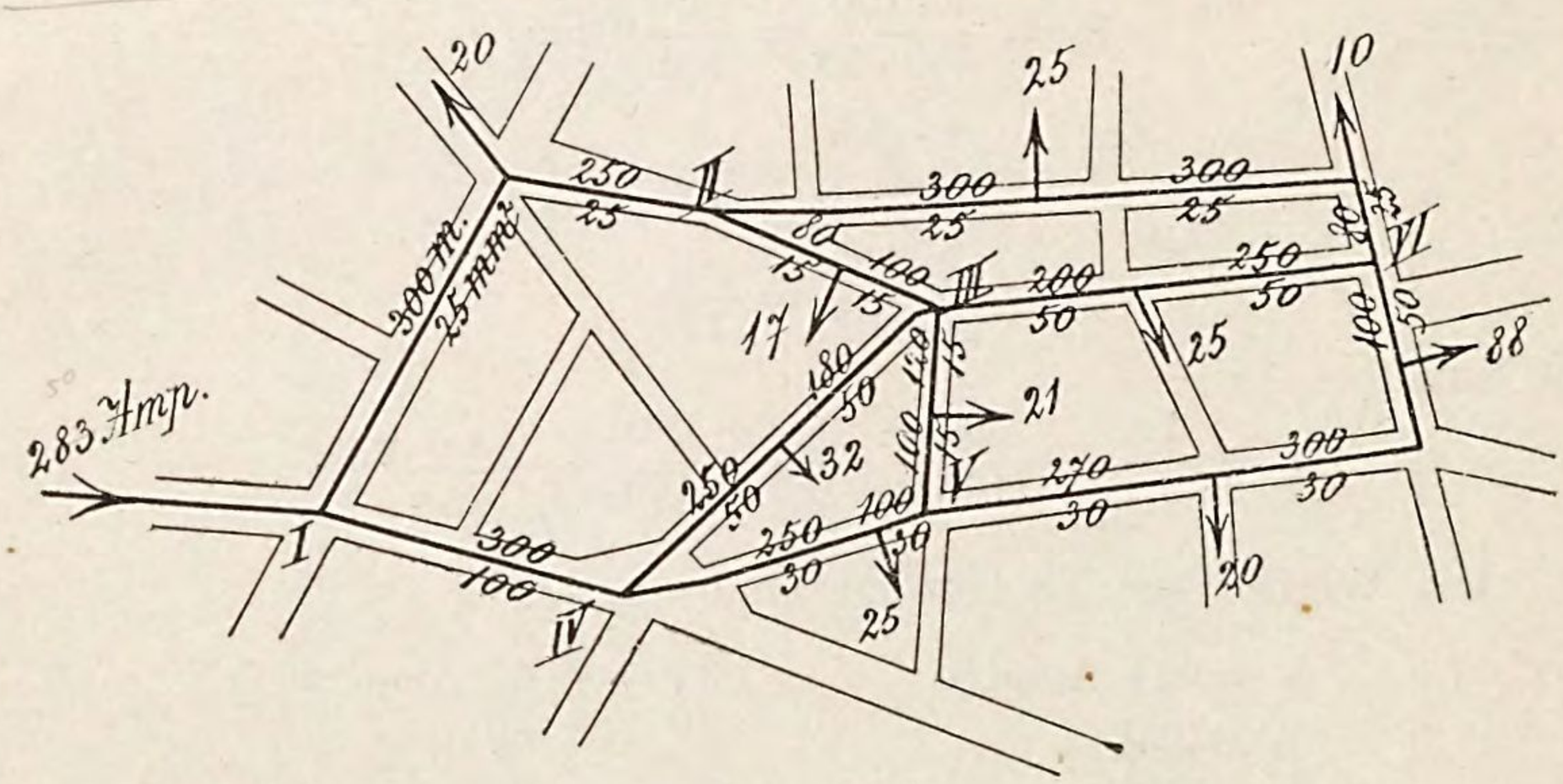


Fig. 123.

Nun berechnen wir die entsprechende Stromvertheilung, indem wir für jede geschlossene Masche des Netzes eine Spannungsgleichung aufstellen und daraus die in Fig. 124 eingezeichneten Unbekannten x_1, x_2, x_3, x_4 bestimmen. Die den vier Maschen des Netzes entsprechenden Gleichungen sind:

$$\text{I.} \qquad \left[36{,}25 + x_1 + x_3 \right] \frac{300 + 250}{25} + x_3 \cdot \frac{80 + 100}{15} =$$

$$= \left[238{,}42 - x_1 - x_3 \right] \frac{300}{100} + \left[162{,}91 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \right] \frac{250 + 180}{50}$$

$$\text{II.} \qquad x_1 \frac{300 + 300 + 80}{25} = x_3 \frac{80 + 100}{15} + \left[113{,}31 - x_1 - x_2 \right] \frac{200 + 250}{50}$$

$$\text{III.} \qquad \left[162{,}91 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \right] \frac{250 + 180}{50} = \left[54{,}98 + x_2 + x_4 \right] \frac{250 + 100}{30}$$

$$+ x_4 \frac{100 + 120}{15}$$

$$\text{IV.} \qquad x_4 \frac{100 + 120}{15} + \left[113{,}31 - x_1 - x_2 \right] \frac{200 + 250}{50} = x_2 \left[\frac{270 + 300}{30} + \frac{100}{50} \right].$$

Hieraus ergeben sich die Werthe der Unbekannten

$$x_1 = 24{,}80 \text{ Ampère}$$
$$x_2 = 28{,}97 \text{ -}$$
$$x_3 = 2{,}20 \text{ -}$$
$$x_4 = -1{,}71 \text{ -}$$

Entsprechend dem in Fig. 124 gegebenen Stromschema erhalten wir also die in Fig. 125 dargestellte ideelle Stromvertheilung.

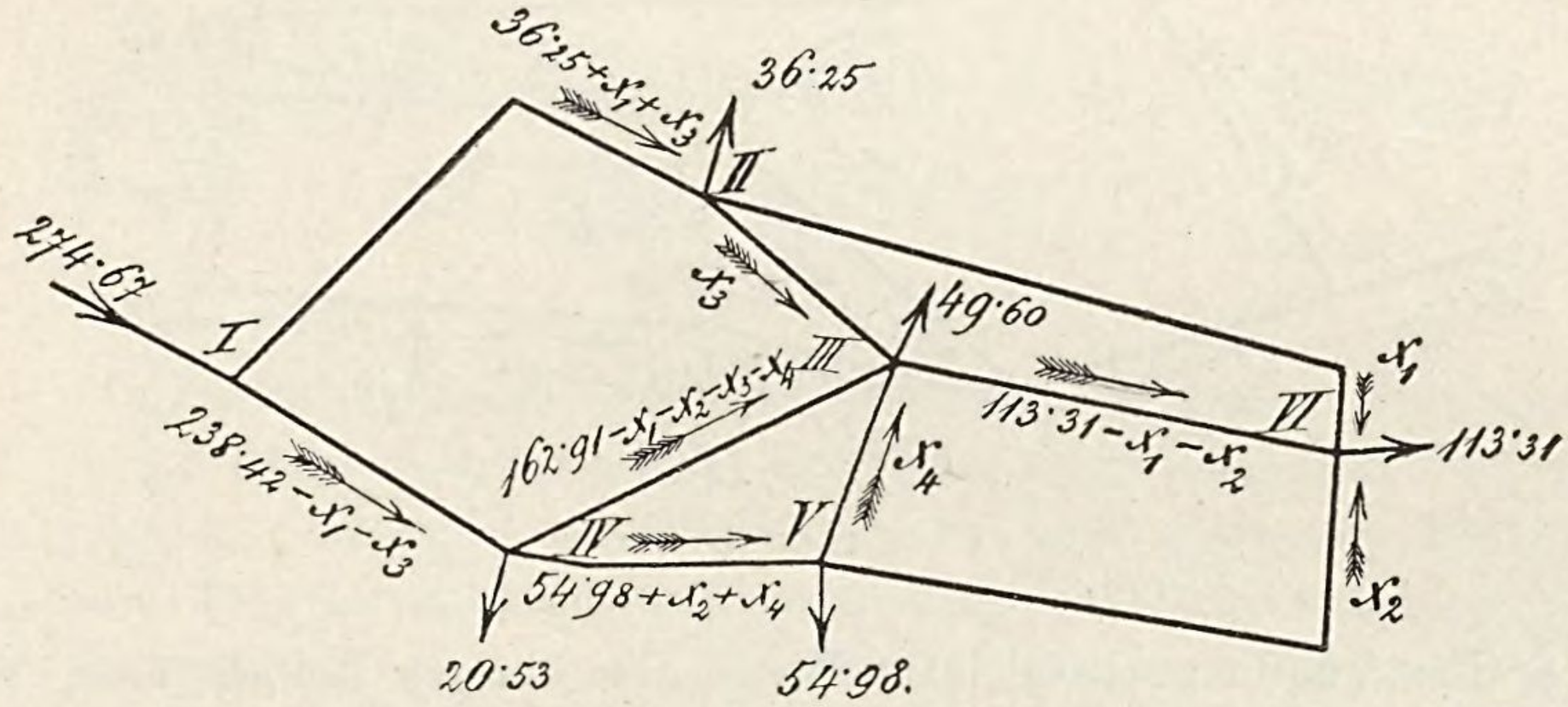


Fig. 124.

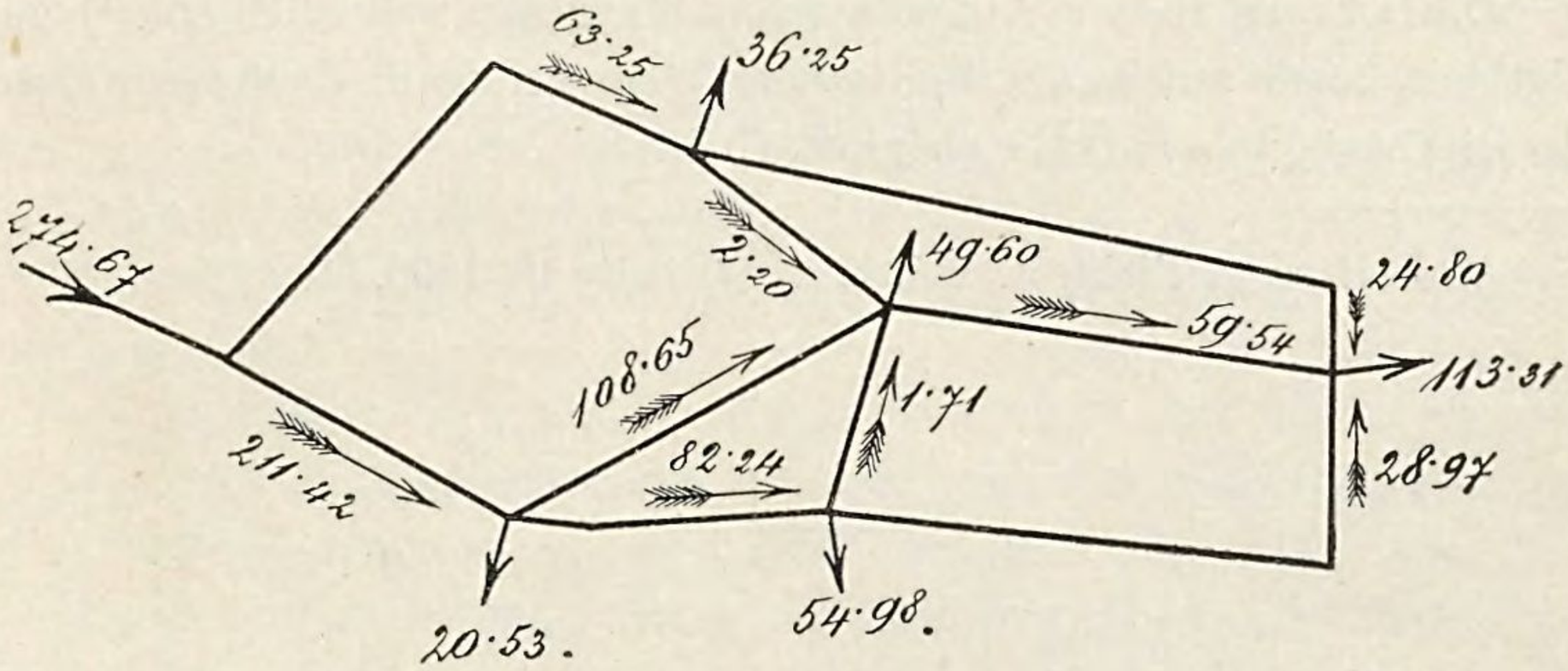


Fig. 125.

Der Uebergang von dieser ideellen Stromvertheilung auf die thatsächliche ist nun sehr einfach zu bewerkstelligen. Es sind nämlich zu den in Fig. 125 eingeschriebenen Stromwerthen nur die Komponenten der wirklichen Abnahmen sinngemäss hinzuzufügen. So wirkt z. B. im Leiter I II von I aus die Komponente 8,33 Ampère, und in gleicher Richtung fliesst ein Strom von 63,25 Ampère (Fig. 125);

in Wirklichkeit wird also vom Punkte I aus gegen die Abnahmestelle hin ein Strom von $63{,}25 + 8{,}33 = 71{,}68$ Ampère fliessen, von welchem bei der Abnahmestelle selbst 20 Ampère entnommen werden, so dass $71{,}68 - 20 = 51{,}68$ Ampère den zweiten Theil des Leiters nach II hin durchströmen.

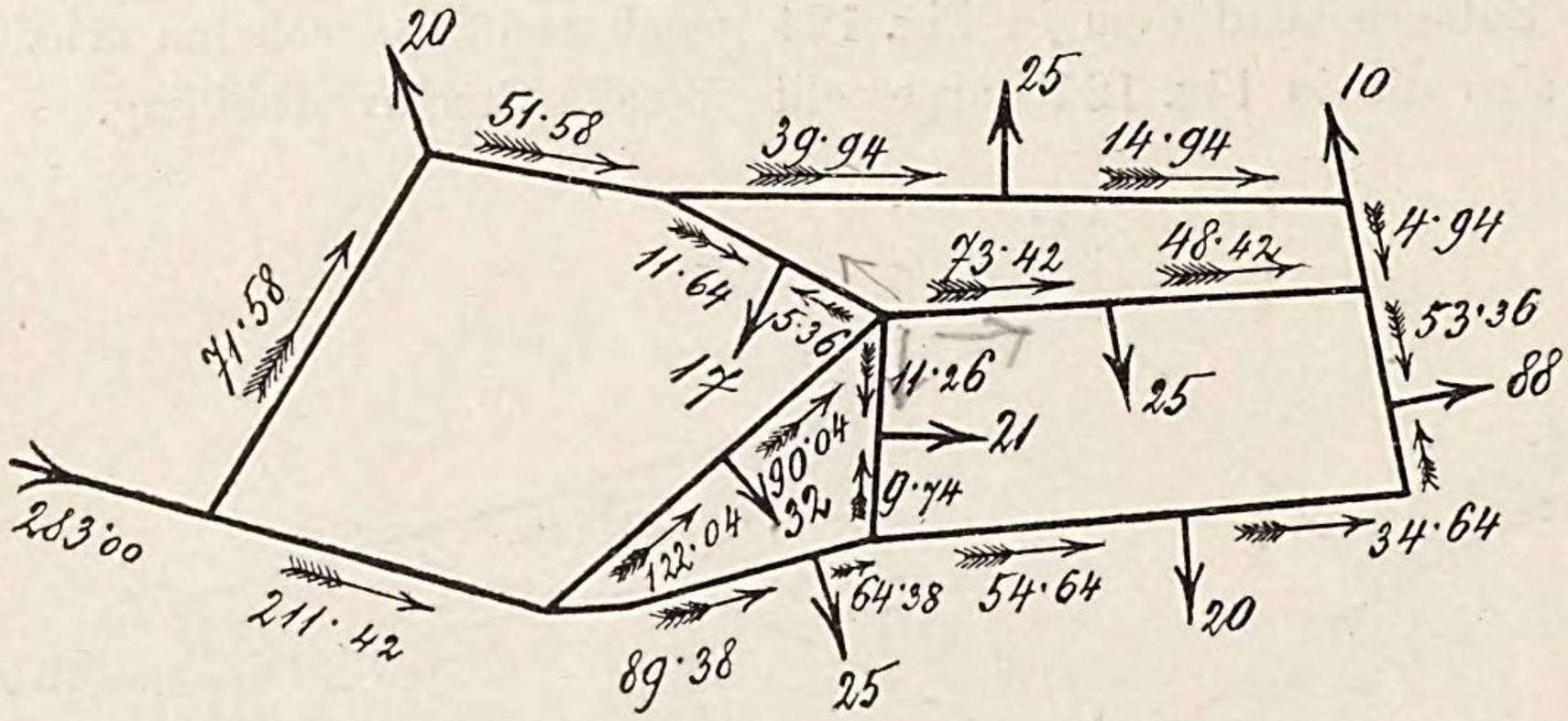


Fig. 126.

Bestimmt man in gleicher Weise alle übrigen Leiterströme, so gelangt man zu den Werthen der thatsächlichen Stromvertheilung, welche in Fig. 126 dargestellt ist.

Die Lösung dieser Aufgabe kann übrigens, wie J. Herzog[1]) gezeigt hat, auch auf rein graphischem Wege erfolgen; doch verweisen wir diesbezüglich auf die Originalarbeit.

---

[1]) J. Herzog, Elektrot. Zeitschr. *14*, Seite 10 1893.

Sechstes Kapitel.

Stromvertheilungsarten und Leitungsdimensionen.

In jeder elektrischen Beleuchtungsanlage wird die zur Erzeugung von Licht nothwendige Energie von einer oder einigen Stellen aus den einzelnen Lampen zugeführt. Hierbei wird eine nach dem jeweiligen Bedarfe veränderliche Energiemenge in Theile zerlegt, deren Grösse und Zahl von dem zeitlichen und örtlichen Bedarfe abhängt. Man nennt diesen Vorgang Vertheilung der elektrischen Energie oder kürzer, wenn auch weniger streng richtig, Stromvertheilung.

Zur Durchführung dieser Vertheilung können die drei Hauptelemente jeder elektrischen Stromvertheilungsanlage, nämlich Stromerzeuger, Leitungen und Stromabnehmer, auf verschiedene Weise in gegenseitige Verbindung gebracht werden und je nachdem diese Anordnung getroffen wird, ergeben sich die verschiedenen Stromvertheilungsarten.

Sämmtliche Vertheilungsarten lassen sich vor Allem in zwei Hauptgruppen zusammenfassen, deren eine dadurch gekennzeichnet wird, dass Stromerzeuger und Stromabnehmer in einem und demselben Stromkreise liegen, während das Hauptmerkmal der anderen darin liegt, dass die genannten zwei Elemente verschiedenen Stromkreisen angehören. Man bezeichnet die Stromvertheilung der ersten Art als direkte, die der zweiten Art als indirekte. Bei letzterer geschieht die Vermittelung zwischen den getrennten Stromkreisen durch eigene, beiden Kreisen angehörende Apparate.

Eine Mittelstellung zwischen beiden Hauptgruppen nehmen jene Vertheilungsarten ein, welche entweder gleichzeitig oder abwechselnd, theils direkt, theils indirekt wirken.

I. Direkte Stromvertheilung.

Die direkten Stromvertheilungsarten lassen sich wieder je nach der Schaltung der Stromabnehmer in einzelne Gruppen sondern. Da nun letztere hintereinander oder parallel geschaltet werden können, so müssen wir zwischen Reihen- oder Serienschaltungssystemen und Nebeneinander- oder Parallelschaltungssystemen unterscheiden. Beide Arten können mit einander auch in Kombination treten, indem ganze Reihen von Stromabnehmern untereinander parallel oder Gruppen von parallelgeschalteten Stromabnehmern in Serie angeordnet werden können. Eine Stromvertheilung solcher Art kann man als gemischte bezeichnen.

1. Seriensysteme.

Die Verbindung der einzelnen in Serie geschalteten Lampen geschieht durch ein einfaches Leitungspolygon, dessen Eckpunkte die Orte bilden, in welchen die Lampen eingeschaltet sind. Für die Anordnung des Polygons sind, da man eine Anzahl von Punkten nach mancherlei Arten durch einen Polygonzug verbinden kann, in jedem besonderen Falle die örtlichen Verhältnisse maassgebend. Es bedarf keiner weiteren Erklärung, dass jene Anordnung, welche unter sonst gleichen Verhältnissen die kürzeste Leitung ergiebt, die beste Lösung bedeutet. Eine werthvolle Eigenschaft der Seriensysteme besteht darin, dass es vollkommen gleichgiltig ist, an welcher Stelle des Leitungspolygons die Stromquelle angeordnet wird, da das Spannungsgefälle und die Spannungsvertheilung in der Leitung durch die Lage der Stromquelle nicht beeinflusst wird. Ist es aus praktischen Gründen nicht möglich, die Stromquelle in eine Seite des durch die Lampen bestimmten Polygons selbst zu legen, so wird man natürlich bestrebt sein, den Ort ihrer Aufstellung einer Polygonseite möglichst zu nähern, damit die Theile der Leitung, welche die erste und letzte Lampe mit der Stromquelle verbinden, möglichst kurz ausfallen.

Die Vorgänge in einer Serienanordnung sind sehr leicht zu überblicken. Es ist vor allem klar, dass ein und derselbe Strom sämmtliche Lampen durchfliesst. Das gesammte Spannungsgefälle vertheilt sich auf die einzelnen Lampen und die zwischen denselben liegenden Leitungstheile entsprechend ihren Widerständen. Die er-

forderliche Klemmenspannung der Stromquelle muss daher gleich der Summe der Spannungsgefälle in sämmtlichen Nutzwiderständen und in der Leitung sein.

Da die Stromstärke im ganzen Kreise dieselbe ist, so können nur lauter Lampen eingeschaltet werden, welche mit derselben Normalstromstärke arbeiten. Die charakteristischen Eigenschaften der Serienschaltung bedingen für die ungestörte Funktion der Lampen gewisse Vorkehrungen, um das Erlöschen sämmtlicher Lampen zu verhüten, wenn durch das Ausschalten einer Lampe der Stromkreis an einer Stelle unterbrochen wird. Damit die Cirkulation des Stromes auch in diesem Falle ungestört bleibe, muss durch selbstthätige Einfügung eines Widerstandes an Stelle der betreffenden Lampe der Stromkreis stets geschlossen erhalten werden. Ist der neu eingefügte Widerstand äquivalent dem der ausgeschalteten Lampe, so tritt eine Aenderung der Spannungsvertheilung oder des Stromes nicht ein. Ist jedoch der neu eingefügte Widerstand sehr klein, d. h. wurde die ausgeschaltete Lampe nur kurz geschlossen, so müsste der dadurch bewirkten Erniedrigung des Gesammtwiderstandes entsprechend, die Stromstärke steigen, wenn man die Betriebsspannung konstant halten würde. Da aber in diesem Falle die Lampen überansprucht würden, so muss eine Verminderung der Spannung bis zu jenem Punkte vorgenommen werden, bei welchem trotz des geringeren Gesammtwiderstandes die Stromstärke ihren normalen Werth nicht überschreitet.

Ersetzt man jede Lampe automatisch durch einen ihr äquivalenten Widerstand, so wird zwar der Betrieb ein sehr einfacher, da Stromstärke und Spannung dauernd die nämlichen Werthe beibehalten; andererseits aber vergeudet man die ganze, in dem Ersatzwiderstande verzehrte Energie. Aus diesem Grunde erfolgt fast allgemein der Betrieb der Serienschaltungssysteme bei konstanter Stromstärke durch Regulirung der Spannung nach der Zahl und dem Widerstande der eingeschalteten Lampen.

Sind die Orte der Lampen gegeben und hat man den Linienzug der sie verbindenden Leitung festgelegt, so ist die Länge der letzteren bereits bestimmt. Es erübrigt also nur noch, den Leitungsquerschnitt zu ermitteln. Da die Stromstärke im ganzen Kreise dieselbe ist, so wird auch der Querschnitt durchaus derselbe sein. Bevor wir jedoch zur Berechnung desselben schreiten, senden wir einige allgemeine Bemerkungen voraus.

Das Spannungsgefälle v in einem stabförmigen Leiter ist bekanntlich der Länge l desselben und der Stromstärke i direkt, dem Querschnitte f und der Leitungsfähigkeit k des Leitungsmaterials indirekt proportional. Messen wir l in Meter, f in Quadratmillimeter, i in Ampère, und bedeutet k die Leitungsfähigkeit des Materiales, aus welchem der Stab besteht, bezogen auf das Ohm als Widerstandseinheit, so giebt uns die Formel

$$v = \frac{li}{k.f} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

das Spannungsgefälle in Volt an. In den meisten Fällen ist das Leitungsmaterial Kupfer, dessen Leitungsfähigkeit k für praktische Zwecke zwischen 56 und 60 angenommen wird.

Kehren wir nun zur Bestimmung des Leitungsquerschnittes zurück und nennen wir

L die ganze Länge des Leitungskreises,
J - Stromstärke,
V - Klemmenspannung der Stromquelle,
$e_1, e_2, e_3 \ldots$ die Spannungen an den Klemmen der einzelnen Lampen,
k die Leitungsfähigkeit des Leitermaterials und
f den Querschnitt der Leitung,

so ist das durch die Nutzwiderstände verursachte Spannungsgefälle

$$\Sigma(e) = e_1 + e_2 + e_3 + \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Da die Gesammtspannung V ist, so entfällt auf die Leitung selbst das Spannungsgefälle $V - \Sigma(e)$, welches nach dem Vorhergehenden gleich sein muss $\frac{LJ}{kf}$.

Wir erhalten also die Gleichung

$$V - \Sigma(e) = \frac{LJ}{kf}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

aus welcher sich der Werth der gesuchten Querschnittsgrösse ergiebt:

$$f = \frac{LJ}{k\,[V - \Sigma(e)]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Wir haben hierbei vorausgesetzt, dass das Gefälle in der Leitung $[V - \Sigma(e)]$ gegeben sei. Die Rücksichten, welche die Wahl dieses Spannungsgefälles beeinflussen, sollen im weiteren Verlaufe dieses Kapitels Erörterung finden.

2. Parallelschaltungssysteme.

Wie schon der Name besagt, sind die nun zu besprechenden Stromvertheilungsarten dadurch gekennzeichnet, dass sämmtliche Lampen parallelgeschaltet sind.

Es ist hier nicht mehr erforderlich, auf die Eigenschaften der Parallelschaltung bezüglich der Stromvertheilung einzugehen; wir wenden uns daher sofort der Betrachtung der verschiedenen Anordnungsweisen und der dadurch bedingten Leitungsdimensionen zu.

Es sei nur noch hervorgehoben, dass diese Stromvertheilungsarten die meiste Anwendung finden, da sie die Unabhängigkeit der einzelnen Lampen von einander am einfachsten sichern. Um letztere Anforderung zu erfüllen, müssen alle Lampen unter derselben Spannung arbeiten, und die Vertheilung wird um so vollkommener sein, je genauer dies erreicht wird.

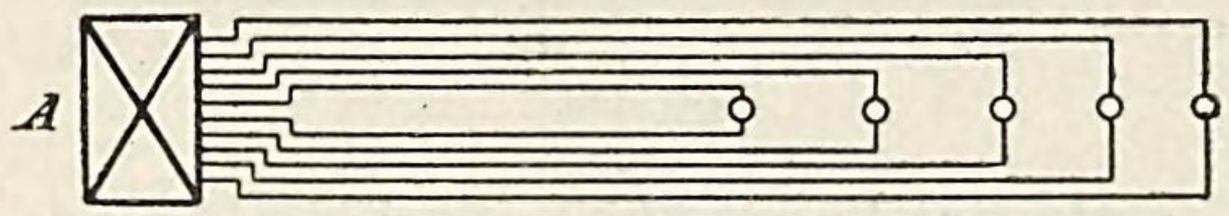


Fig. 127.

In der letztgenannten Hinsicht wäre folgende Anordnung am entsprechendsten.

Jede Lampe erhält eine eigene, unmittelbar von der Stromquelle ausgehende Leitung (Fig. 127).

Die Leitungen sind so dimensionirt, dass in sämmtlichen von der Stromquelle aus bis zur Lampe derselbe Spannungsabfall stattfindet. Setzen wir alsdann eine Stromquelle von konstanter Klemmenspannung voraus, so muss an allen Lampen eine und dieselbe konstante Spannung herrschen, und sämmtliche Lampen sind von einander gänzlich unabhängig. Um die Querschnitte der einzelnen Leitungen zu ermitteln, setzen wir den Spannungsabfall v von der Stromquelle bis zu den Lampen fest; daraus ergiebt sich sofort der Werth des gesuchten Querschnittes

$$f = \frac{iL}{kv}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 5)$$

wenn i den Strom einer Lampe, L die ganze Leitungslänge (Hin- und Rückleitung), k die Leitungsfähigkeit des Leitungsmateriales bezeichnen.

a) Zweileitersystem.

So vollkommen die obengenannte Vertheilungsart ist, so wenig ist dieselbe für die allgemeine Praxis geeignet, denn schon bei einer geringen Lampenzahl würde die Leitungsanlage so umständlich und verwickelt werden, dass die praktische Ausführbarkeit in Frage gestellt wäre.

Man vereinigt daher eine grössere Zahl von Leitungen in eine einzige, so dass sich nur ein Hin- und ein Rückleitungsstrang ergiebt, von welchen die Lampen parallel abgezweigt werden. Nun können aber die Spannungen an den Lampen nicht mehr gleich sein, sondern müssen von der der Stromquelle am nächsten liegenden gegen die

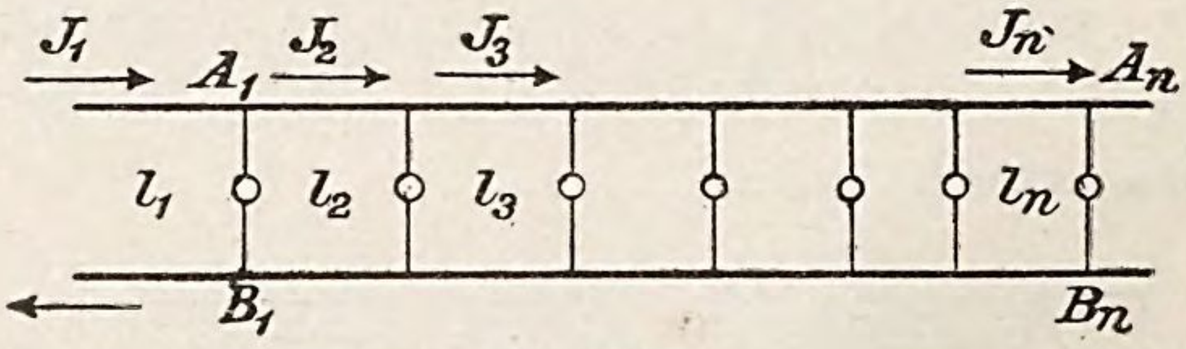


Fig. 128.

am weitesten entfernte Lampe hin abnehmen, so dass zwischen der ersten und letzten Lampe der grösste Spannungsunterschied herrschen wird.

Da sämmtliche Lampen einer Anlage für eine und dieselbe Spannung gebaut sind, und die Lichtstärke aller Lampen dieselbe sein soll, so wird der genannte grösste Spannungsunterschied eine praktisch als zulässig erkannte Grenze nicht überschreiten dürfen. Diese Grenze wird man daher in jedem Falle von vornherein festsetzen.

Die Zusammenlegung der ursprünglich von einander unabhängigen Leitungen hat uns zu einer Anordnung geführt, nach welcher zwei Hauptleiter das Beleuchtungsgebiet durchziehen, von welchen die Lampen abgezweigt sind. Man nennt diese Anordnungsweise das Zweileitersystem.

Die Fig. 128 stellt uns dieselbe schematisch dar.

Die Vorgänge in einer solchen Leitung sind nach den im Vorhergehenden behandelten Gesetzen der Stromvertheilung bekannt.

Bei der Dimensionirung der Leitung drängt sich vor allem die Erwägung auf, dass in den einzelnen Abschnitten der Leitung verschiedene Stromstärken herrschen, und demnach die Querschnitte der aufeinanderfolgenden Leitertheile entsprechend diesen Stromstärken abzustufen wären.

Folgen wir dieser Erwägung und setzen für alle Theile voraus, dass die Stromdichte konstant sei, d. h. dass

$$\frac{J_1}{f_1} = \frac{J_2}{f_2} = \ldots\ldots \frac{J_n}{f_n} = \alpha = \text{Constante} \quad \ldots\ldots 6)$$

sei. Wenn $J_1, J_2, \ldots\ldots J_n$ die Ströme in den Leitertheilen und $f_1, f_2 \ldots\ldots f_n$ die entsprechenden Querschnitte bedeuten, so brauchen wir nur noch die Grösse des zulässigen Spannungsverlustes v bis zur letzten Lampe festzulegen, um sofort alle Querschnitte bestimmen zu können. Das Gesammtspannungsgefälle beträgt

$$v = \frac{J_1 l_1}{k f_1} + \frac{J_2 l_2}{k f_2} + \ldots\ldots + \frac{J_n l_n}{k f_n}$$

oder

$$v = \frac{1}{k} \sum_1^n \left(\frac{J \cdot l}{f}\right) = \frac{\alpha}{k} \sum_1^n (l) \ldots\ldots\ldots 6^a)$$

Es folgt daraus

$$\alpha = \frac{k \cdot v}{\sum_1^n (l)} \quad \ldots\ldots\ldots 6^b)$$

Für irgend einen, etwa den mten Leitertheil, in welchem der Strom J_m fliesst, ist

$$\alpha = \frac{J_m}{f_m} \text{ oder } f_m = \frac{J_m}{\alpha}, \ldots\ldots\ldots 6^c)$$

woraus sich unter Berücksichtigung des gefundenen Werthes von α der Querschnitt des Leitertheiles

$$f_m = \frac{J_m}{k \cdot v} \sum_1^n (l) \quad \ldots\ldots\ldots 7)$$

ergiebt.

Aus praktischen Gründen wird man in den meisten Fällen nicht die Querschnitte aller einzelnen Leitungsabschnitte abstufen, sondern durchaus, oder zum mindesten für grössere Stränge, denselben Querschnitt wählen.

Behalten wir die angeführten Bezeichnungen bei, und nennen wir f den konstant bleibenden Querschnitt des ganzen Leiters, so erhalten wir für das Spannungsgefälle den Ausdruck

$$v = \frac{J_1 l_1}{kf} + \frac{J_2 l_2}{kf} + \ldots\ldots + \frac{J_n l_n}{kf} = \frac{1}{kf} \sum_1^n (J \cdot l), \ldots 8)$$

woraus sich der Querschnitt

$$f = \frac{1}{kv} \sum_{1}^{n} (J \cdot l) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8^a)$$

ergiebt.

Vergleichen wir nun die in beiden Fällen eintretende Vertheilung des Spannungsverlustes auf die einzelnen Abschnitte der Leitung[1]).

Bei variabelem Querschnitt und konstanter Stromdichte ist das Spannungsgefälle bis zu irgend einem, etwa dem mten, Abzweigungspunkte proportional dem Abstande des letzteren von der Stromquelle.

Denn es ist

$$v_m = \frac{\alpha}{k} \sum_{1}^{m} (l), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

während das gesammte Spannungsgefälle

$$v = \frac{\alpha}{k} \sum_{1}^{n} (l), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9^a)$$

sodass also

$$\frac{v_m}{v} = \frac{\sum_{1}^{m} (l)}{\sum_{1}^{n} (l)} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 10)$$

Bei konstantem Querschnitt dagegen ist der Spannungsabfall bis zu irgend einem, etwa dem mten, Abzweigungspunkte proportional der Summe der Strommomente bis zu diesem Punkte.

$$\frac{v_m}{v} = \frac{\sum_{1}^{m} (J \cdot l)}{\sum_{1}^{n} (J \cdot l)} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 11)$$

Vergleicht man die beiden gefundenen Ausdrücke, so erkennt man, dass das Spannungsgefälle bei konstantem Querschnitte gleichmässiger auf die einzelnen Punkte vertheilt ist als bei variablem, ein weiterer Umstand, der zu Gunsten des ersteren spricht.

Es bleibt nun noch die Frage offen, welche der beiden Anordnungen bei gleichgrossem Spannungsgefälle den kleineren Aufwand

---

[1]) E. Müllendorf, Elektrot. Zeitschr. *13*, S. 48. 1892.

an Leitungsmaterial bedingt. Das Volumen des Leitungsmetalls beträgt allgemein

$$K = l_1 f_1 + l_2 f_2 + \cdots + l_n f_n \text{ oder } K = \sum_1^n (lf) \quad . \quad . \quad 12)$$

Setzt man die entsprechenden Werthe für f ein, so erhält man sowohl für variablen, als für konstanten Querschnitt

$$K = \frac{1}{k\,v} \sum_1^n \left(l \Sigma (Jl) \right) , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Das Volumen des erforderlichen Leitungsmetalles ist also in beiden Fällen gleich.

b) Verzweigte Leitungen.

Entsprechend der örtlichen Vertheilung der Lampen müssen sich die Hauptleiter mannigfach verzweigen, wie z. B. Fig. 129 schematisch darstellt.

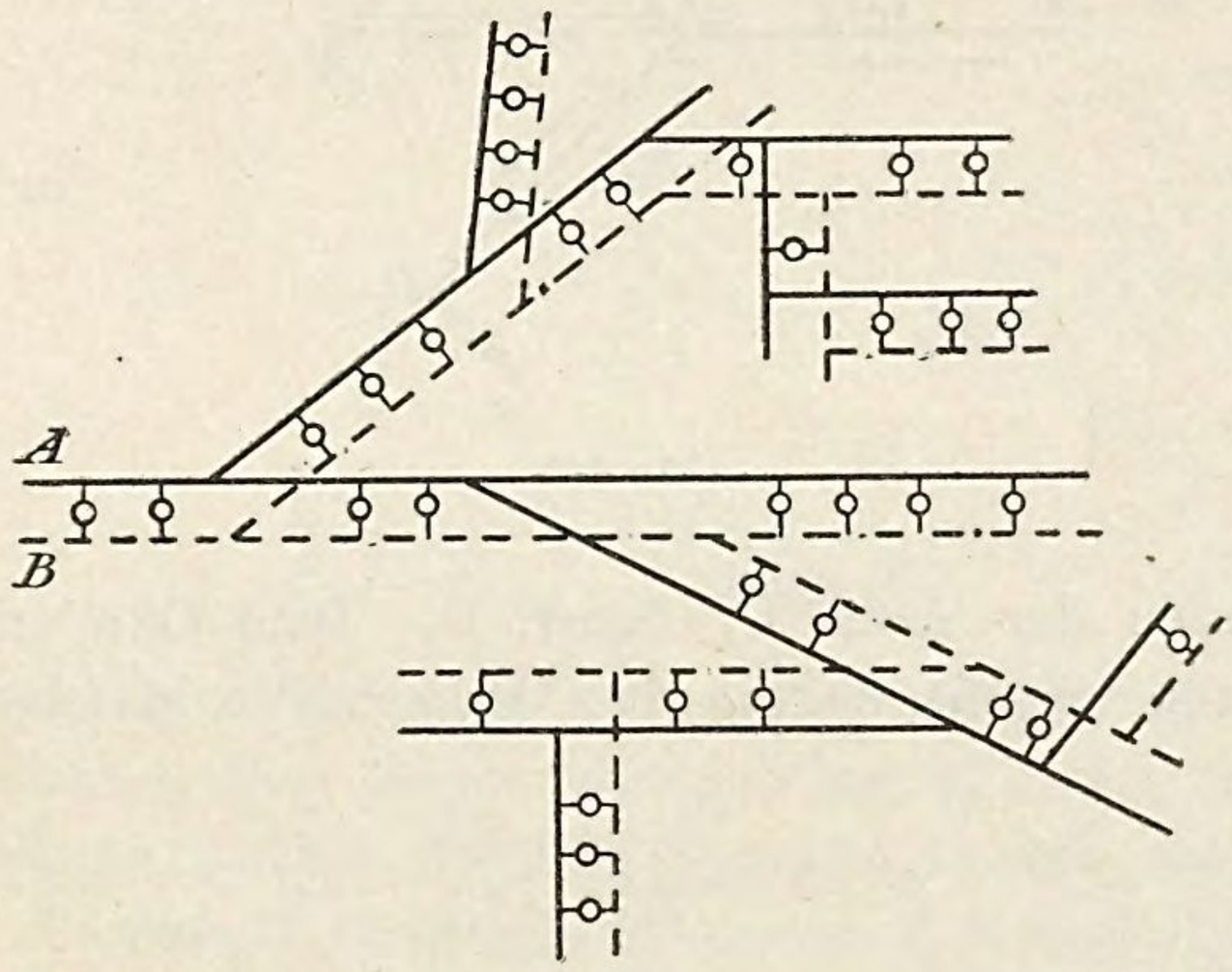


Fig. 129.

Die Stromvertheilung in einem solchen Leitungssystem bietet nach dem Vorangegangenen nichts Neues. Bei der Dimensionirung ist wieder vor allem die Grundbedingung maassgebend, dass das grösste Spannungsgefälle eine festgesetzte Grösse nicht übersteige.

Diese Bedingung ist aber allein für die eindeutige Bestimmung aller Leitungsquerschnitte nicht hinreichend, wenn wir nicht weiter willkürliche Annahmen über die Vertheilung des Gesammtspannungsgefälles auf die einzelnen Leitungsabschnitte machen wollen.

Wir können also noch eine weitere Bedingung einführen, und zwar ist es naheliegend, die Bedingung aufzustellen, dass das aufzuwendende Quantum an Leitungsmetall das möglich kleinste sei.

Betrachten wir vor allem den einfachsten Fall einer verästelten Leitung (Fig. 130). Vom Punkte A aus wird der Strom $(i_1 + i_2)$ gegen B geführt, in welchem Punkte sich der Strom i_1 nach C, der Strom i_2 nach D abzweigt. Die Leitungslängen (Hin- und Rückleitung zusammen) seien l_0, l_1, l_2, die entsprechenden Leitungsquerschnitte f_0, f_1, f_2. Das Spannungsgefälle von A bis zu den Enden der Zweige, in welchen eine und dieselbe Spannung herrschen soll, sei v; es setzt sich aus zwei, vor der Hand noch unbekannten Beträgen zusammen, nämlich dem Gefälle v_0 von A bis B und dem Gefälle v_1 von B bis

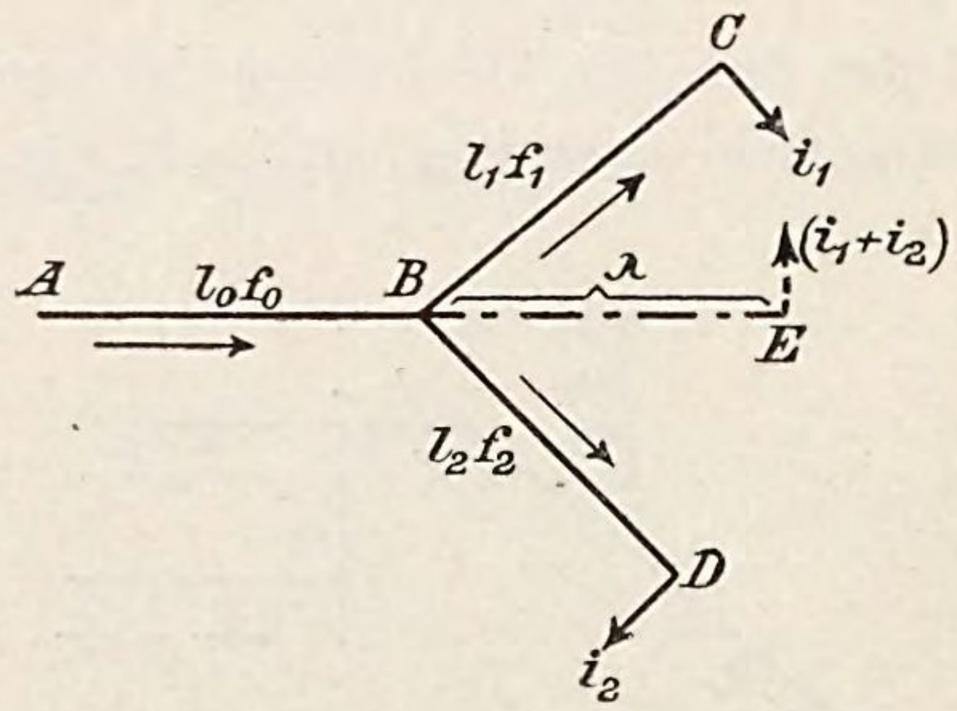


Fig. 130.

zu den Enden der Aeste C, bezw. D. Dem Ohm'schen Gesetze zufolge können wir die Werthe der Querschnitte in folgender Weise ausdrücken:

$$f_0 = \frac{l_0 (i_1 + i_2)}{k (v - v_1)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

$$f_1 = \frac{l_1 i_1}{k v_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14a)$$

$$f_2 = \frac{l_2 i_2}{k v_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 14b)$$

In diesen drei Gleichungen erscheint ausser den drei zu bestimmenden Querschnittswerthen noch das Spannungsgefälle v_1; die Aufgabe ist demnach noch unbestimmt, und man kann noch eine Bedingung einführen.

Wir wählen als solche die Forderung, dass das Volumen K des aufzuwendenden Leitungsmetalles ein Minimum sei.

Dasselbe wird ausgedrückt durch die Gleichung

$$K = f_0 l_0 + f_1 l_1 + f_2 l_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 13)$$

oder nach Einsetzung der obigen Werthe:

$$K = \frac{l_0^2 (i_1 + i_2)}{k (v - v_1)} + \frac{l_1^2 i_1}{k v_1} + \frac{l_2^2 i_2}{k v_2} \quad \ldots \ldots \quad 15)$$

Soll dieser Ausdruck ein Minimum darstellen, so muss

$$0 = \frac{l_0^2 (i_1 + i_2)}{k (v - v_1)^2} - \frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{k v_1^2} \quad \ldots \quad 16)$$

oder

$$\frac{l_0}{v - v_1} = \frac{\sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}}}{v_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 16a)$$

Multipliciren wir beide Theile dieser Gleichung mit

$$\frac{i_1 + i_2}{k}$$

und setzen wir

$$\sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}} = \lambda, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 17)$$

so erhalten wir

$$\frac{l_0 (i_1 + i_2)}{k (v - v_1)} = \frac{\lambda (i_1 + i_2)}{k v_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 18)$$

In dieser Gleichung stellt λ eine Leitungslänge dar, an deren Ende die Summe der beiden Zweigströme i_1 und i_2 abgenommen wird, und längs welcher dasselbe Spannungsgefälle stattfindet wie in den vom Punkte B ausgehenden Aesten B C und B D.

Wir können uns somit diese beiden Aeste durch eine einzige Leitungslänge λ ersetzt denken, an deren Ende die Summe der Zweigströme abgenommen wird. Die obige Gleichung besagt ferner, dass

$$\frac{l_0}{v - v_1} = \frac{\lambda}{v_1}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 19)$$

d. h. dass die Spannungsgefälle im unverzweigten Stücke A B und in der Länge λ proportional sind den respektiven Längen, was nur dann der Fall sein kann, wenn die, den beiden Längen zugehörenden Querschnitte einander gleich sind.

Fassen wir sonach die gefundenen Thatsachen zusammen, so gelangen wir zu dem Schlusse, dass man sich die Aeste A C und B D durch eine einzige Leitungslänge

$$\lambda = \sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

ersetzt denken kann, deren zugehöriger Querschnitt gleich ist demjenigen des unverzweigten Stückes A B.

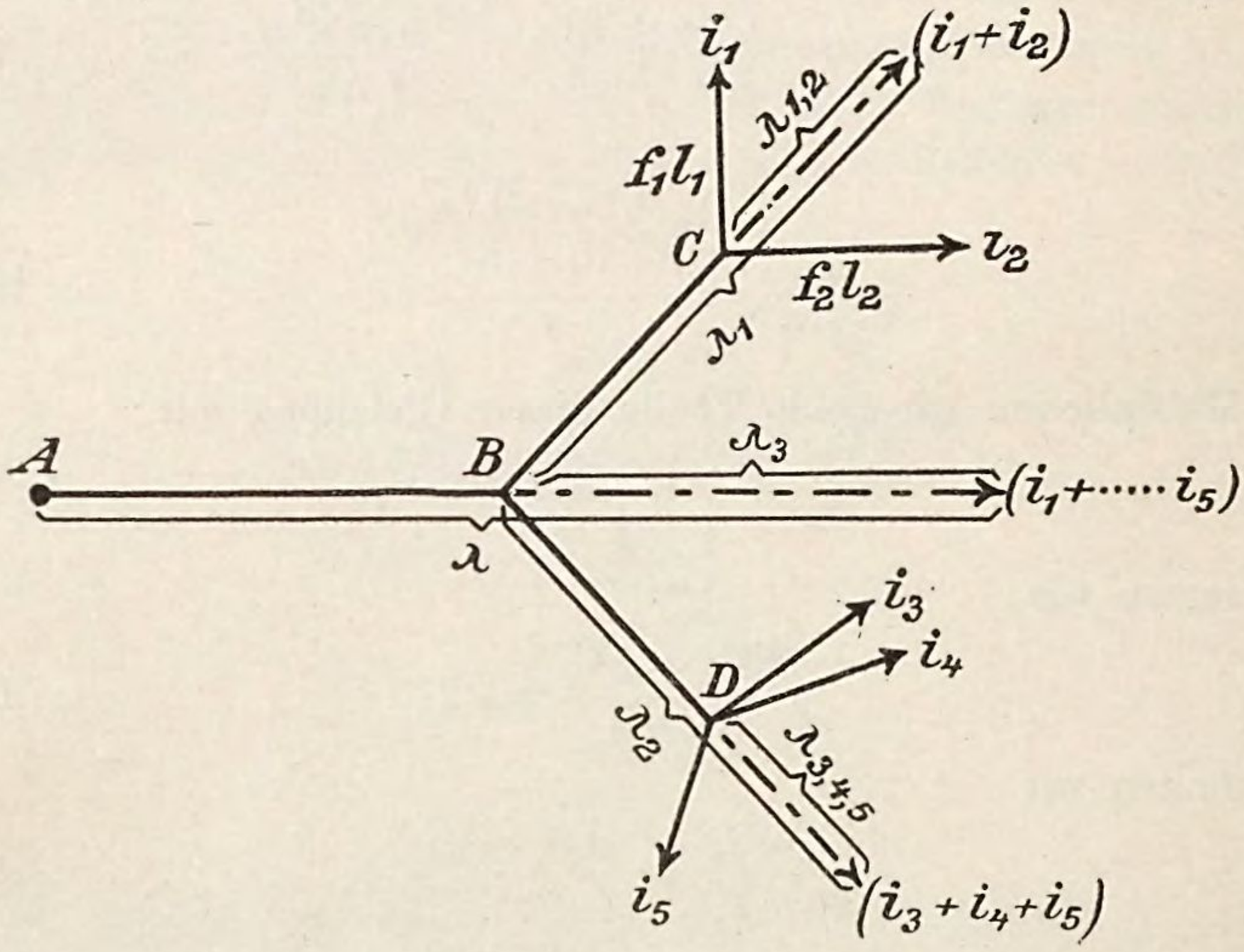


Fig. 131.

Auf ganz gleiche Weise hätten wir gefunden, dass sich beliebig viele, etwa n_1 Zweige ersetzen lassen durch einen einzigen Strang von der Länge

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sum_1^n (l^2 i)}{\sum_1^n (i)}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17a)$$

Wir nennen diese die fiktive Leitungslänge.

Die fiktive Leitungslänge giebt uns ein sehr brauchbares Mittel für die Dimensionirung verästelter Leitungen an die Hand.

Sollen wir z. B. die Querschnitte des in Fig. 131 dargestellten Leitungssystemes bestimmen, so setzen wir, von den äussersten Ver-

zweigungen beginnend und gegen die Stromquelle schreitend, alle Aeste zusammen, indem wir für die je in einem Punkte entspringenden Zweige die fiktive Leitungslänge bestimmen, zu dieser die Länge des in der Richtung nach der Stromquelle folgenden Astes addiren u. s. w. Wir erhalten so eine das ganze System vertretende fiktive Leitungslänge λ.

$$\lambda_{1,2} = \sqrt{\frac{l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2}{i_1 + i_2}} \qquad \lambda_{3,4,5} = \sqrt{\frac{l_3^2 i_3 + l_4^2 i_4 + l_5^2 i_5}{i_3 + i_4 + i_5}}$$

$$\lambda_1 = B C + \lambda_{1,2} \qquad \lambda_2 = B D + \lambda_{3,4,5}$$

$$\lambda_3 = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 (i_1 + i_2) + \lambda_2^2 (i_3 + i_4 + i_5)}{i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5}}$$

$$\lambda = A B + \lambda_3.$$

Mit dieser fiktiven Leitungslänge und dem festgesetzten Spannungsgefälle berechnet sich der Querschnitt des ersten unverzweigten Leitungsstückes A B. Nun bestimmt man den Spannungsabfall, welcher auf A B entfällt; man weiss dann, welches Gefälle in der weiteren Verästelung noch verfügbar ist, und kann die von B ausgehenden Aeste ebenso berechnen wie A B, u. s. w.

Die nach dem erörterten Verfahren berechneten Querschnittswerthe entsprechen dem absoluten Minimum des aufzuwendenden Leitungsmetalles.

Der Gang der Rechnung ist jedoch ein ziemlich langwieriger.

Um denselben zu vereinfachen, kann man den im Folgenden beschriebenen Weg einschlagen, der zu Querschnittswerthen führt, die wohl nicht gerade dem absoluten Minimum des Leitungsmetalls entsprechen, aber innerhalb weiter Grenzen diese Forderung mit so hoher Annäherung erfüllen, dass der Unterschied gegenüber den absoluten Minimalwerthen in der Praxis vollkommen vernachlässigt werden kann. Es ist dies umsomehr zulässig, als man in der Praxis ja ohnehin an die Dimensionen der im Handel vorkommenden Leitungsdrähte gebunden ist, und daher der Forderung nach dem absoluten Minimum des nothwendigen Leitungsmetalles nie vollkommen genügen kann.

Wie wir gesehen haben, soll der der fiktiven Leitungslänge λ zukommende Querschnitt gleich dem des unmittelbar vorhergehenden

unverzweigten Leitungsstückes sein. Da die Spannungsgefälle in B C, B E und B D (Fig. 130) gleich sein müssen, so ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\frac{\lambda\,(i_1 + i_2)}{f_0} = \frac{l_1\,i_1}{f_1}$$

oder

$$f_1 = \frac{l_1\,i_1\,f_0}{\lambda\,(i_1 + i_2)}$$

und

$$\frac{\lambda\,(i_1 + i_2)}{f_0} = \frac{l_2\,i_2}{f_2}$$

oder

$$f_2 = \frac{l_2\,i_2\,f_0}{\lambda\,(i_1 + i_2)}.$$

Aus denselben folgt:

$$\frac{f_1 + f_2}{f_0} = \frac{l_1\,i_1 + l_2\,i_2}{\lambda\,(i_1 + i_2)}.$$

Wir nehmen nun zur Vereinfachung der Rechnung an, dass die Summe aller Zweige, welche in einem Knoten entspringen, gleich dem Querschnitte des sie ersetzenden fiktiven Leiters sei, dass also

$$f_1 + f_2 = f_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

sei. Unter dieser Annahme ist dann

$$\lambda = \frac{l_1\,i_1 + l_2\,i_2}{i_1 + i_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21)$$

Hätten wir statt zwei, n Abzweigungen angenommen, so wären wir zu denselben Ergebnissen gelangt, nämlich

$$\lambda = \frac{\sum_1^n (i\,l)}{\sum_1^n (i)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 21a)$$

Der Werth dieser fiktiven Leitungslänge ist in den meisten Fällen von dem Werthe der nach der zuerst erörterten Methode gefundenen fiktiven Leitungslänge so wenig verschieden, dass der Einfluss dieses Unterschiedes auf die Querschnittswerthe vernachlässigt werden kann. Wir legen daher der Rechnung die durch die letzte Gleichung definirte fiktive Leitungslänge zu Grunde und verfahren im Uebrigen genau so, wie oben gezeigt worden ist.

Der Vortheil besteht darin, dass erstens die Ermittelung von λ einfacher ist als im ersten Falle, und dass man zweitens, in Folge der Annahme, dass die Summe der Querschnitte der Zweige gleich sein soll dem des sie ersetzenden fiktiven Leiters, einen Theil der Querschnitte durch einfaches Addiren und Subtrahiren finden kann.

Ein Zahlenbeispiel soll den ganzen Vorgang deutlicher erklären.

Es sei das in Fig. 132 dargestellte Leitungssystem so zu dimensioniren, dass bis zu sämmtlichen Endstellen der Ausläuferzweige

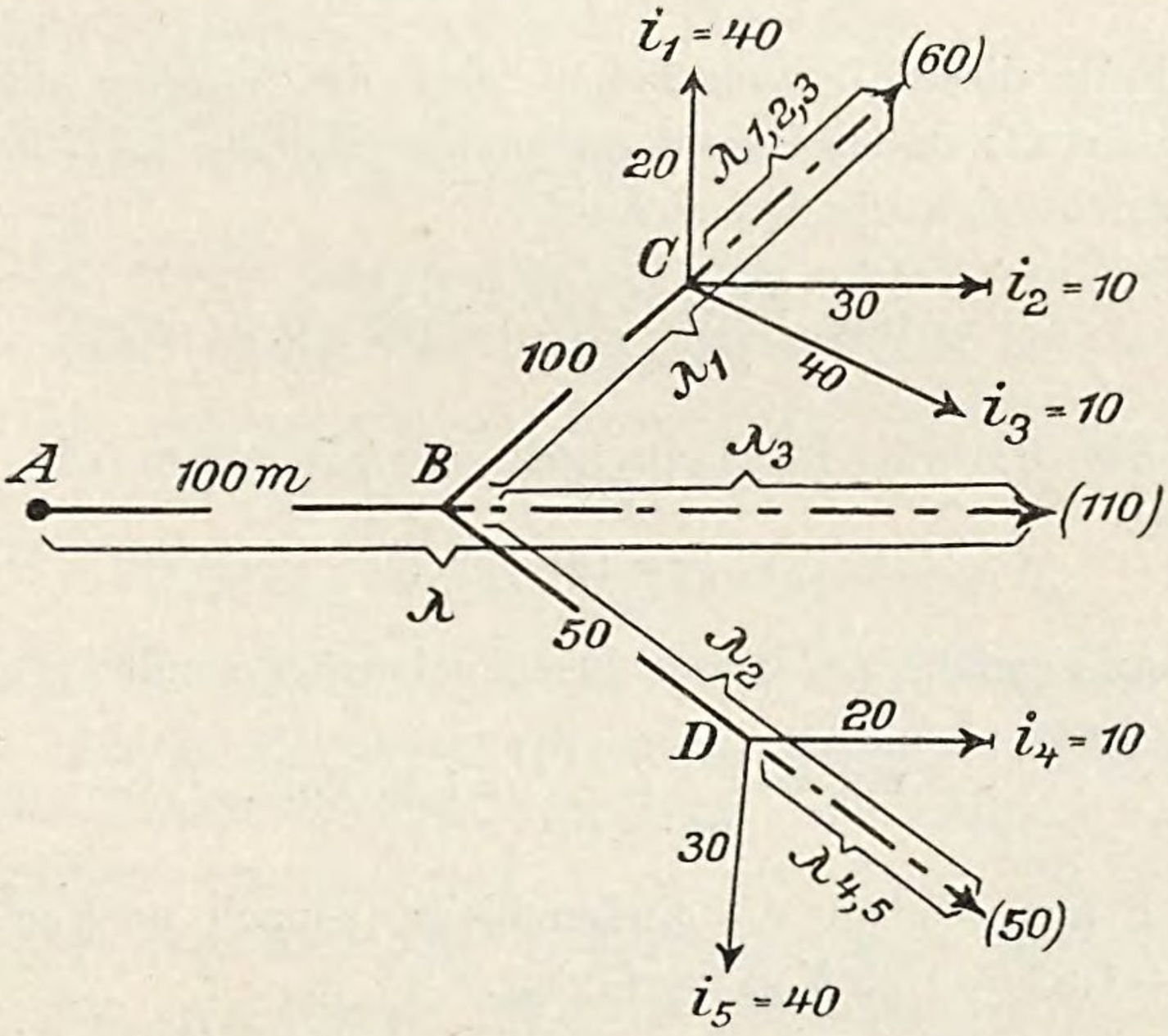


Fig. 132.

ein Spannungsgefälle von 2,5 Volt stattfinde. Die Stromstärken und Leitungslängen sind in der Figur verzeichnet.

Die fiktive Leitungslänge, welche die Zweige 1, 2, 3 ersetzt, ist

$$\lambda_{1,\,2,\,3} = \frac{20 \times 40 + 30 \times 10 + 40 \times 10}{40 + 10 + 10} = 25.$$

Hierzu kommt das Stück B C, so dass

$$\lambda_1 = 100 + 25 = 125.$$

Für die von D ausgehenden Zweige ist

$$\lambda_{4,\,5} = \frac{20 \times 10 + 30 \times 40}{10 + 40} = 28.$$

Hierzu kommt das Stück B D, so dass

$$\lambda_2 = 50 + 28 = 78.$$

λ_1 und λ_2 zusammengesetzt, ergiebt

$$\lambda_3 = \frac{125 \times 60 + 78 \times 50}{110} = 103{,}6.$$

Hierzu wieder das Stück A B addirt, ergiebt die gesammte fiktive Leitungslänge

$$\lambda = 103{,}6 + 100 = 203{,}6 \text{ m}.$$

Am Ende dieser Leitungslänge wird die Summe aller Ströme wirkend gedacht; da das Gesammtspannungsgefälle 2,5 Volt betragen soll, so ergiebt sich der Querschnitt

$$f = \frac{203{,}6 \times 110}{57 \times 2{,}5} = 157 \text{ qm}.$$

Für das unverästelte Leitungsstück A B haben wir also den Querschnitt

$$f_{AB} = 157 \text{ qmm},$$

das Spannungsgefälle auf dieser Strecke beträgt somit

$$v_{AB} = \frac{100 \times 110}{57 \times 157} = 1{,}23 \text{ Volt}.$$

Von B aus bis an die Enden bleibt sonach noch ein Gefälle von $2{,}50 - 1{,}23 = 1{,}27$ Volt verfügbar.

Jetzt haben wir mit den fiktiven Leitungslängen λ_1 und λ_2 zu rechnen.

Für λ_1 erhalten wir den Querschnitt

$$f_{BC} = \frac{125 \times 60}{57 \times 1{,}27} = 103{,}7 \text{ qmm}.$$

Da unserer Annahme gemäss immer die Summe der Querschnitte aller von einem Punkte ausgehenden Zweige gleich dem Querschnitte des vorausgehenden Leiters sein soll, so erhalten wir für f_{BD} sofort den Werth

$$f_{BD} = 157 - 103{,}7 = 53{,}3 \text{ qmm}.$$

Das Spannungsgefälle von B bis C beträgt

$$v_{BC} = \frac{100 \times 60}{57 \times 103{,}7} = 1{,}01 \text{ Volt}.$$

In den Zweigen 1, 2, 3 darf also nur ein Spannungsgefälle von $1{,}27 - 1{,}01 = 0{,}26$ Volt stattfinden. Danach ergeben sich die Querschnitte der betreffenden Zweige

$$f_1 = \frac{20 \times 40}{57 \times 0{,}26} = 54{,}1 \text{ qmm},$$

$$f_2 = \frac{30 \times 10}{57 \times 0{,}26} = 20{,}3 \text{ qmm},$$

$$f_3 = f_{BC} - (f_1 + f_2) = 103{,}7 - (54{,}1 + 20{,}3) = 29{,}3 \text{ qmm}.$$

Das Spannungsgefälle von B bis D beträgt

$$v_{BD} = \frac{50 \times 50}{57 \times 53{,}3} = 0{,}82 \text{ Volt}.$$

Auf die von D ausgehenden Zweige entfällt also ein Gefälle von $1{,}23 - 0{,}82 = 0{,}41$ Volt. Die Querschnitte der Zweige sind somit

$$f_4 = \frac{20 \times 10}{57 \times 0{,}41} = 8{,}55 \text{ qmm},$$

$$f_5 = f_{BD} - f_4 = 53{,}3 - 8{,}6 = 44{,}7 \text{ qmm}.$$

Oft wird die Berechnung auch derart angestellt, dass man den gegebenen grössten Spannungsabfall von vornherein willkürlich auf die einzelnen Strecken vertheilt, wodurch dann natürlich auch schon die Querschnitte bestimmt sind.

Die oben durchgeführte Rechnungsmethode leistet der Anschauung sehr gute Dienste, wenn es sich um den in der Praxis nicht seltenen Fall handelt, eine rasche annähernde Schätzung des Aufwandes an Leitungsmaterial für eine bestimmte Leitungsanlage zu treffen. Bei einiger Erfahrung wird es leicht sein, die fiktive Leitungslänge, d. i. den Abstand des sogenannten Leitungsmittelpunktes des Leitungssystems vom Anfangspunkte abzuschätzen, sodass sich bei Annahme eines bestimmten maximalen Spannungsgefälles die Menge des Leitungsmetalles rasch berechnen lässt.

Für den schnellen praktischen Gebrauch ist es auch oft vortheilhaft, die Querschnitte der Leitungen einfach nach der Lampenanzahl zu bestimmen. Wirken im ganzen Systeme N Lampen zu je i Ampère Stromstärke, so beträgt der Querschnitt mit Beziehung auf die fiktive Leitungslänge (λ) beim Spannungsgefälle v

$$f = \frac{\lambda i N}{k v} \sim \left(\frac{\lambda i}{60 v}\right) N,$$

wo k die auf Quecksilber bezogene Leitungsfähigkeit des Kupfers bedeutet, welche zur Abrundung gleich 60 gesetzt werden mag.

Der Ausdruck $\frac{\lambda i}{60 v}$ giebt die Querschnittsfläche, die auf eine Lampe entfällt, an. Die Querschnitte der einzelnen Zweige sind dann einfach derart zu ermitteln, dass man die nach obigem Ausdrucke auf eine Lampe entfallende Querschnittsgrösse mit der Anzahl der im betreffenden Zweige betriebenen Lampen multiplicirt.

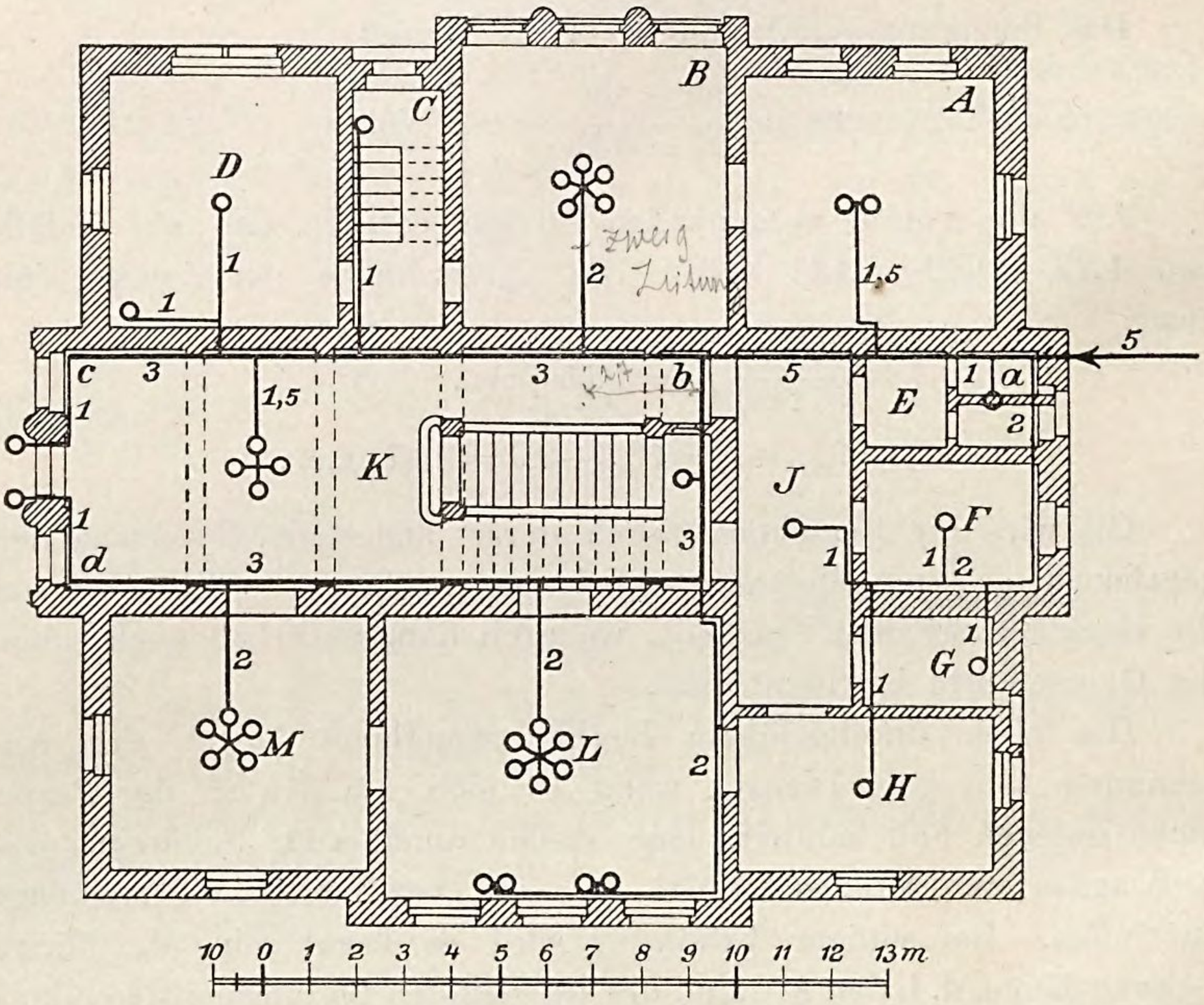


Fig. 133.

Zur Verdeutlichung führen wir noch ein ganz einfaches Beispiel einer kleinen Hausbeleuchtungsanlage an.

Die Skizze Fig. 133 zeigt uns die Situation, die Lampenzahlen in den einzelnen Räumen und die Länge der erforderlichen Leitungen. Der Strom tritt bei a ein.

Wir setzen voraus, dass lauter gleiche Glühlampen zu je 0,6 Ampère angewendet werden. Wir lassen in den zu den einzelnen Lampen oder Lampengruppen führenden Zweigleitungen ein

maximales Gefälle von 0,5 Volt zu. Da keine dieser Zweigleitungen (immer Hin- und Rückleitung zusammen) länger als 23 m ist, so können wir mit Sicherheit, in keinem Zweige mehr Gefälle, als 0,5 Volt zu erreichen, setzen

$$f = \frac{23 \times 0{,}6}{57 \times 0{,}5} \sim 0{,}5 \text{ qmm}$$

für jede Lampe. Durch einfache Multiplikation dieses Querschnittes mit der betreffenden Lampenzahl erhalten wir die Querschnitte der einzelnen Zweigleitungen.

In der Praxis ist man natürlich nicht in der Lage, genau den so berechneten Querschnitt anzuwenden, da nur eine beschränkte Anzahl gangbarer Drahtsorten verfügbar ist. Man nimmt daher die gangbaren Drähte, deren Querschnitte den berechneten Werthen am nächsten stehen. Die unserem Falle entsprechenden Drahtdurchmesser sind den betreffenden Zweigen in der Fig. 133 beigeschrieben. Es handelt sich nun darum, die Querschnitte der Hauptstränge ab, bc und bd zu berechnen.

Wir denken uns die Summe der längs eines Stranges abgezweigten Lampen im sogenannten Leitungsmittelpunkte des Stranges wirkend und erhalten den Abstand dieses Punktes von b in

$$\text{bc: } \lambda_1 = \frac{2{,}7 \times 5 + 7{,}5 \times 1 + 9{,}7 \times 4 + 10{,}5 \times 2 + 13{,}5 \times 1}{5 + 1 + 4 + 2 + 1}$$

$$\lambda_1 \sim 6\,,$$

$$\text{bd: } \lambda_2 = \frac{2{,}5 \times 1 + 5 \times 4 + 8{,}6 \times 6 + 14{,}5 \times 5 + 18{,}5 \times 1}{1 + 4 + 6 + 5 + 1}$$

$$\lambda_2 \sim 9\,.$$

Beide Stränge zusammengesetzt ergeben

$$\lambda_3 = \frac{6 \times 13 + 9 \times 17}{28} \sim 7\,.$$

Hierzu kommt das Stück $ab = 7$, so dass wir als fiktive Leitungslänge erhalten

$$\lambda = 14\,.$$

Lassen wir in den Hauptsträngen ein maximales Gefälle von 0,3 Volt zu, so ergiebt sich der Querschnitt des Stranges ab mit

$$f_{ab} = \frac{14 \times (13 + 17) \times 0{,}6}{57 \times 0{,}3} = \frac{14 \times 30 \times 0{,}6}{57 \times 0{,}3} = 14{,}8 \text{ qmm}\,.$$

Auf bc entfallen davon

$$f_{bc} = \frac{14{,}8 \cdot 13}{30} = 6{,}4 \text{ qmm},$$

auf bd

$$f_{bd} = \frac{14{,}8 \cdot 17}{30} = 8{,}4 \text{ qmm}.$$

Die auf gangbare Drahtsorten abgerundeten Werthe der entsprechenden Durchmesser sind in Fig. 133 eingeschrieben.

3. Bedingungen für die Dimensionirung der Leitungen.

Die Bestimmung der Leitungsdimensionen ist an eine Anzahl von Bedingungen geknüpft, deren relative Bedeutung allerdings je nach dem besonderen Charakter der Leitungsanlage wechselt, welche jedoch niemals ausser Acht gelassen werden dürfen.

Die hervorragendsten dieser Bedingungen sind gegeben durch die Rücksichtnahme auf:

a) die Erwärmung der Leitungen durch den Strom;

b) die mechanischen Eigenschaften des Leitungsmaterials;

c) die Funktion der Lampen und sonstigen Apparate;

d) die wirthschaftlichen Verhältnisse der Anlage und des Betriebes.

a) Die Erwärmung der Leitungen.

Die durch den Durchgang des Stromes durch einen Leiter hervorgerufenen Wärmeerscheinungen sind bereits an anderer Stelle einer ausführlichen Besprechung unterzogen worden, und es bleibt hier nur noch zu bemerken, dass man sich dieselben bei der Dimensionirung der Leitungen stets vor Augen zu halten hat. Unter dieser Voraussetzung bedarf es keiner weiteren Erklärung, dass man für eine und dieselbe Leistung eine Luftleitung anders dimensioniren wird als eine unterirdische oder im Wasser verlegte Leitung, eine blanke anders als eine bedeckte, u. s. w.

In jedem Falle wird man eine bestimmte Maximalsteigerung der Temperatur der Leitung festsetzen und wird dann nach bekannten Grundsätzen jenen Minimalwerth des Durchmessers bestimmen können, welcher der gestellten Bedingung entspricht. Der so gefundene Werth wird in den meisten Fällen nicht dem thatsächlich zu ver-

wendenden Querschnitte entsprechen, da letzterer noch anderen Bedingungen genügen muss; aber er giebt jene Grenze an, welche der Durchmesser auf keinen Fall unterschreiten darf.

b) Die mechanischen Eigenschaften des Leitungsmateriales.

Neben der Erwärmung sind bei der Dimensionsbestimmung die mechanischen Eigenschaften des Leitungsmateriales zu berücksichtigen. Der Querschnitt der Leitungen muss so bemessen werden, dass die mechanische Festigkeit der letzteren den äusseren Einflüssen auf die Dauer genügenden Widerstand entgegensetzen kann.

Eine freie Luftleitung z. B., welche allen Witterungseinflüssen ausgesetzt ist, wird unter einer bestimmten Querschnittsgrösse nicht ausgeführt werden können, selbst wenn ein viel kleinerer Querschnitt den elektrischen Bedingungen genügen würde.

In manchen Fällen kann auch eine Maximalgrenze in Erwägung zu ziehen sein. Würden z. B. die Leitungen über eine gewisse Querschnittsgrösse hinaus zu steif ausfallen und dadurch etwa die Transportfähigkeit beeinträchtigt oder die Verlegungsarbeiten erschwert werden, so könnte eine Auflösung der Leitung in mehrere dünnere Stränge geboten sein.

In allen Fällen wird es eine Aufgabe des ausführenden Praktikers sein, die besonderen Verhältnisse abzuwägen und in Rechnung zu ziehen.

c) Die Rücksichtnahme auf die Funktion der Lampen.

Vom theoretischen Standpunkte aus betrachtet ist jenes Leitungssystem vollkommen, welches die Gleichheit der Potentiale an den Klemmen aller Lampen oder sonstigen eingeschalteten Apparate sichert.

In der Praxis ist die vollkommene Erfüllung dieser Forderung unmöglich.

In erster Linie ist es gar nicht möglich, Lampen von absoluter Gleichheit zu erhalten.

Selbst wenn dieselben noch so sorgfältig sortirt werden, sind die Widerstände der einzelnen Lampen einer Sorte, und daher auch die zum Betriebe mit gleicher Leuchtkraft erforderlichen Spannungen an den Klemmen derselben nicht vollkommen gleich.

Ebenso schreitet die im Laufe der Zeit eintretende Abnahme der Leuchtkraft und die Trübung der Lampen nicht bei allen gleich-

mässig fort, so dass, selbst bei anfänglicher Gleichheit bald Unterschiede in den Lampen sich bemerkbar machen müssen.

Die oben aufgestellte theoretische Forderung ist somit schon in Folge der normalen Beschaffenheit der Lampen unerfüllbar.

Ferner ist es auch nicht möglich, die Leitungen so einzurichten, dass gar keine Unterschiede in den Spannungen an den einzelnen Punkten und somit auch in den Betriebszuständen der Lampen vorhanden wären.

Diesen Unvollkommenheiten gegenüber kommt uns unser Auge selbst zu Hülfe. Die Empfindlichkeit desselben ist nämlich eine beschränkte, so dass es kleine Unterschiede in der Lichtstärke nicht mehr wahrnimmt.

Da die Differenzen in der Lichtstärke der Lampen in den Spannungsunterschieden ihren Grund haben, so werden letztere innerhalb jener Grenzen vollkommen statthaft sein, innerhalb welcher die durch sie herbeigeführten Aenderungen der Lichtstärke nicht wahrgenommen werden können.

Die Praxis hat gelehrt, dass die genannten Grenzen durch beiläufig 2 bis 3 % der normalen Lampenspannung gegeben sind, und dass dieser Werth auch noch überschritten werden kann, wenn die Lampen nicht gleichzeitig übersehen werden können.

Wenn daher eine Beleuchtungsanlage derart ausgeführt wird, dass in derselben die maximal möglichen Spannungsunterschiede innerhalb der angedeuteten Grenzen liegen, so muss dieselbe unter sonst richtigen Verhältnissen als zweckentsprechend bezeichnet werden.

Der erörterte Gesichtspunkt giebt eine der wichtigsten Bedingungen für die Dimensionirung der Leitungen, denn durch denselben ist die Wahl des grössten zulässigen Spannungsgefälles für ein Leitungsstück ohne künstliche Regulirung bestimmt.

Ist in einer Anlage stets dieselbe Anzahl von Lampen in Betrieb, oder ist, mit anderen Worten, die Belastung konstant, so hat man einfach festzusetzen, dass das grösste Spannungsgefälle, welches in der Leitung vorkommen kann, die als zulässig erachtete Grenze nicht überschreite. Durch diese Annahme sind die Dimensionen bestimmt, sobald die Stromvertheilung bekannt ist.

Nicht so einfach gestaltet sich die Wahl des Spannungsgefälles, wenn die Belastung der Leitungspartie veränderlich ist, d. h. wenn die Zahlen der zu verschiedenen Zeiten eingeschalteten Lampen

verschieden sind. In diesem Falle muss das Spannungsgefälle so gewählt werden, dass die Spannungsunterschiede auch bei den verschiedensten Belastungen die als zulässig erachtete Grenze nicht überschreiten.

Es ist somit im Zusammenhange mit dieser Frage ein Begriff zu erörtern, der bei der Dimensionsbestimmung von maassgebender Bedeutung ist. Denken wir uns zu diesem Zwecke vor der Hand ein Leitungssystem gegeben, welches so dimensionirt ist, dass ein bestimmtes maximales Spannungsgefälle eintritt, wenn alle Lampen eingeschaltet sind.

Um uns klarer ausdrücken zu können, betrachten wir den allereinfachsten Fall, welcher durch Fig. 134 dargestellt ist.

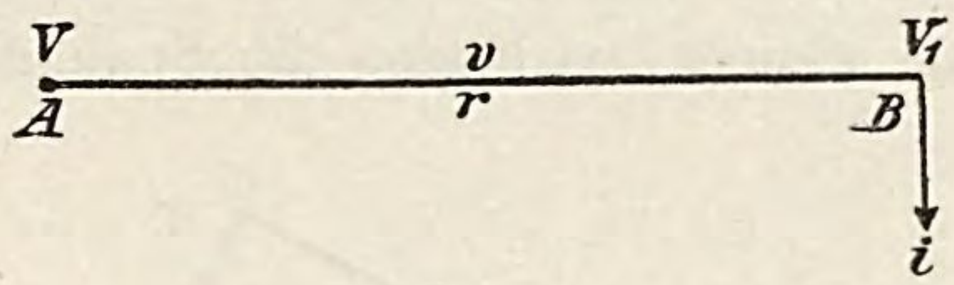


Fig. 134.

Dem Punkte B, in welchem i Ampère abzweigen, werde der Strom durch den Leitungsstrang A B vom Widerstande r zugeführt. Die Spannung V in A werde beständig konstant gehalten, die Spannung in B muss somit betragen:

$$V_1 = V - i\,r = V - v. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

Denken wir uns nun in B so viele Lampen abgeschaltet, dass nur $\frac{i}{n}$ Ampère den Leiter durchfliessen. Die Spannung in B wird dann sein:

$$V'_1 = V - \frac{i}{n}\,r = V - \frac{v}{n}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

Man sieht, dass im zweiten Falle die Spannung in B grösser als früher, und zwar um so grösser sein muss, je grösser n ist, d. h. je mehr Lampen ausgeschaltet werden. Wenn wir nun festsetzen, dass die Spannungsänderung zwischen der vollen und der geringsten Belastung eine bestimmte Grösse nicht überschreiten darf, so wird die Anzahl der Lampen bestimmt sein, welche man im Maximum abschalten darf. Wir sehen also, dass die Belastung unter gegebenen Verhältnissen nur eine bestimmte maximale Veränderung erleiden darf. Die Grenzen, innerhalb welcher die Belastung

schwanken darf, geben gewissermaassen ein Maass der Elasticität des Leitungsnetzes.

Wir können diese Veränderungsfähigkeit daher auch als Belastungs-Elasticität, oder aber mit einem der Beleuchtungstechnik entsprechenden Worte als Löschbarkeit bezeichnen.

Verlangt man eine bestimmte Löschbarkeit, so wird man das Spannungsgefälle entsprechend wählen müssen; denn wir ersehen aus der Gleichung

$$V'_1 = V - \frac{v}{n}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

dass die Spannungsänderung von der Grösse des für die volle Belastung gewählten Spannungsgefälles v abhängt. Je kleiner v ist, desto geringer wird der Einfluss der Abschaltung auf den Werth von V'_1 sein, desto kleiner wird also die Spannungsänderung aus-

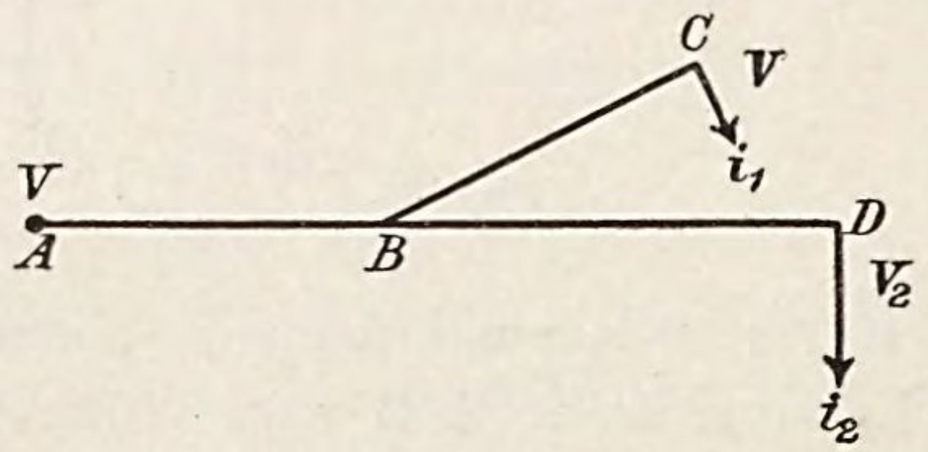


Fig. 135.

fallen. Das Leitungssystem wird also um so elastischer, bezw. die Löschbarkeit wird um so grösser, je kleiner man das Spannungsgefälle v annimmt.

Wir haben bisher nur den Einfluss der Abschaltung in einem einzigen Punkte betrachtet, ohne die Wirkung derselben auf andere Abnahmestellen zu berücksichtigen, und wir können daher die hierbei in Rede stehende Löschbarkeit als örtliche Löschbarkeit bezeichnen.

Die durch die örtliche Löschbarkeit bedingte Wahl des Spannungsgefälles ist jedoch nicht allein maassgebend, denn die Veränderungen in einem Punkte beeinflussen auch die Spannungen in anderen Punkten der Leitungsanlage. Zur Verdeutlichung dessen betrachten wir wieder das einfachste Beispiel, wie es durch Fig. 135 dargestellt wird.

Den Punkten C und D werden von dem Punkte A aus, in welchem die Spannung V konstant gehalten wird, die Ströme i_1, bezw. i_2 zugeführt.

Das durch den Strom i_1 im Leiter A B hervorgerufne Spannungsgefälle sei v_1, das im Leiter B C sei v'_1; das durch den Strom i_2 veranlasste sei v_2 in A B, und v'_2 in B D.

Die Spannungen V_1 und V_2 in C, bezw. D sind somit

$$V_1 = V - \left[v_1 + v'_1 + v_2 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 24)$$

$$V_2 = V - \left[v_2 + v'_2 + v_1 \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 25)$$

Werden nun so viele Lampen abgeschaltet, dass in C nur $\frac{i_1}{n_1}$ und in D $\frac{i_2}{n_2}$ Ampère abgenommen werden, so ergeben sich die Spannungen V'_1 und V'_2 in C, bezw. D:

$$V'_1 = V - \left[\frac{v_1 + v'_1}{n_1} + \frac{v_2}{n_2} \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 24a)$$

$$V'_2 = V - \left[\frac{v_2 + v'_2}{n_2} + \frac{v_1}{n_1} \right] . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 25a)$$

Man sieht deutlich, dass die Abschaltung in dem einen Zweige auch Aenderungen in den übrigen nach sich zieht. Die Löschbarkeit wird daher in jedem Zweige nur so weit ausgedehnt werden können, als sie mit den Löschbarkeiten in den übrigen Zweigen nicht in Widerspruch steht.

In einer gegebenen Leitungsanlage wird es eine bestimmte Belastung geben, bei welcher die maximalen Spannungsunterschiede gerade die zulässige Grenze erreichen, ohne sie jedoch zu überschreiten.

Der Vergleich dieser Belastung mit der vollen liefert uns alsdann ein Maass für die der ganzen Leitungsanlage eigene Belastungs-Elasticität oder Gesammtlöschbarkeit.

Die vorhergegangenen Gleichungen führen ferner zu dem Schlusse, dass die Gesammtlöschbarkeit um so grösser sein wird, je kleiner der in Procenten der Grundspannung ausgedrückte maximale Spannungsabfall gewählt wird.

Die Rücksicht auf die Löschbarkeit ist von maassgebender Bedeutung bei der Berechnung ausgedehnterer Netze, deren Belastung grossen Schwankungen ausgesetzt ist.

Abweichend von den bisher in Betrachtung gezogenen Fällen, kann es in der Praxis vorkommen, dass die Wahl des Spannungsgefälles verschlossen ist und ein grösserer Spannungsabfall zuge-

lassen werden muss, als den erörterten Bedingungen entsprechen würde. In solchen Fällen müssen besondere Auskunftsmittel in Anwendung gebracht werden, etwa wie in nachstehend angeführtem Beispiele.

Es sei (Fig. 136) eine konstante Anzahl von Stromabnehmern durch die Leitung AB zu speisen, welche aus irgend einem Grunde so dimensionirt ist, dass der Spannungsabfall von A bis B p% der Spannung V in A beträgt. Mit Rücksicht auf die annähernde Gleichheit der Funktion aller Stromabnehmer können wir aber beispielsweise nur einen Spannungsunterschied von β% zwischen A und B zulassen.

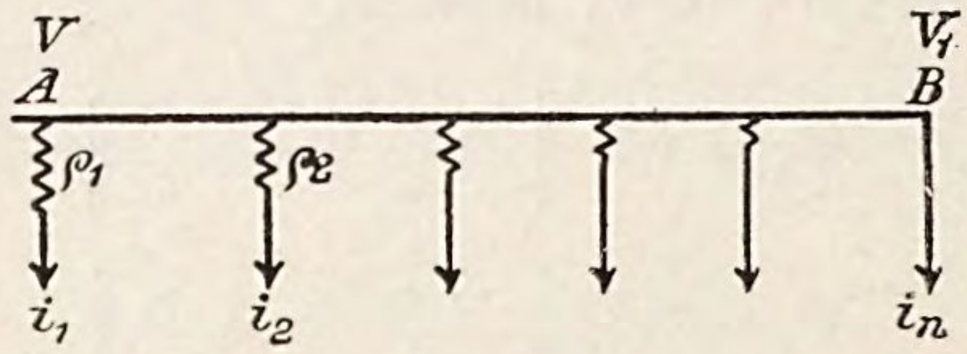


Fig. 136.

Um dies zu erreichen, legen wir in die einzelnen Abzweigungen Widerstände $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3 \ldots$, welche derart berechnet sind, dass das grösste Spannungsgefälle von den Klemmen des ersten bis zu denen des letzten Stromabnehmers nur den als zulässig erkannten Werth erreicht.

d) Wirthschaftliche Rücksichten.

Zu den technischen Rücksichten, welche für die Dimensionirung der Leitungen in erster Linie maassgebend sind, treten noch wirthschaftliche Gesichtspunkte.

Besonders in grösseren Beleuchtungsanlagen spielt nämlich der Kapitalsaufwand für die Leitungen selbst eine so wichtige Rolle, dass man sein Augenmerk darauf richten muss, die Leitungsanlage derart einzurichten, dass sie bei gleicher Zweckdienlichkeit einen möglichst geringen Kapitalsaufwand erfordert.

In dem durch die Dimensionen der Leitung bedingten Aufwande erscheinen zwei gesonderte Theilbeträge, einerseits die Kosten für die Anlage der Leitungen und andererseits die laufenden Ausgaben für die Energie, welche in den Leitungen in Form von Wärme verloren geht. Diese beiden Kostenbeträge unterliegen verschiedenen, einander widersprechenden Bedingungen. Sollen die Anlagekosten gering sein, so muss man Hauptleitungen von geringem Gewichte,

also kleinem Querschnitte verwenden; sollen dagegen die verlorenen Energiemengen klein sein, so muss man umgekehrt Leitungen von geringem Widerstande, d. h. grossem Querschnitte vorsehen. Während also mit abnehmendem Querschnitte die Anlagekosten fallen, steigen gleichzeitig die Ausgaben für die Energie. Es muss daher für jede Leitungsanlage wenigstens eine Grösse des anzuwendenden Querschnittes geben, welche die günstigste Kombination der einander widersprechenden Bedingungen ergiebt, bei welcher also die Summe der Kosten für die Leitungsanlage und der Ausgaben für die in Wärme umgesetzte Energie ein Minimum wird. Man kann diese Grösse des Querschnittes den wirthschaftlich günstigsten Querschnitt nennen.

Um denselben zu bestimmen, beziehen wir alle Ausgaben auf eine Verzinsungsperiode, also in der Regel auf die Dauer eines Jahres und ermitteln die Anlagekosten und die für Erwärmung des Netzes aufgewendeten Betriebskosten für diese Periode.

Das Anlagekapital für die Leitung ist nicht einfach proportional dem Querschnitte derselben, sondern besteht aus zwei Theilen, von denen einer von dem Leitungsquerschnitte abhängig ist, während der andere innerhalb weiter Grenzen für alle Querschnitte konstant bleibt. Dieser zweite Theil umfasst, ausser den Zuschlagskosten für die Isolirung der Leitungen, auch die Kosten der Leitungsträger bei oberirdischen, oder die der Gräben bei unterirdischen Leitungen, die Verlegungsarbeiten und dergleichen.

Nennen wir den Querschnitt f und bezeichnen wir mit a und b zwei Konstante, so lässt sich der Preis eines laufenden Meters der Leitung mit genügender Annäherung wiedergeben durch die Formel

$$a f + b .$$

Für eine Leitung von der Länge L werden somit die jährlichen Kosten der Verzinsung und Amortisation zu $p\,\%$ betragen

$$K = (a f + b) \cdot L \cdot \frac{p}{100} \cdot \quad \ldots \ldots \quad 26)$$

Da der Betrieb mit der Tageszeit, mit dem Wochentage, mit der Jahreszeit und ausserdem noch in einer vollkommen willkürlichen und unregelmässigen Weise variirt, so ist die richtige Ermittelung der jährlichen Kosten des in der Leitung auftretenden Energieverlustes nicht gerade einfach.

Nach dem Joule'schen Gesetze erfordert ein in einer Leitung vom Widerstande R Ohm während der Zeit T Stunden fliessender Strom J Ampère einen Arbeitsaufwand von

$$\frac{J^2 R}{736} \cdot T \text{ Pferdekraftstunden.}$$

Da für die vorliegende Leitung R konstant ist, ist die Aufgabe darauf zurückgeführt,

entweder für eine angenommene Stromstärke J_1 die zugehörige Zeit T_1 in Stunden,

oder für eine angenommene Brenndauer T_2 die zugehörige Stromstärke J_2 Ampère

derart zu bestimmen, dass die während der Zeiten T_1 oder T_2 konstant wirkenden Energiemengen $J^2_1 . R$ oder $J^2_2 . R$ denselben Energieverlust bewirken, welchen der wirkliche, fortwährend wechselnde Betrieb während eines Jahres hervorruft. Angenommen, wir hätten nach einer der später zu erörternden Methoden den Energieverlust ermittelt und allgemein gleich J^2R gefunden. Dann betragen die Kosten für die auf das Netz verwendete Arbeitsleistung

$$\ddot{U} = \frac{J^2 R}{736} \cdot T \cdot s, \quad \ldots\ldots\ldots 27)$$

wenn s der Preis einer effektiven Pferdekraftstunde ist.

Ersetzen wir in vorstehender Gleichung den Widerstand R durch $\frac{L}{kf}$, so geht dieselbe über in

$$\ddot{U} = \frac{J^2 \cdot L \cdot T \cdot s}{736 \cdot k} \cdot \frac{1}{f} \cdot \ldots\ldots\ldots 27a)$$

Die jährlichen Gesammtkosten betragen also

$$K + \ddot{U} = (af + b) \cdot L \cdot \frac{p}{100} + \left(\frac{J^2 \cdot L \cdot T \cdot s}{736 \,.\, k}\right) \frac{1}{f} \cdot \ldots 28)$$

Wir sehen, dass für die betrachtete Leitung alle Grössen dieses Ausdruckes mit Ausnahme von f konstant sind. Der wirthschaftliche Querschnitt wird also jener sein, dessen Werth die obige Summe zu einem Minimum macht. Dies tritt dann ein, wenn

$$\frac{d(K + \ddot{U})}{df} = 0 \text{ oder } \frac{aLp}{100} - \frac{J^2 L T s}{736 k} \cdot \frac{1}{f^2} = 0 \ldots 29)$$

Aus dieser Gleichung folgt der Werth des wirthschaftlich günstigsten Querschnittes

$$f = J \cdot \sqrt{\frac{100\,T \cdot s}{736\,a\,k\,p}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 29a)$$

Setzt man diesen Werth von f in die Gleichungen für K und Ü ein, so erhält man

$$K = J \cdot L \cdot \sqrt{\frac{T \cdot s \cdot a \cdot p}{100 \cdot 736 \cdot k}} + \frac{b\,L\,p}{100} \quad . \quad . \quad . \quad 26a)$$

und

$$\ddot{U} = J \cdot L \cdot \sqrt{\frac{T \cdot s \cdot a \cdot p}{100 \cdot 736 \cdot k}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 27b)$$

und bemerkt, dass die Ausgaben für den Energieverlust gerade gleich sind dem Aufwande an Verzinsung und Amortisation für jenen Theil des Anlagekapitals, welcher dem Leitungsquerschnitte proportional ist.

Wir können somit jene Querschnittsgrösse als die wirthschaftlich günstigste bezeichnen, für welche die Verzinsung und Amortisation des dem Gewichte des nackten Leitungsmateriales proportionalen Theiles des Anlagekapitals gerade den jährlichen Ausgaben für den in der Leitung auftretenden Energieverlust gleichkommt.

Die Ermittelung des jährlichen Energieverlustes.

Wenn wir für ein bestimmtes Kabel vom Widerstande R den im Laufe eines Jahres durch den beständig wechselnden Konsumstrom i bewirkten Energieverlust ermitteln wollen, so müssen wir eigentlich den Werth des Integrales $\int i^2 dt$ bestimmen. Da es sich jedoch im vorliegenden Fall nur um die Schätzung künftiger Betriebsresultate handelt, so genügt es, wenn wir durch Schätzung annehmen, dass

in t_1 Stdn. d. ganzen Betriebsperiode T der Strom i_1 für n_1 Normallampen,
„ t_2 „ „ „ „ „ „ „ i_2 „ n_2 „
„ t_3 „ „ „ „ „ „ „ i_3 „ n_3 „

das Kabel durchfliesst.

Der gesammte Energieverlust wird dann sein

$$R\,(i_1^2\,t_1 + i_2^2\,t_2 + i_3^2\,t_3 + \ldots) = Ri^2\,(n_1^2\,t_1 + n_2^2\,t_2 + n_3^2\,t_3 + \ldots) \quad 30)$$

und der in Klammern eingeschlossene variabele Theil desselben wird einer fiktiven Stromstärke J_N oder Lampenzahl N entsprechen, welche sich aus den Definitionsgleichungen

$$J_N^2 T = i_1^2 t_1 + i_2^2 t_2 + i_3^2 t_3 + \ldots \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 31)$$

bezw.

$$N^2 T = n_1^2 t_1 + n_2^2 t_2 + n_3^2 t_3 + \ldots \quad . \quad . \quad . \quad 31a)$$

ergeben.

Unsere Aufgabe wird sich also darauf reduciren, für diese fiktive Lampenzahl N, welche bei dauernder Einschaltung während der ganzen Betriebsperiode T denselben Energieverlust hervorrufen würde, welcher unter dem Einflusse des beständig an Stärke wechselnden Stromes i im Kabel auftritt, genügend enge Grenzwerthe[1]) zu finden.

Zu einem praktischen Maximalwerthe von N gelangen wir, wenn wir die Definitionsgleichung für N in der Form

$$N^2 T = n_1^2 t_1 + n_2^2 t_2 + n_3^2 t_3 + \cdots = n_1 \cdot n_1 t_1 + n_2 \cdot n_2 t_2 + n_3 \cdot n_3 t_3 + \cdots \quad 31b)$$

schreiben und statt der einzelnen Faktoren n_1, n_2, n_3, . . . die Zahl der maximal gleichzeitig brennenden Lampen, n_{max}, einführen:

$$N_{max}^2 T = n_{max} \cdot (n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \cdots) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32)$$

Der in Klammern gesetzte Ausdruck ist aber nichts anderes als die Gesammtzahl der in der Betriebsperiode T gelieferten Lampenbrennstunden; er mag deshalb ersetzt werden durch den Ausdruck

$$M T = n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \cdots, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 33)$$

in welchem M jene fiktive Lampenzahl bedeutet, welche bei ununterbrochener Funktion während der ganzen Betriebsperiode T die thatsächlich auftretende Zahl der Lampenbrennstunden ergeben würde.

Aus den beiden Gleichungen folgt

$$N_{max}^2 T = n_{max} \cdot (M T) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32a)$$

oder

$$N_{max} = \sqrt{M n_{max}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32b)$$

als der obere Grenzwerth von N.

In ähnlicher Weise würde sich der untere Grenzwerth von N aus der Beziehung

---

[1]) A. T. Snell, Journ. Soc. Tel. Eng. and El. *14*, S. 389. 1885.

$$N_{min}^2 \, T = n_{min} \cdot (M \cdot T) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 33)$$

finden lassen.

Während aber n_{max} in den meisten Fällen genau gegeben sein wird, da das Kabel für eine bestimmte Zahl maximal gleichzeitig brennender Lampen dimensionirt werden soll, werden zur Schätzung von n_{min} nur wenige Anhaltspunkte gegeben sein. Damit wir nun diesen Werth nicht vollkommen willkürlich wählen, wird es sich empfehlen, denselben in Beziehung zur Zahl der Lampenbrennstunden zu bringen und z. B.

$$n_{min} = \frac{n_1 t_1 + n_2 t_2 + n_3 t_3 + \cdots}{t_1 + t_2 + t_3 + \cdots} = \frac{M T}{t} \quad . \quad . \quad . \quad 34)$$

zu wählen.

In dieser Gleichung wäre eigentlich $t = T$ zu setzen, so dass $N_{min} = M$ werden würde; da aber der Haupttheil der Lampenbrennstunden während der in der gesammten Betriebszeit T enthaltenen Abend- und Nachtstunden t geliefert wird, so wird man einen zweiten Minimalwerth von N aus der Gleichung

$$N_{min}^2 \, T = n_{min} \cdot (M \, T) = \frac{M^2 \, T^2}{t},$$

$$N_{min} = M \sqrt{\frac{T}{t}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 33a)$$

erhalten. Dieser Werth wird etwas grösser als der erste sein, wird also etwas engere Grenzen für N ergeben. Für die Praxis genügt es vollkommen, $t = \frac{T}{2}$ zu setzen, so dass die praktischen Grenzwerthe von N sein werden:

$$N_{max} = \sqrt{M n_{max}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 32b)$$

$$N_{min} = M \sqrt{\frac{T}{t}} = M \sqrt{2} \, . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 33b)$$

Zum besseren Verständniss der Formeln wollen wir die Ermittelung der Grenzwerthe für den Fall eines Kabels durchführen, welches gleichzeitig maximal 200 Lampen speiste und dabei 960 Lampenbrennstunden in 24 Stunden ergab. Wir fassen hierbei nur eine tägliche Betriebsperiode in's Auge, für welche $T = 24$ Stunden ist.

Es ist dann

$$M = \frac{960}{24} = 40 \text{ Lampen}$$

und die gelieferte Licht- oder Strommenge wird dieselbe sein, als ob während des ganzen Tages 40 Lampen in Funktion gewesen wären.

Der Energieverlust aber ist so gross, als ob während der ganzen 24 Stunden N Lampen eingeschaltet gewesen wären, wobei N nicht grösser sein kann, als

$$N_{max} = \sqrt{M n_{max}} = \sqrt{40 \cdot 200} = 89 \text{ Lampen}$$

und nicht kleiner sein kann als

$$N_{min} = M \sqrt{2} = 40 \sqrt{2} = 56 \text{ Lampen.}$$

Thatsächlich könnten z. B. geleuchtet haben:

200	Lampen	während	$^1/_2$	Stunde,	entsprechend	100	Lampenbrennstunden
180	-	-	2	Stunden,	-	360	-
130	-	-	2	-	-	260	-
60	-	-	2	-	-	120	-
30	-	-	4	-	-	120	-
					Es wären dann in Summa also	960	Lampenbrennstunden

geliefert worden und der wahre Werth von N hätte sich aus der Beziehung

$$N = \sqrt{\frac{200^2 \cdot 0{,}5 + 180^2 \cdot 2 + 130^2 \cdot 2 + 60^2 \cdot 2 + 30^2 \cdot 4}{24}} = 73 \text{ Lampen}$$

ergeben.

Sollten die auf die beschriebene Weise gefundenen Grenzen zu weit sein, so erlauben es oft die Verhältnisse, die Lampen der betreffenden Leitung in zwei Gruppen zu theilen und aus irgend welchen Angaben die Werthe N_1, N_2 und M_1, M_2 für diese Gruppen zu berechnen. Es lässt sich dann zeigen, dass der gesammte Strom proportional der Lampenzahl

$$M = M_1 + M_2$$

ist, und dass der gesammte Energieverlust proportional der Lampenzahl N ist, welche, je nachdem die beiden Gruppen gleichzeitig oder nacheinander brennen, zwischen den Grenzen

$$N_{max} = N_1 + N_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 34)$$

und

$$N_{min} = M_1 + M_2 \sqrt{\frac{T}{t}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 35)$$

liegt, wenn wir der Einfachheit halber voraussetzen, dass die Zeitdauer t für beide Gruppen den nämlichen Werth besitzt.

Wir wollen hier jedoch nicht näher auf diese Methode der Ermittelung der Grenzwerthe eingehen, sondern beschreiben im Folgenden ein anderes Näherungsverfahren zur Ermittelung des jährlichen Energieverlustes an Hand von Dr. K. Strecker's Entwickelungen[1]).

Dieses Verfahren ist zwar mit etwas mehr Arbeit verknüpft, giebt dafür aber auch etwas genauere Resultate. Dasselbe geht davon aus, dass man zunächst

$$\Sigma\,(i^2\,t) = i_{max}\,\Sigma\left[\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2 t\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 36)$$

setzt, t = einer Stunde nimmt, und nun für alle Betriebsstunden das Verhältniss der wirklichen Abgabe zur maximalen ermittelt.

Das Verhältniss $\left(\frac{i}{i_{max}}\right)$ lässt sich mit ziemlicher Annäherung an die Wirklichkeit dadurch ermitteln, dass man an Hand der Betriebsberichte von Gasanstalten oder Elektricitätswerken anderer Städte einen muthmaasslichen Betriebsbericht für einzelne charakteristische Tage aufstellt, für jede Stunde das Quadrat des Verhältnisses $\left(\frac{i}{i_{max}}\right)$ ermittelt und schliesslich die Summe aller Quadrate bildet. Es ist wohl kaum nöthig, ausdrücklich hervorzuheben, dass man diesen vorläufigen Betriebsbericht nur durch Vergleich zweier oder mehrerer Orte mit ähnlichen Lichtbedürfnissen einigermaassen richtig erhalten kann.

Zur Erläuterung der Methode wählen wir als Beispiel jene in den vier Figuren (137 bis 140) dargestellten Betriebskurven, welche O. v. Miller und W. H. Lindley[2]) in ihrem Gutachten über das Elektricitätswerk der Stadt Frankfurt am Main der Rentabilitätsberechnung zu Grunde legten. Wir setzen dabei der Einfachheit halber den Maximalstrom i_{max} für 21 000 Normallampen gleich der Einheit und erkennen aus den Tabellen und Kurven, dass dieser Strom nur am Tage des Maximalkonsums während einer Stunde das Kabel durchfliesst.

---

[1]) Vergl. Grawinkel und Strecker, Hilfsbuch für die Elektrot. 3. Aufl. S. 383. 1893.

[2]) Elektricitätswerk Frankfurt a. Main. Gutachten und Projekte von O. von Miller und W. H. Lindley. Beilage 9a. 1892.

Tabelle 43.

Zeit		Maximalkonsum 24. December		Wintermonate: November, December, Januar		Frühjahr und Herbst: Februar, März, April u. August, September, Oktober		Sommermonate: Mai, Juni, Juli	
		$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$	$\frac{i}{i_{max}}$	$\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2$
Morgen	12—1	0,170	0,0289	0,100	0,0100	0,085	0,0072	0,070	0,0049
	1—2	0,120	0,0144	0,070	0,0049	0,050	0,0025	0,050	0,0025
	2—3	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,040	0,0016	0,040	0,0016
	3—4	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,035	0,0012	0,032	0,0010
	4—5	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,035	0,0012	0,032	0,0010
	5—6	0,106	0,0112	0,060	0,0036	0,035	0,0012	0,032	0,0010
	6—7	0,260	0,0676	0,140	0,0196	0,040	0,0016	0,036	0,0013
Tag	7—8	0,440	0,1936	0,350	0,1225	0,050	0,0025	0,041	0,0017
	8—9	0,170	0,0289	0,125	0,0156	0,045	0,0020	0,041	0,0017
	9—10	0,150	0,0225	0,120	0,0144	0,045	0,0020	0,041	0,0017
	10—11	0,150	0,0225	0,120	0,0144	0,045	0,0020	0,041	0,0017
	11—12	0,150	0,0225	0,120	0,0144	0,045	0,0020	0,041	0,0017
	12—1	0,120	0,0144	0,100	0,0100	0,040	0,0016	0,041	0,0017
	1—2	0,155	0,0240	0,120	0,0144	0,040	0,0016	0,041	0,0017
	2—3	0,155	0,0240	0,125	0,0156	0,050	0,0025	0,043	0,0018
	3—4	0,240	0,0570	0,200	0,0400	0,060	0,0036	0,043	0,0018
Abend	4—5	0,670	0,4489	0,580	0,3364	0,080	0,0064	0,050	0,0025
	5—6	0,910	0,8281	0,730	0,5329	0,155	0,0240	0,055	0,0030
	6—7	1,000	1,0000	0,750	0,5625	0,350	0,1255	0,065	0,0042
	7—8	0,900	0,8100	0,730	0,5329	0,490	0,2401	0,095	0,0090
	8—9	0,620	0,3844	0,540	0,2916	0,345	0,1190	0,160	0,0256
	9—10	0,490	0,2401	0,410	0,1681	0,285	0,0812	0,210	0,0441
	10—11	0,380	0,1444	0,320	0,1024	0,150	0,0225	0,120	0,0144
	11—12	0,320	0,1024	0,220	0,0484	0,100	0,0100	0,095	0,0090
		6,994	4,5240	6,207	2,8854	2,695	0,6620	1,515	0,1406

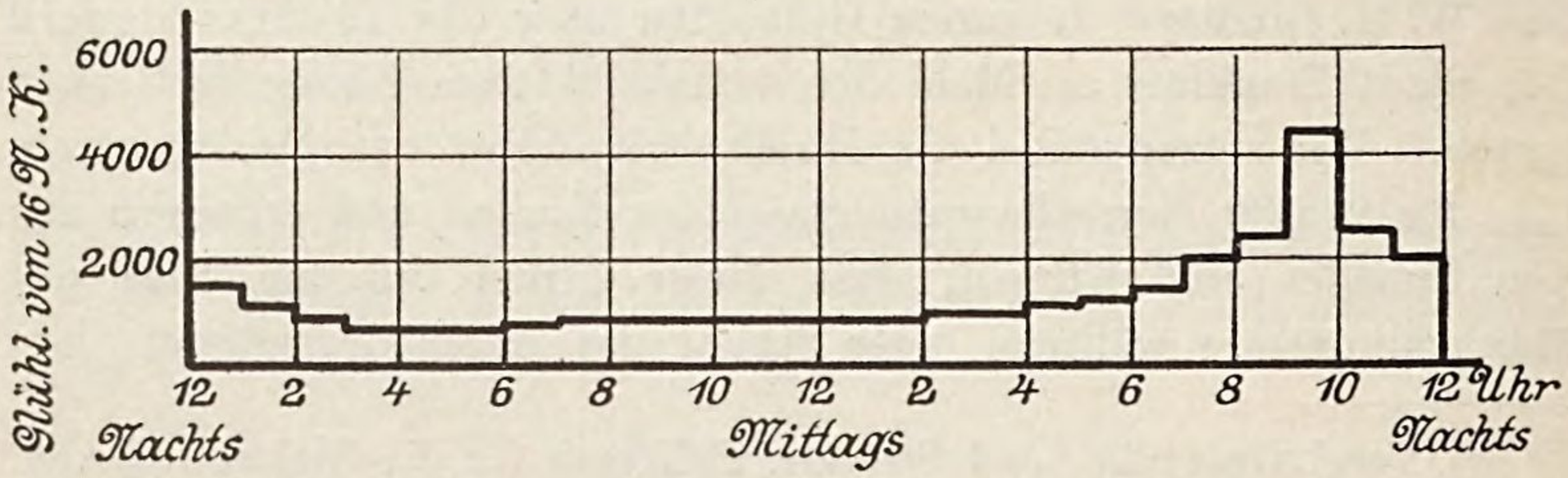


Fig. 137.

Stromabgabe in den Sommermonaten.

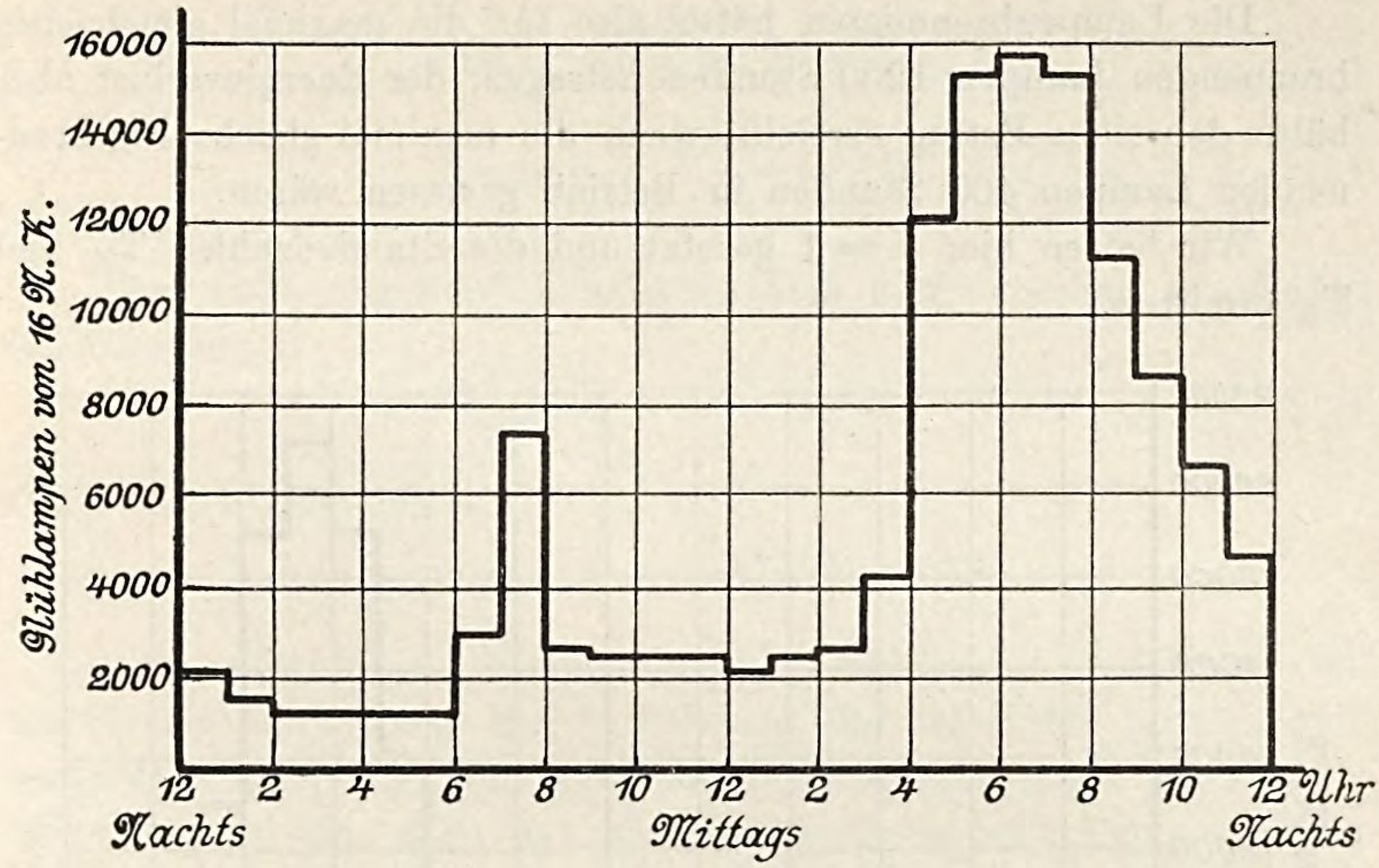


Fig. 138.
Stromabgabe in den Wintermonaten.

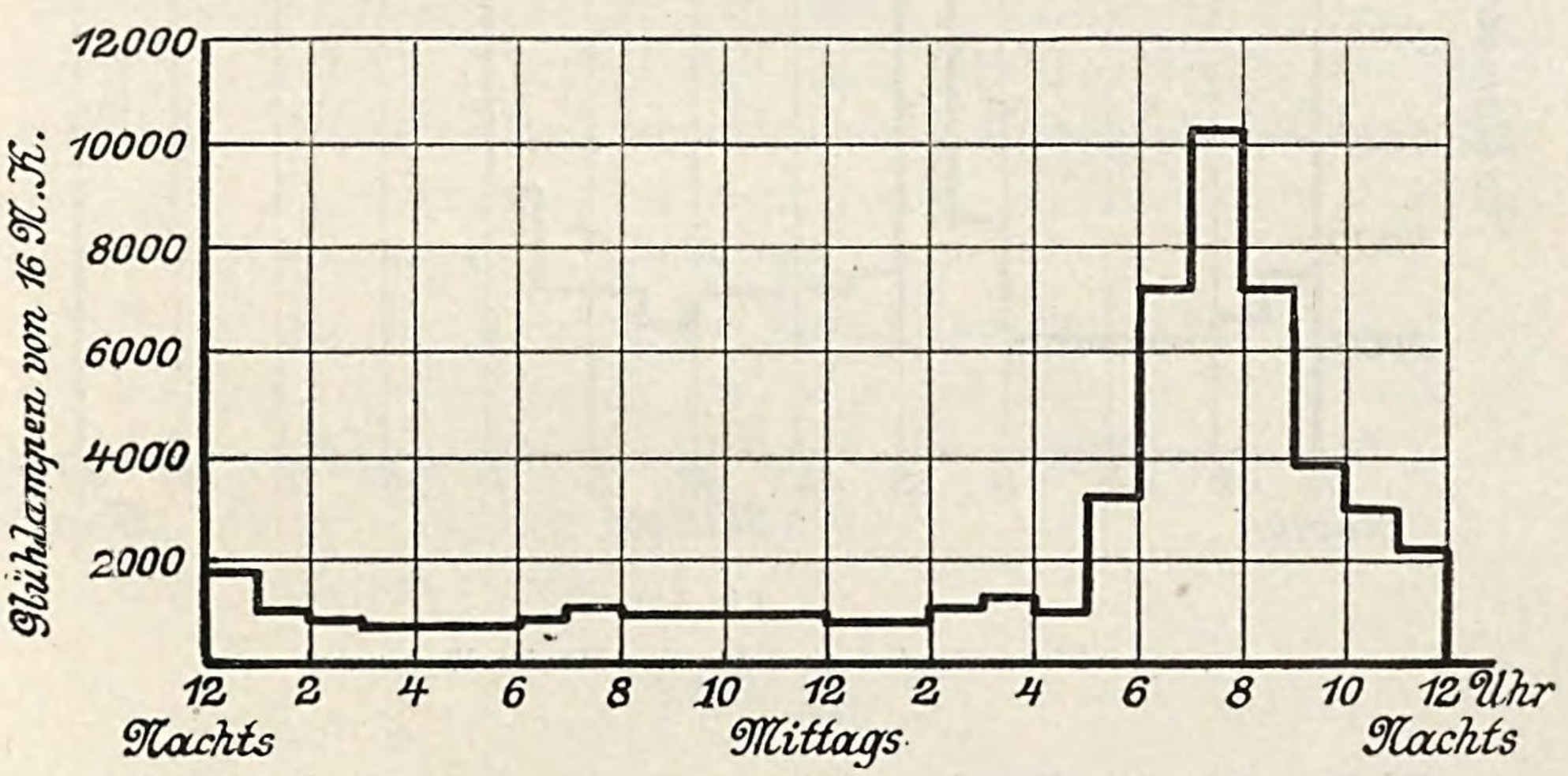


Fig. 139.
Stromabgabe im Frühjahr und Herbst.

Es ist also für das ganze Jahr und $t = 1$ Stunde

$$\Sigma \left(\frac{i}{i_{max}}\right) t = 1 \cdot 6{,}994 + 91 \cdot 6{,}207 + 181 \cdot 2{,}695 + 92 \cdot 1{,}515 \sim 1200 = J\,T_M$$

$$\Sigma \left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2 t = 1 \cdot 4{,}5240 + 91 \cdot 2{,}8854 + 181 \cdot 0{,}6620 + 92 \cdot 0{,}1406 \sim 400 =$$

$$= J^2\,T_N .$$

Die Lampenbrenndauer hätte also für die maximal gleichzeitig brennenden Lampen 1200 Stunden betragen, der Energieverlust aber hätte denselben Betrag erreicht, wenn die maximal gleichzeitig brennenden Lampen 400 Stunden in Betrieb gewesen wären.

Wir hatten hier $J = 1$ gesetzt und die Stundenzahlen T_M und T_N ermittelt.

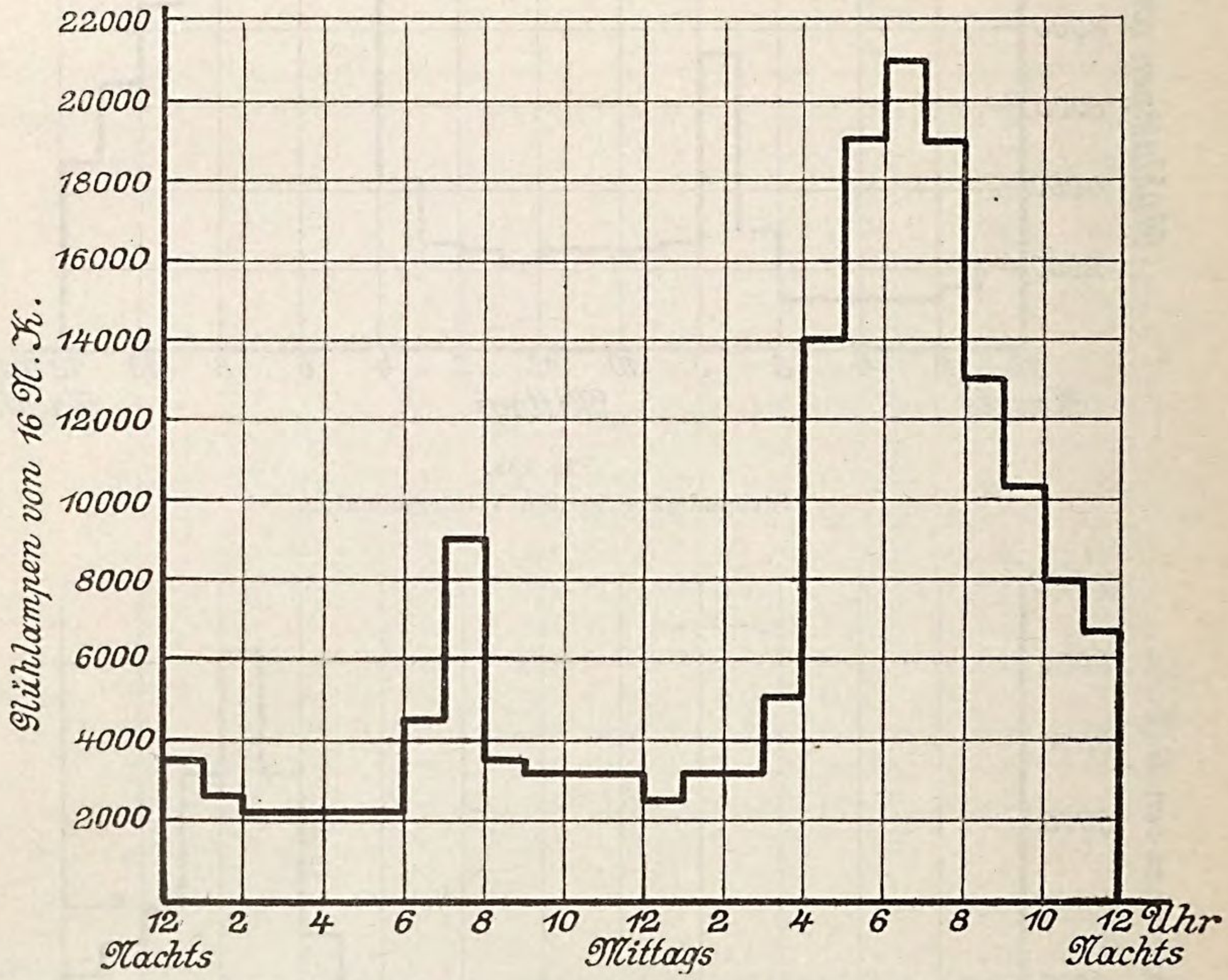


Fig. 140.

Stromabgabe am Tage des Maximalkonsums.

Wollen wir die Resultate dieses Verfahrens mit jenen des zuerst erörterten vergleichen, so müssen wir in den Beziehungen

$$\Sigma\left(\frac{i}{i_{max}}\right) = 1200 = J\,T_M = J_M \cdot T,$$

$$\Sigma\left(\frac{i}{i_{max}}\right)^2 = 400 = J^2\,T_N = J_N^2 \cdot T.$$

$T = 24 \,.\, 365$ Stunden jährlich wählen und erhalten dann

$$J_M = \frac{1200}{24 \cdot 365} = 0{,}137$$

$$J_N = \sqrt{\frac{400}{24 \cdot 365}} = 0{,}22.$$

Das zuerst angeführte Verfahren aber hätte ergeben als oberen Grenzwerth:

$$J_N = \sqrt{i_{max} \cdot J_M} = \sqrt{1 \cdot 0{,}137} = 0{,}370$$

als unteren Grenzwerth:

$$J_N = J_M \sqrt{2} = 0{,}137 \sqrt{2} = 0{,}194.$$

Man erkennt die Uebereinstimmung der beiden Methoden, bemerkt aber auch, dass die Ermittelung der im Kabel nutzlos verausgabten Energie so sehr auf einer mehr oder weniger glücklichen Schätzung beruht, dass es sehr wohl zulässig erscheint, den auf Grund dieser Schätzung ermittelten wirthschaftlich günstigsten Querschnitt etwas zu verstärken, wenn in Folge hohen Spannungsverlustes unerwünschte Schwierigkeiten der Regulirung auftreten sollten. Dies besagt mit anderen Worten, dass man die Berechnung des wirthschaftlichen Querschnittes nur dann als ausschlaggebend betrachten darf, wenn nicht wichtigere technische Rücksichten eine Aenderung dieses Querschnittes erheischen. —

Wenn wir die Summe der Kosten für den Energieverlust und der Auslagen für Verzinsung und Amortisation als Funktionen des Spannungsgefälles ausdrücken, können wir auch einen wirthschaftlich günstigen Verlustsatz ermitteln.

Dem Früheren zufolge ist

$$\ddot{U} = \frac{J^2 R T s}{736}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 27)$$

Nach dem Ohm'schen Gesetze ist aber

$$J R = V$$

und demnach

$$\ddot{U} = \frac{J T s}{736} V. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 37)$$

Ebenso erhalten wir aus der Gleichung

$$K = (a f + b) \frac{p L}{100} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 26)$$

unter Berücksichtigung, dass

$$J\,R = V \text{ und } R = \frac{L}{k\,f}$$

ist, die Beziehung

$$K = \frac{a\,p\,J\,L^2}{100\,k \cdot V} + \frac{b\,p\,L}{100} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 38)$$

Wir werden jenen Werth des Spannungsgefälles V als wirthschaftlich bezeichnen, welcher die Summe

$$K + \ddot{U} = \frac{a\,p\,J\,L^2}{100\,k\,V} + \frac{b\,p\,L}{100} + \frac{J\,T\,s}{736}\,V \quad . \quad . \quad . \quad 39)$$

zu einem Minimum macht.

Dieser Bedingung entspricht der Werth:

$$V = L\sqrt{\frac{736\,a\,p}{100\,k\,T\,s}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40)$$

Die gefundenen Ausdrücke für den wirthschaftlichen Querschnitt und Spannungsverlust zeigen uns sofort, dass die Grösse des ersteren von der Länge der Leitung, die Grösse des letzteren von der Stromstärke und von der Spannung an den Verbrauchsstellen unabhängig sind.

Ueber den Einfluss der übrigen Grössen auf die beiden Werthe giebt uns eine graphische Darstellung deutlichen Aufschluss.

Zu diesem Zwecke gehen wir bezüglich des wirthschaftlichen Querschnittes von den beiden Gleichungen aus:

$$K = (a\,f + b)\,\frac{L\,p}{100} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)$$

und

$$\ddot{U} = \frac{J^2\,L\,T\,s}{736\,k \cdot f} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 27)$$

Betrachten wir in denselben f und K, beziehungsweise f und Ü als zusammengehörige Koordinaten eines rechtwinkeligen Koordinatensystemes, so stellt die erste Gleichung eine Gerade (K), die letzte eine gleichseitige Hyperbel (Ü) dar, deren Asymptoten die Koordinatenaxen sind (Fig. 141).

Die Summe der irgend einer Abscisse entsprechenden Ordinaten beider Kurven stellt die Summe der Verzinsungs- und Amortisationskosten und der Ausgaben für die Energieverluste dar. Die Summe der Ordinaten wird ein Minimum im Berührungspunkte G einer zur

Geraden K parallelen Geraden P mit der Hyperbel; die zugehörige Abscisse $O\,G_1$ giebt die Grösse des wirthschaftlichen Querschnittes f an.

Die Länge der Abscisse $O\,G_1$ hängt von der Neigung der Geraden K gegen die Abscissenaxe ab, welche Neigung durch den Ausdruck $\frac{a\,p\,L}{100}$ bestimmt wird. Bei gleicher Neigung der Geraden K wird $O\,G_1$ um so kleiner, je spitzer die Hyperbel, d. h. je kleiner die Ordinate $J\sqrt{T\,s}$ des Punktes G wird. Diese Betrachtungen

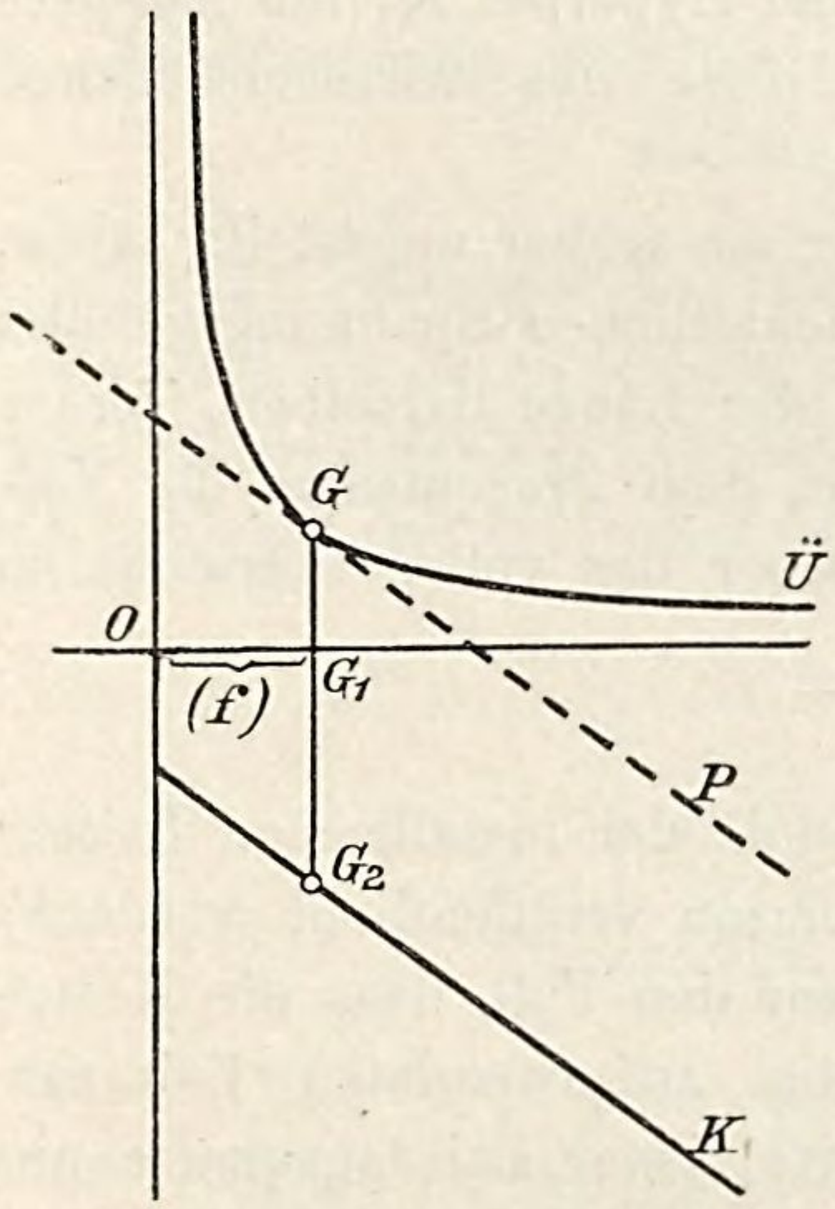


Fig. 141.

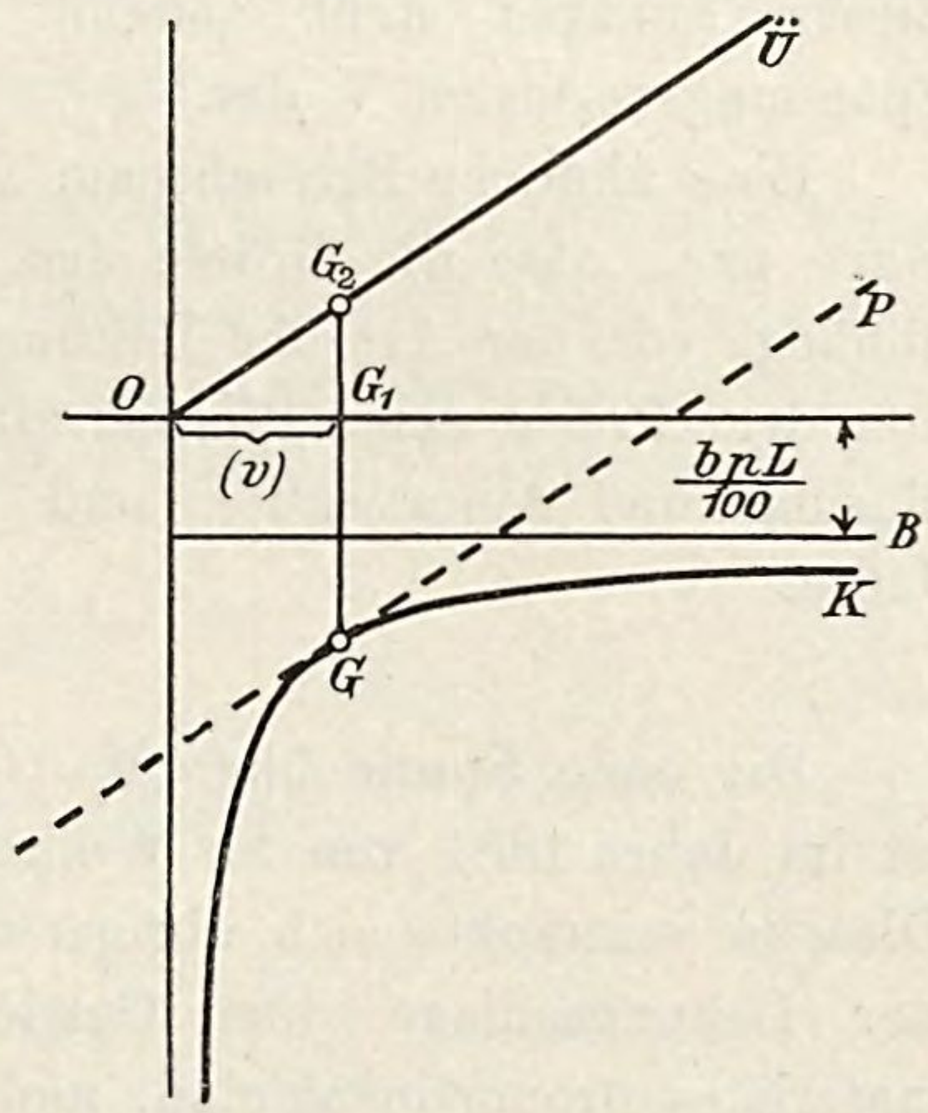


Fig. 142.

führen uns zu dem Schlusse, dass die Grösse des wirthschaftlichen Querschnitts proportional ist dem Werthe $J\sqrt{T\,s}$ und abhängt von a, d. h. von der Sorte der Leitung, und von p, d. h. von dem Procentsatze der Verzinsung und Amortisation.

Um die Veränderungen des wirthschaftlichen Spannungsverlustes zu diskutiren, stellen wir die Gleichungen

$$\ddot{U} = \frac{J\,T\,s}{736}\,V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 37)$$

und

$$K = \frac{a\,p\,J\,L^2}{100\,k\,V} + \frac{b\,p\,L}{100} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 38)$$

graphisch dar, indem wir V und Ü, bezw. V und K als zusammengehörige Koordinaten eines rechtwinkeligen Koordinatensystemes be-

trachten. Erstere Gleichung stellt eine durch den Ursprung des Koordinatensystems gehende Gerade (Ü), letztere eine Hyperbel (K) dar, deren eine Asymptote die Ordinatenaxe, deren zweite eine im Abstande $\frac{b\,p\,L}{100}$ von der Abscissenaxe zu dieser gezogene Parallele (B) ist. (Fig. 142.)

Die Summe zweier Ordinaten stellt die Summe der Kosten, die zugehörige Abscisse das entsprechende Spannungsgefälle dar. Die Ordinatensumme wird ein Minimum im Berührungspunkte G einer zu Ü parallelen Geraden P mit der Hyperbel K; die Abscisse dieses Punktes stellt sodann die Grösse des wirthschaftlichen Spannungsverlustes V dar.

Eine ähnliche Betrachtung, wie wir sie früher angestellt haben, lehrt uns, dass die Grösse des wirthschaftlichen Spannungsgefälles abhängt von der Art der Leitung, von der Länge derselben, ferner von dem Preise einer Pferdekraftstunde, dem Procentsatze für Verzinsung und Amortisation und der Dauer des vollen Betriebes im Jahre.

Die erste Studie über die „Oekonomie der metallischen Leiter“ ist im Jahre 1881 von Sir William Thomson veröffentlicht worden[1]). Dieselbe erstreckte sich übrigens nur auf den Fall, dass die Kosten der Leitungsanlage dem Gewichte des aufgewendeten Leitungsmateriales proportional sind, und besagte, jener Leitungsquerschnitt sei als wirthschaftlich zu bezeichnen, für welchen die jährlichen Zinsen und Amortisationskosten des Anlagekapitals gleich seien den Kosten des jährlichen Energieverlustes.

Dieser Grundsatz hat unter dem Namen „Regel von Thomson“ eine weite Verbreitung gefunden.

Es ist jedoch zu bemerken, dass diese Regel in ihrer vorstehend angegebenen Form nur in den allerseltensten Fällen anwendbar ist. Aber auch in ihrer Erweiterung besitzt dieselbe nicht dadurch ihren hauptsächlichen Werth, dass sie uns eine unmittelbar anwendbare Rechnungsmethode liefern würde; ihre thatsächliche Bedeutung liegt vielmehr nur in der durch sie veranlassten Aufhellung der Gesichtspunkte, auf welche man im wirthschaftlichen Interesse Rücksicht zu nehmen hat.

---

[1]) W. Thomson, British Ass. Reports, S. 518 u. 526. 1881.

In der Praxis sind in erster Linie die von Fall zu Fall sich ändernden technischen Bedingungen entscheidend und derart bestimmend, dass die übrigen Rücksichten zurücktreten müssen.

Nur in jenen vereinzelten Fällen, in welchen die Richtigkeit der Wahl eines bestimmten Systemes bereits zweifelhaft erscheint, oder in solchen Grenzfällen, welche eine wirthschaftliche Ausführbarkeit der Anlage überhaupt in Frage stellen, gewinnt eine Rechnungsaufstellung auf der erörterten Basis eine ausschlaggebende Bedeutung.

4. Bedingung für das Minimum des erforderlichen Leitungsmetalles.

In den meisten Fällen ist die Aufgabe der Dimensionirung eines Leitungsnetzes durch technische Bedingungen bereits soweit bestimmt, dass das gegenseitige Abwägen des maximalen Spannungsverlustes und der nach den erörterten Grundsätzen bestimmten wirthschaftlichen

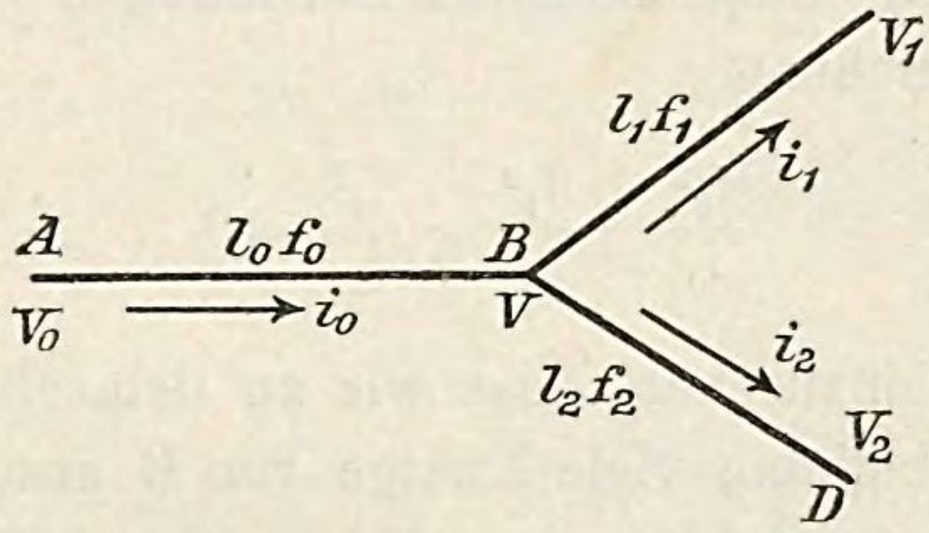


Fig. 143.

Leitungsquerschnitte ausgeschlossen ist. In solchen Fällen beschränkt sich die Aufgabe darauf, die Querschnitte so zu bestimmen, dass die Menge des aufzuwendenden Leitungsmetalles ein Minimum werde.

Zur Feststellung der Bedingungen, welchen zur Erfüllung dieser Forderung genügt werden muss, betrachten wir eine ganz einfache, verzweigte Leitung (Fig. 143).

Es seien die Längen l_0, l_1, l_2 der einzelnen Leitungsstränge, die Ströme i_0, i_1, i_2 in denselben und die Spannungen V_0, V_1, V_2 an den äusseren Enden der Aeste gegeben; und es seien die Querschnitte f_0, f_1, f_2 so zu bestimmen, dass das Volumen des aufzuwendenden Leitungsmetalles ein Minimum werde.

Bezeichnen wir mit V die unbekannte Spannung in einem

Zwischenpunkte B, so können wir nach dem Ohm'schen Gesetze folgende Gleichungen aufstellen:

$$V_0 - V = \frac{i_0 l_0}{k f_0} \text{ oder } V_0 - V - \frac{i_0 l_0}{k f_0} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad 41)$$

und analog

$$V - V_1 - \frac{i_1 l_1}{k f_1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41a)$$

und

$$V - V_2 - \frac{i_2 l_2}{k f_2} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41b)$$

Da in diesen drei Gleichungen vier Unbekannte erscheinen, nämlich f_0, f_1, f_2 und V, so bedürfen wir zur eindeutigen Bestimmung derselben noch einer Bedingungsgleichung. Wir erhalten dieselbe aus der Forderung, dass das Volumen

$$K = l_0 f_0 + l_1 f_1 + l_2 f_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

ein Minimum werden soll.

Führen wir die entsprechenden Rechnungen[1]) durch, so ergiebt sich die Schlussgleichung

$$\frac{f_0^2}{i_0} - \frac{f_1^2}{i_1} - \frac{f_2^2}{i_2} = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 43)$$

Es ist sofort einzusehen, dass wir zu demselben Ergebnisse gelangen, wenn wir beliebig viele Zweige von B ausgehend annehmen; ferner ist ohne Weiteres klar, dass die positiven Glieder den Zweigen entsprechen, welche dem Punkte B die Ströme zuführen, und die negativen Glieder denjenigen, welche die Ströme von B wegführen.

---

[1]) Um den Minimalwerth der Funktion K unter Berücksichtigung der durch die drei vorhergegangenen Gleichungen gegebenen Nebenbedingungen zu erhalten, führen wir drei Hilfsgrössen α, β, γ ein, indem wir eine neue Funktion S gleichsetzen:

$$S = f_0 l_0 + f_1 l_1 + f_2 l_2 + \alpha \left(V_0 - V - \frac{i_0 l_0}{k f_0}\right) + \beta \left(V - V_1 - \frac{i_1 l_1}{k f_1}\right) +$$
$$+ \gamma \left(V - V_2 - \frac{i_2 l_2}{k f_2}\right).$$

Durch Differentiation nach den einzelnen Variablen und Gleichsetzung der erhaltenen Differentialquotienten mit Null erhalten wir:

Der Gang der Rechnung bleibt auch dann derselbe, wenn wir ein beliebiges, vielfach verzweigtes Netz annehmen; wir gelangen auch dann, wie Giorgio Santarelli[1]) nachgewiesen hat, zu derselben Beziehung für die einzelnen Knotenpunkte.

Wir können somit konstatiren, dass die Menge des aufzuwendenden Leitungsmetalles in einem Leitungsnetze dann ein Minimum wird, wenn für jeden Knotenpunkt die Bedingungsgleichung

$$\Sigma\left(\frac{f^2}{i}\right) = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 44)$$

erfüllt ist.

Wenden wir das Gesetz auf einen Leitungsstrang an, von welchem in einzelnen Punkten Ströme abgezweigt werden, so treten an die Stelle eigentlicher Knotenpunkte diese Abzweigstellen (Fig. 144).

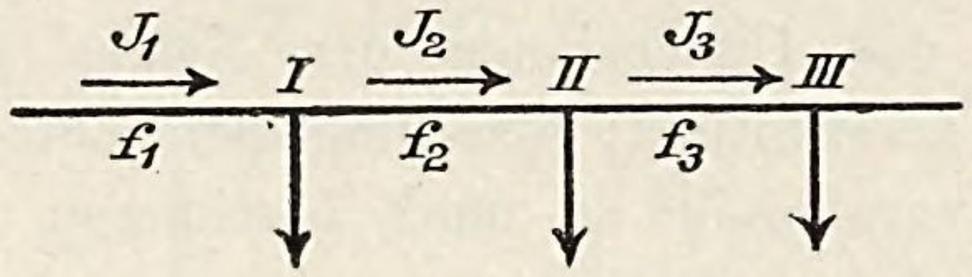


Fig. 144.

Für den Punkt I z. B. gilt:

$$\frac{f_1^2}{J_1} - \frac{f_2^2}{J_2} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{f_1^2}{J_1} = \frac{f_2^2}{J_2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 44a)$$

oder auch

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{J_1}{J_2}, \text{ mithin } \frac{f_1}{f_2} = \sqrt{\frac{J_1}{J_2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 44b)$$

$$\frac{dS}{df_0} = l_0 + \alpha \cdot \frac{i_0 l_0}{k f_0^2} = 0; \; \alpha = -\frac{k f_0^2}{i_0}$$

$$\frac{dS}{df_1} = l_1 + \beta \cdot \frac{i_1 l_1}{k f_1^2} = 0; \; \beta = -\frac{k f_1^2}{i_1}$$

$$\frac{dS}{df_2} = l_2 + \gamma \cdot \frac{i_2 l_2}{k f_2^2} = 0; \; \gamma = -\frac{k f_2^2}{i_2}$$

und schliesslich

$$\frac{dS}{dV} = -\alpha + \beta + \gamma = 0.$$

Letztere Gleichung giebt in Verbindung mit den drei vorhergehenden:

$$-\alpha + \beta + \gamma = \frac{k f_0^2}{i_0} - \frac{k f_1^2}{i_1} - \frac{k f_2^2}{i^2} = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{f_0^2}{i_0} - \frac{f_1^2}{i_1} - \frac{f_2^2}{i_2} = 0.$$

[1]) G. Santarelli, Lum. él. *36*. S. 451. 1890.

d. h. „ein Leitungsstrang, in dessen einzelnen Theilen verschiedene Ströme fliessen, erfordert dann das Minimum an Leitungsmetall, wenn sich die Querschnitte der aufeinander folgenden Leitungstheile verhalten wie die Quadratwurzeln der in ihnen fliessenden Ströme".

5. Dimensionirung geschlossener Leitungsnetze.

Die Aufgabe der Dimensionirung eines geschlossenen Leitungsnetzes führt zu einer relativ einfachen Lösung, wenn wir sie auf die Dimensionirung offener Leitungen zurückführen. Zu diesem Zwecke denken wir uns das Netz in lauter offene Theile zerlegt. Der Weg, den wir hierbei einschlagen, ist gerade demjenigen entgegengesetzt, den wir zur Bestimmung der Stromvertheilung (Kapitel V) benutzt haben.

Dort waren die Dimensionen des Netzes gegeben und die Stromvertheilung zu ermitteln; hier hingegen nehmen wir die Stromvertheilung von vornherein an und bestimmen die Dimensionen danach.

Im ersteren Falle haben wir behufs Ermittelung der Stromvertheilung die Schnittpunkte gesucht, jetzt nehmen wir umgekehrt die letzteren an. Die Frage ist nun, wie sollen wir diese Schnittpunkte wählen? Die natürlichste Annahme ist wohl die, welcher zufolge jeder Stromabnehmer auf dem kürzesten Wege seinen Strom zugeführt erhält.

Führen wir diesen Grundsatz für alle Stromabnehmer durch, so erhalten wir in jeder Masche des Netzes zwei aufeinanderfolgende Abnahmepunkte, denen ihre Ströme in entgegengesetzten Richtungen zugeführt werden, und ein zwischen den beiden Punkten liegendes stromloses Stück, welches als Ersatz des Schnittpunktes zu betrachten ist, so dass die beiden genannten Punkte in einen zusammengerückt gedacht werden können und dann thatsächlich einem Schnittpunkte entsprechen. In diesen Punkten denken wir uns das Netz getrennt und erhalten so lauter offene Stränge, deren Dimensionen wir nach dem Vorausgegangenen leicht berechnen können, wenn das Spannungsgefälle in denselben bekannt ist. An den Enden zweier Stränge, welche aus der Auflösung eines Schnittpunktes hervorgegangen sind, müssen wir natürlich gleiche Spannungen voraussetzen, denn sonst wäre der betreffende Punkt ja kein Schnittpunkt. Wenn wir vor der Hand von allen anderen praktischen Bedingungen

absehen und voraussetzen, dass in allen Schnittpunkten die geringste Spannung herrsche, welche wir im Netze überhaupt zulassen, oder mit anderen Worten, wenn wir für alle offenen Stränge denselben Spannungsabfall annehmen, so werden wir jedenfalls die kleinsten Querschnitte erhalten, vorausgesetzt, dass dies Gefälle auch längs jedes Leiters richtig vertheilt wird.

Es seien die Gestalt des Netzes und die Stromabnehmer nach Ort und Grösse gegeben, wie es z. B. in Fig. 145 dargestellt wird.

Bei A sei die Stromzuführungsstelle. Schreitet man von diesem Punkte aus zu den einzelnen aufeinanderfolgenden Abnahmestellen

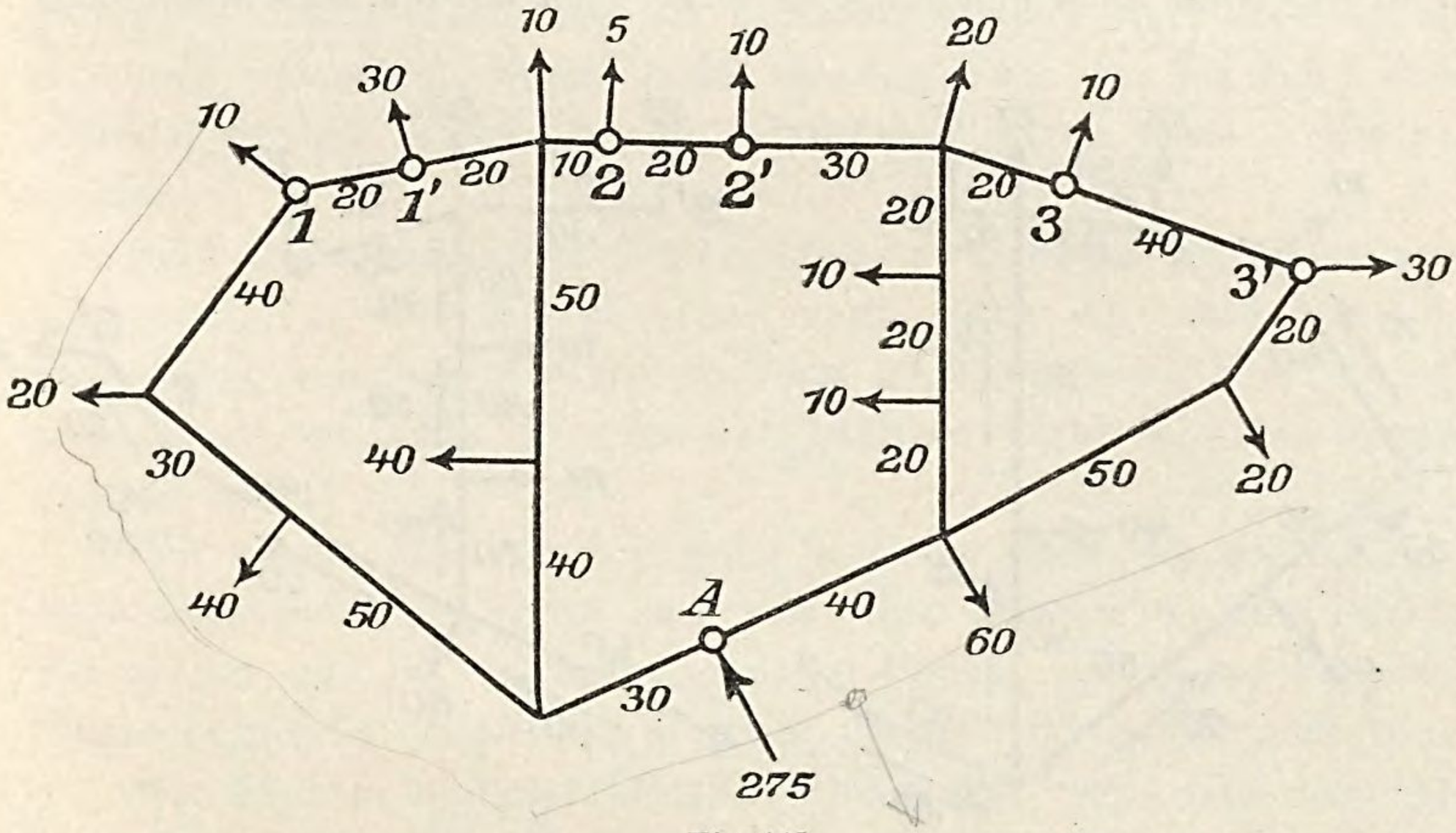


Fig. 145.

und vergleicht für jeden die Längen der Wege, auf welchen man von A aus zu denselben gelangen kann, so erreicht man in jeder Masche einen Punkt, bis zu welchem der Weg von der einen Seite, und einen darauffolgenden Punkt, bis zu welchem der Weg von der anderen Seite aus am kürzesten ist. So ergeben sich im Netze, Fig. 145, die Punkte 1 und 1′, 2 und 2′, 3 und 3′. In diesen Punkten denken wir uns das Netz aufgeschnitten, und erhalten dann zwei offene Stränge (Fig. 146 und Fig. 147).

Nehmen wir an, dass an den Enden der letzteren gleiche Spannungen herrschen, so ergeben sich die stromlosen Verbindungsstücke 1 1′, 2 2′, 3 3′, die wir in der ersten Rechnung vernachlässigen.

Die Berechnung der so erhaltenen Stränge unterliegt nun keiner Schwierigkeit mehr.

Die gewonnenen Werthe werden jedoch noch nicht diejenigen sein, welche den Aufgaben des Netzes vollkommen entsprechen; man wird dieselben vielmehr noch mit Rücksicht auf eine Reihe praktischer Bedingungen modificiren müssen. Vor allem wird man sehr viele Abstufungen in den Querschnitten einzelner Leiter möglichst vermeiden. Ferner wird man die Löschbarkeit und die damit verbundenen Aenderungen in der Belastung in Betracht ziehen und dementsprechend einzelne Querschnitte modificiren. Ebenso wichtig ist die Rücksichtnahme auf die Sicherheit des Betriebes. Zu diesem Zwecke muss ein gewisses Cirkulationsprincip eingehalten werden, d. h. das Netz muss möglichst so vorgesehen werden, dass wenigstens

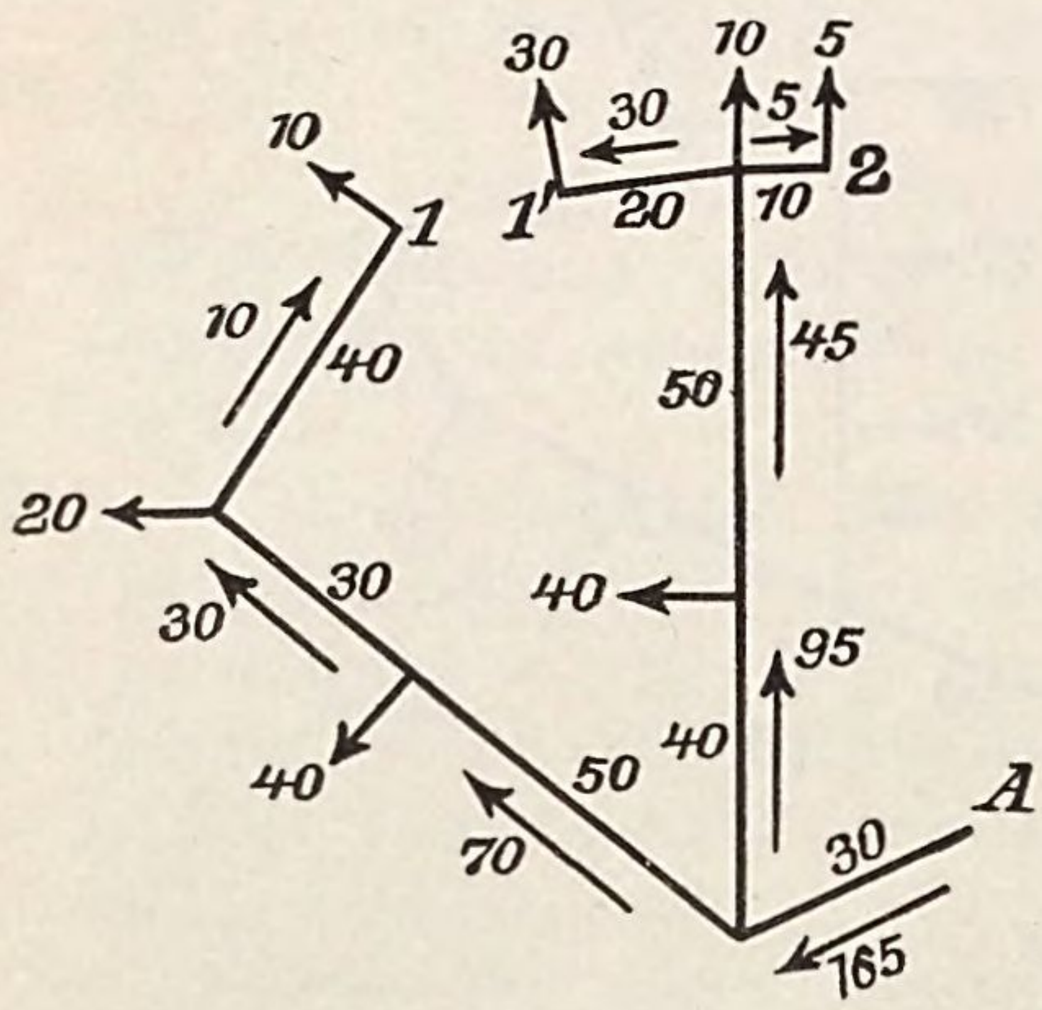


Fig. 146.

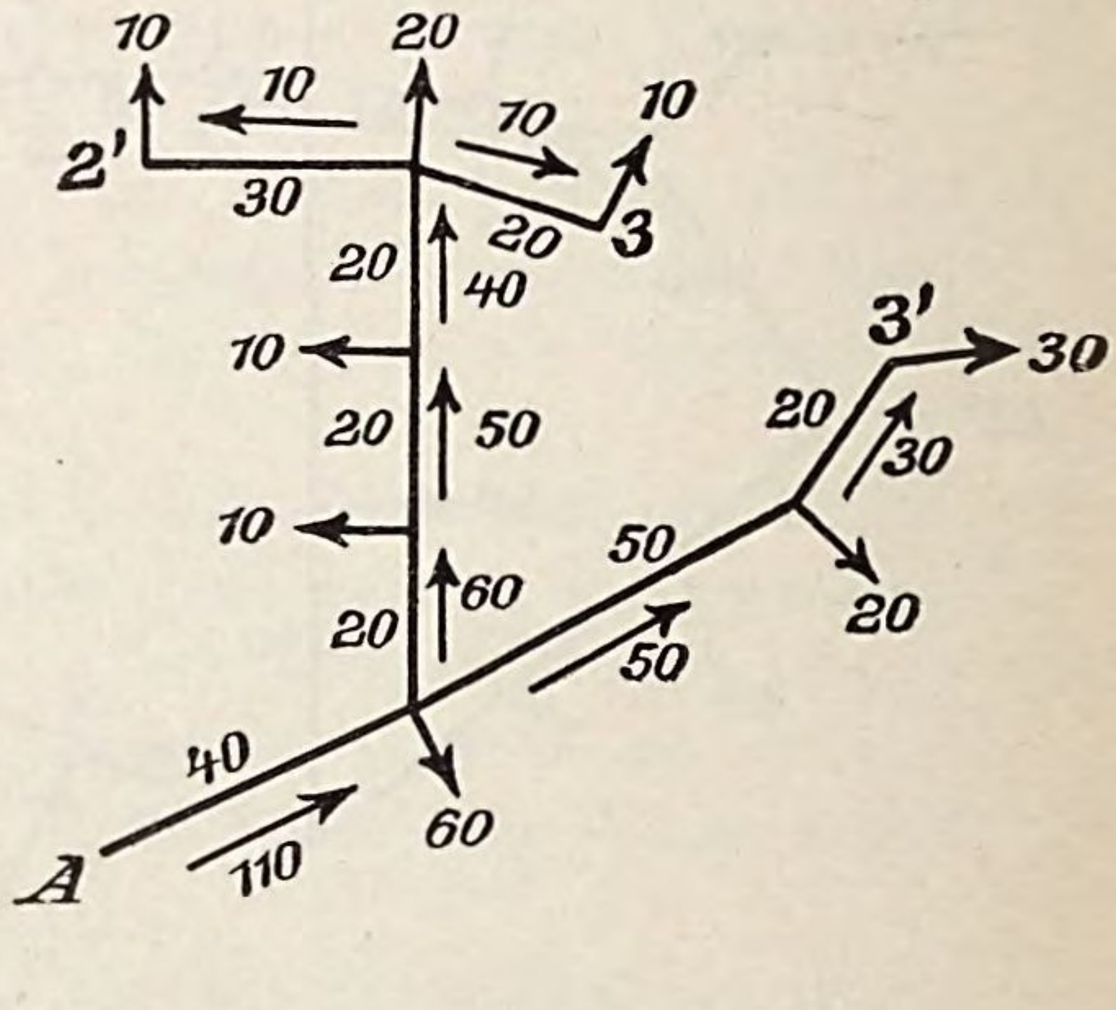


Fig. 147.

ein gewisser Theil von Stromabnehmern auch dann gespeist werden kann, wenn ein Theil des Netzes aus irgend einem Grunde unterbrochen werden sollte, ohne dass in einem solchen Falle eine Ueberlastung der übrigen Theile des Netzes eintreten kann. Niemals darf ferner ausser Acht gelassen werden, dass die als zulässig erachtete Erwärmungsgrenze selbst bei der höchsten Belastung, die in einem Zweige auftreten kann, unter keinen Umständen überschritten werden darf.

Alle diese Rücksichtnahmen, deren gegenseitiges Gewicht sich nicht durch exakte Formeln ausdrücken lässt, und deren Abwägung ganz von dem Geschicke und der Erfahrung des Projektirenden abhängt, rufen eine starke Veränderung der ursprünglich berechneten

Werthe hervor, so dass die letzteren eigentlich nur als Hauptgerippe für den ganzen Rechnungsgang dienen.

Das nach den erwähnten Gesichtspunkten berechnete und modificirte Netz fordert nun eine genaue Kontrole. Zu diesem Zwecke berechnet man die Stromvertheilung, die nach den Lehren des Kapitels V vollkommen genau ermittelt werden kann, und kontrolirt nach derselben, ob thatsächlich alle maassgebenden Bedingungen erfüllt werden. Insbesondere wird man nachsehen, ob das grösste, im Netze vorkommende Spannungsgefälle unter der zulässigen Grenze liegt, und ob bis zu einem der Stromquelle näher gelegenen Punkte nicht etwa ein grösseres Gefälle stattfindet als bis zu einem weiter entfernten, denn es wäre dies ein Zeichen, dass einzelne Ströme sozusagen auf Umwegen ihrem Ziele zugeführt werden.

Sind aus praktischen Rücksichten noch einige Modifikationen nothwendig, so wird man dieselben vornehmen; eine darauffolgende neue Berechnung der Stromvertheilung giebt dann die Kontrole, ob man bereits am Ziele ist, oder noch weitere Verbesserungen vorzunehmen hat.

Wir haben oben in Erwägung gezogen, dass die schliessliche Spannungsvertheilung derart sein muss, dass bis zum fernsten Punkte das grösste und bis zu jedem anderen Punkte ein um so kleineres Spannungsgefälle stattfindet, je näher derselbe der Stromquelle liegt.

Wir können in dieser Hinsicht schon von vornherein eine entsprechende Annahme machen, indem wir bei der Berechnung der einzelnen offenen Stränge nicht gleiche Gefälle bis zu deren Enden voraussetzen, sondern dieselben proportional der Entfernung von der Stromquelle annehmen.

Es bedarf keiner weiteren Erklärung, dass der angedeutete Rechnungsgang derselbe bleibt, wenn anstatt einer Stromzuführungsstelle deren mehrere vorhanden sind. Man wird die Auflösung des Netzes einfach in Bezug auf mehrere Ausgangspunkte vorzunehmen haben.

Die Berechnung der Dimensionen eines Leitungsnetzes kann auch auf folgende Art durchgeführt werden.

Man löst das Netz nach demselben Grundsatze, wie oben, in lauter offene Stränge auf. Anstatt aber die Spannungsgefälle anzunehmen, stellt man für jeden Knoten- bezw. Abzweigpunkt die Bedingung 44) für das Minimum des Leitungsmetalles $\Sigma\left(\frac{f^2}{i}\right) = o$ auf

und wählt die Querschnitte so, dass sie dieser Bedingungsgleichung entsprechen. Unter Zugrundelegung einer beliebigen Querschnittseinheit erhält man so lauter Verhältnisszahlen für alle Querschnitte, mit Ausnahme jener der vernachlässigten stromlosen Brückentheile. In Folge der letzteren wird die genaue Stromvertheilung, welche man, nachdem man sich das Netz wieder geschlossen denkt, ausrechnet, um ein geringes aber bedeutungsloses Maass von der ursprünglich angenommenen abweichen, so dass auch die Bedingung für das Minimum an Leitungsmetall nicht mehr vollkommen scharf, aber doch sehr annähernd erfüllt wird.

Mit den Werthen der genauen Stromvertheilung und der nach Obigem bestimmten Querschnitte berechnet man nun den maximalen Spannungsabfall im Netze. Beträgt dieser etwa v Volt, und wollen wir in unserem Netze nur einen solchen von v_1 Volt zulassen, so müssen wir nur sämmtliche Werthe der Querschnitte mit dem Quotienten $\frac{v}{v_1}$ multipliciren, um die wahren Werthe der verlangten Querschnitte zu erhalten.

Die gewonnenen Werthe werden alsdann nach den bekannten Grundsätzen modificirt.

6. Vertheilung mittelst Speiseleitungen oder Feeders.

Die Bedingung, dass das grösstmögliche Spannungsgefälle in einer Leitung, bezw. einem Leitungsnetze, nur ein sehr kleiner Procentsatz der Lampenspannung sein darf, beschränkt die Entfernungen, bis auf welche man noch Lampen in Parallelschaltung direkt speisen kann; denn mit dem Steigen der Entfernung bei gleichem Gefällssatze wachsen die Querschnitte und damit das Quantum des erforderlichen Leitungsmetalles derart, dass die Grenze einer wirthschaftlichen Ausführung bald erreicht wird.

Um das Versorgungsgebiet einer Centrale demnach zu vergrössern, wendet man die Vertheilung mittelst eigener Speiseleitungen oder sogenannter Feeders an.

Die hierbei verwendete Anordnung besteht darin, dass man ein eigenes Vertheilungsnetz B (Fig. 148) einrichtet, von welchem die Abzweigungen zu den einzelnen Lampen ausgehen, während von der Stromquelle aus eigene Speiseleitungen F (Feeders) zu einzelnen

Punkten M des Vertheilungsnetzes, den sogenannten Vertheilungscentren, führen.

Dieser Grundsatz wird in zweifacher Weise in Ausführung gebracht. Entweder sieht man lauter einzelne getrennte Vertheilungsnetze vor, zu welchen je ein Feeder führt, oder man richtet ein Gesammtvertheilungsnetz ein, dem sich in mehreren, von einander ziemlich gleichweit entfernten Punkten die Speiseleitungen anschliessen.

Anstatt nun die Spannung an den Klemmen der Stromquelle konstant zu halten, regulirt man dieselbe so, dass die Spannung an den Vertheilungscentren konstant bleibt. Zur Kontrole der letzteren

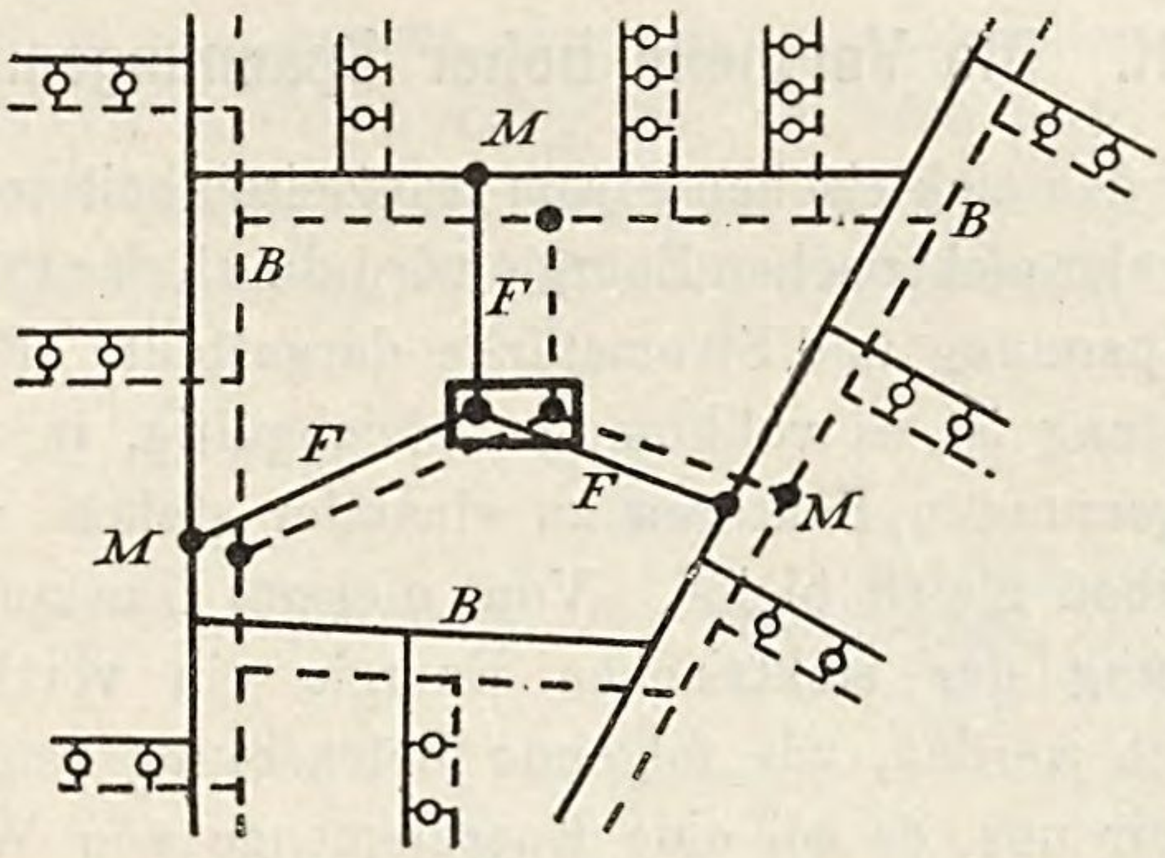


Fig. 148.

führen von diesen Punkten feine Prüfdrähte zur Stromquelle zurück, wo die Spannung gemessen wird.

Durch die Anwendung der Speiseleitungen ist es möglich, ein grösseres Verbrauchsgebiet in wirthschaftlicherer Weise zu versorgen als bisher. Man wird z. B. die Anordnung so treffen, dass im eigentlichen Vertheilungsnetze nur Unterschiede von etwa 2% der Spannung auftreten können. Lässt man in den Abzweigungen zu den Lampen beispielsweise noch ein Gefälle von 1% zu, so beträgt der grösstmögliche Spannungsunterschied der Lampen 3%.

In den Speiseleitungen kann man hingegen ein Gefälle von 10%, ja sogar bis 20% zulassen, wenn nur die Spannung an den Vertheilungscentren konstant gehalten wird.

Die Zulässigkeit hoher Spannungsgefälle in den Feeders bietet die Möglichkeit, geringe Querschnitte und daher ein geringes Quantum an Leitungsmetall anzuwenden, und die Folge hiervon ist, dass man

grössere Entfernungen beherrschen kann, als mittelst des einfachen Zweileitersystemes.

Bei der Dimensionirung der Speiseleitungen ist die Berechnung auf Grund der Wirthschaftlichkeit, wie wir sie weiter oben allgemein erörtert haben, am Platze.

Ist das Gesammtspannungsgefälle gegeben, so wird man die Querschnitte der Feeders und der Vertheilungsleitungen ganz so berechnen, wie es vorhergehend für verästelte Leitungen dargelegt worden ist, d. h. man wird wennmöglich jene Lösung suchen, welche das Minimum an aufzuwendendem Kupfer bedingt.

II. Die Vortheile hoher Spannungen.

Die durch den elektrischen Strom pro Zeiteinheit geleistete Arbeit oder die Menge der elektrischen Energie wird durch das Produkt aus den Werthen der Spannung und Stromstärke dargestellt. Für die Grösse der Arbeitsleistung ist es vollkommen gleichgültig, in welchem Verhältnisse die genannten Faktoren zu einander stehen, wenn nur das Produkt derselben gleich bleibt. Von diesem Umstande kann bei der Uebertragung der elektrischen Energie ein vortheilhafter Gebrauch gemacht werden, wie folgende Betrachtung zeigt.

Denken wir uns, es sei eine Energiemenge von W Watt durch eine Leitung vom Widerstande r zu übertragen. Die Stromstärke sei J, die Spannung V, so dass also

$$W = J\,V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 45)$$

ist. Das Spannungsgefälle in der Leitung wird alsdann betragen:

$$v = J\,r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

und der Arbeitsverlust in der Leitung in Folge der Umsetzung eines Theiles der Energie in Wärme:

$$\ddot{U} = J^2\,r \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 47)$$

Nun denken wir uns dieselbe Energiemenge durch dieselbe Leitung übertragen, die angewendete Spannung sei aber jetzt n V und die Stromstärke somit $\frac{J}{n}$, so dass wieder

$$W = n\,V \cdot \frac{J}{n} = J\,V \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 45a)$$

ist.

Jetzt erhalten wir das Spannungsgefälle in der Leitung:

$$v_1 = \frac{J}{n} r = \frac{v}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46a)$$

und der Arbeitsverlust sinkt auf

$$\ddot{U}_1 = \left(\frac{J}{n}\right)^2 \cdot r = \frac{J^2}{n^2} r = \frac{\ddot{U}}{n^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 47a)$$

Wir erkennen, dass bei der Uebertragung derselben Energiemenge durch dieselbe Leitung das Spannungsgefälle n mal und der Energieverlust n^2 mal kleiner werden, wenn die Spannung n mal grösser gewählt wird.

Lassen wir in den beiden oben genannten Fällen den gleichen Spannungsabfall (v) in der Leitung zu, so wird nach dem Vorhergegangenen der Widerstand der letzteren jedesmal ein anderer sein müssen. Bei der Spannung V und der Stromstärke J wird derselbe sein:

$$r = \frac{v}{J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46b)$$

bei der Spannung n V und daher der Stromstärke $\frac{J}{n}$ hingegen

$$r_1 = \frac{\frac{v}{J}}{n} = \frac{n\,v}{J} = n\,r, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46c)$$

d. h., je höher die Spannung ist, desto grösser wird der Widerstand der Leitung sein dürfen, um bei der Uebertragung einer bestimmten Energiemenge ein bestimmtes Spannungsgefälle hervorzurufen.

Unsere bisherige Betrachtung hat sich auf den Vergleich der absoluten Werthe des Spannungsgefälles und Energieverlustes bezogen und haben zu dem Schlusse geführt, dass die Energieübertragung in allen Fällen um so vortheilhafter geschieht, je höher die Spannung ist.

Noch eindringlicher sprechen diese Vortheile, wenn man die praktische Bedingung in's Auge fasst, dass nicht der absolute Werth des Spannungsgefälles möglichst gering sein soll, sondern dass es von Wichtigkeit ist, dass die prozentuellen Unterschiede der Spannungen an den verschiedenen Punkten eines Leitungsnetzes möglichst klein seien, beziehungsweise eine von vornherein festgesetzte Grenze nicht überschreiten.

Beträgt der durch diese Grenze bedingte Maximalunterschied p % der am Verbrauchsorte der Energie herrschenden Spannung, so wird der grösste Spannungsabfall in der Leitung eben diese p % der Nutzspannung betragen dürfen.

Bei der Spannung V ergiebt sich somit das Spannungsgefälle

$$v = J\,r = V\,\frac{p}{100}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 46\,d)$$

bei der Spannung n V hingegen

$$v_1 = \frac{J}{n}\,r_1 = n\,V\,\frac{p}{100} = n\,v \quad \ldots\ldots \quad 46\,e)$$

Im ersten Falle muss der Widerstand sein:

$$r = \frac{v}{J}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 46\,f)$$

im zweiten

$$r_1 = \frac{\frac{n\,v}{J}}{n} = \frac{n^2 \cdot v}{J} = n^2 \cdot r. \quad \ldots\ldots \quad 46\,g)$$

Ist L die Länge der Leitung und sind f beziehungsweise f_1 deren Querschnitte in den beiden Fällen, so ergiebt sich aus der letzten Gleichung:

$$\frac{L}{k\,f_1} = n^2 \cdot \frac{L}{k\,f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 48)$$

oder

$$f_1 = \frac{f}{n^2}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 48\,a)$$

Bei gleichbleibendem prozentuellen Spannungsgefälle nimmt also der erforderliche Leitungsquerschnitt mit steigender Spannung in quadratischem Verhältnisse ab.

Nehmen wir z. B. an, es wäre eine Energiemenge von 60 000 Watt durch eine Kupferleitung von 1000 m Länge zu übertragen. Die Nutzspannung soll 500 Volt und das Spannungsgefälle 2 % = 10 Volt betragen. Die Stromstärke ist alsdann

$$\frac{60000}{500} = 120 \text{ Ampère},$$

und der erforderliche Querschnitt muss sonach, wenn wir in erster Annäherung $k = 60$ setzen

$$f = \frac{1000 \times 120}{60 \times 10} = 200 \text{ qmm}$$

betragen.

Wird dieselbe Energiemenge unter Anwendung einer Nutzspannung von 1000 Volt übertragen, und wird abermals ein Spannungsabfall von 2 % der Nutzspannung zugelassen, so beträgt der erforderliche Querschnitt

$$f_1 = \frac{1000 \cdot 60}{60 \cdot 20} = 50 \text{ qmm}$$

d. h. nur $\frac{1}{4}$ des früheren Werthes.

In Erwägung der angeführten Thatsachen wäre es folgerichtig, in allen Fällen möglichst hohe Spannungen anzuwenden.

Dieses Streben lässt sich jedoch nur insoweit verwirklichen, als es mit den Eigenschaften der Vertheilungsarten in Einklang zu bringen ist.

Hierbei stossen wir auf einen grundsätzlichen Unterschied zwischen den direkten und den indirekten Vertheilungsarten.

Die ersteren bedingen die Führung aller Leitungen durch das eigentlichste Verbrauchsgebiet, in welchem, einmal in Folge der mannigfaltigen Verhältnisse der Baulichkeiten, dann in Folge der vielfachen Verästelungen der Leitungen und dergl. gerade die grössten Schwierigkeiten in Bezug auf Verlegung und zuverlässige Isolirung zu überwinden sind.

Bei der Parallelschaltung tritt überdies und vor allem die Natur der Lampen der Verwendbarkeit hoher Spannungen entgegen. Wie bekannt, kann die Spannung unserer heutigen Glühlampen nur ausnahmsweise 150 Volt übersteigen; in der Regel beträgt dieselbe nur 100 bis 120 Volt, da höhere Spannungen mit der Haltbarkeit der Lampen nicht in Einklang zu bringen sind. Da nun bei der Parallelschaltung alle Lampen unter annähernd derselben Spannung stehen, so ist dadurch auch die zwischen den Leitungen erforderliche Spannung bestimmt. Bei der reinen Parallelschaltung z. B., welche wir vorhergehend betrachtet haben, kann dieselbe die Höhe der Lampenspannung nur um den Betrag des Spannungsverlustes in Feeders und Vertheilungsleitungen überschreiten.

In welcher Weise man dennoch den Vortheil höherer Spannungen ausnützen kann, werden wir bei der nachfolgenden Besprechung der Mehrleitersysteme erörtern. So viel kann jedoch schon hier bemerkt werden, dass hierbei die Schwierigkeit und Kostspieligkeit der Isolirung bedeutend wächst und daher auch hier den verwendbaren Spannungen eine verhältnissmässig niedere Grenze gezogen ist.

Ganz verschieden und unvergleichlich günstiger gestalten sich die Verhältnisse bei der indirekten Vertheilung. Hier führt der sekundäre Kreis, der also zu den Verbrauchsstellen gehört, nur den Strom von der gewöhnlichen Gebrauchsspannung, so dass also die oben erwähnten Schwierigkeiten nicht in Betracht kommen. Der primäre Kreis hingegen, welcher den Strom hoher Spannung führt, ist von den Lampenkreisen vollständig getrennt und der Ort seiner Verlegung ist durch die Lage der Lampen nicht bedingt. Er kann daher stets so gewählt werden, dass er alle Bedingungen erfüllt, welche einer sicheren und leichten Isolirung und dauerndem Schutze der Leitung entsprechen, und dabei allen Unberufenen unzugänglich ist.

III. Gemischte Systeme.

Da einerseits die Seriensysteme in mancher Beziehung für die Anwendung hoher Spannungen besonders geeignet sind und andererseits die Parallelschaltung gewisse Vorzüge darbietet, so liegt der Gedanke nahe, beide Vertheilungsarten miteinander zu kombiniren. Diese Bestrebungen haben zu einer Anzahl von Vertheilungssystemen geführt, deren allgemeine Eigenschaften im Nachfolgenden kurz besprochen werden sollen.

1. Serienschaltung von Gruppen.

Das Schema dieser Anordnungsweise ist in Fig. 149 gegeben.

Man sieht, dass die Anordnung ganz dieselbe ist, wie bei einer einfachen Serie, nur treten an Stelle einzelner Lampen ganze Gruppen von solchen, welche innerhalb der Gruppen zu einander parallel geschaltet sind.

Die Stromstärke ist in der ganzen Hauptleitung dieselbe, innerhalb der Gruppen aber vertheilt sich der Strom auf die einzelnen Lampen. Unter der Voraussetzung, dass die letzteren durchwegs von demselben Widerstande sind, muss also die Lampenzahl aller Gruppen dieselbe sein.

Die Gesammtstromstärke braucht nicht die Summe aller einzelnen Lampenströme sein, wie bei der reinen Parallelschaltung, sondern muss der Lampenzahl einer Gruppe entsprechen.

Die Spannung an den Endpunkten jeder Gruppe muss konstant sein, und die Gesammtspannung an den Klemmen der Stromquelle

muss gleich sein der Summe aller Gruppenspannungen, vermehrt um das Spannungsgefälle in der Leitung.

Die Berechnung des Leitungsquerschnittes bedarf nach dem Gesagten keiner Erklärung und unterscheidet sich durch nichts von derjenigen, welche für Seriensysteme überhaupt in Anwendung kommt.

Da die Spannung verhältnissmässig hoch und die Stromstärke niedrig ist, wird der erforderliche Leitungsquerschnitt klein. Die Kosten der Leitungsanlage sind somit gering. Dieser Vortheil wird jedoch durch grosse Nachtheile im Betriebe grösstentheils aufgewogen.

Vor allem sind die Lampen von einander nicht unabhängig. Wird eine Lampe ausgeschaltet oder durch irgend einen Zufall zerstört, so wird auch der Strom in den übrigen Lampen verändert. Um dies zu verhindern, muss an Stelle jeder ausgeschalteten Lampe ein Ersatzwiderstand eingefügt, oder es muss der Widerstand der Gruppe entsprechend regulirt werden.

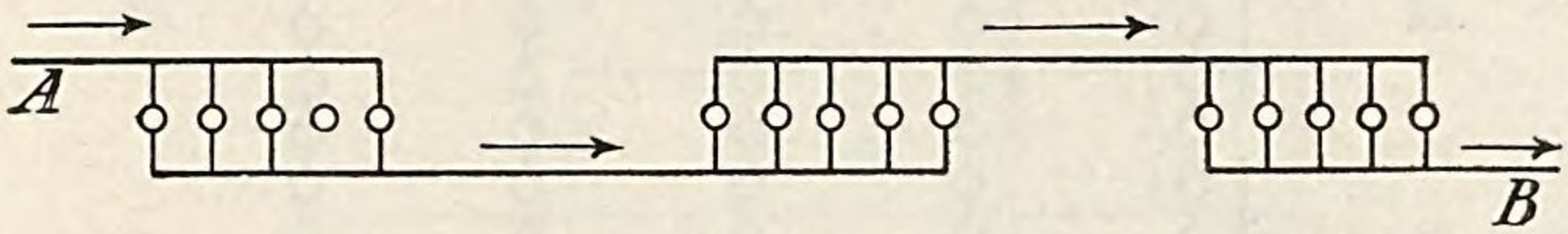


Fig. 149.

Unter diesen Voraussetzungen erfolgt der Betrieb bei konstanter Stromstärke und bei einer, der Anzahl der eingeschalteten Gruppen entsprechenden Regulirung der Spannung.

Die angedeuteten Uebelstände haben die in Rede stehende Vertheilungsart trotz der Billigkeit der Leitungsanlage zu keiner allgemeineren Verwendung gelangen lassen.

2. Parallelschaltung von Serien.

Sowie die vorhergehend besprochene Vertheilungsart ganz den Typus der reinen Seriensysteme beibehalten hat, so ähnelt das jetzt zu besprechende System ganz der reinen Parallelschaltung, nur treten an Stelle der einzelnen parallelgeschalteten Lampen ganze Serien von solchen. Ein Schema der Anordnung giebt die Figur 150.

Wie bei der einfachen Parallelschaltung muss die Spannung an den Abzweigungspunkten der Serien konstant sein. Die einzelnen Serien sind alsdann von einander unabhängig, nicht aber die Lampen innerhalb einer Serie. Es muss daher immer eine ganze Serie auf einmal ausgeschaltet werden oder es muss beim Ausschalten einer

einzelnen Lampe ein Ersatzwiderstand an die Stelle derselben treten, damit die auf eine Lampe der Serie entfallende Spannung konstant bleibe.

Der Betrieb erfolgt bei konstanter Spannung unter einer der Anzahl der eingeschalteten Serien entsprechenden Regulirung der Stromstärke.

Die Berechnung der Hauptleitungen kann ganz wie bei der einfachen Parallelschaltung durchgeführt werden.

Besteht jede Serie aus n Lampen, so muss die Spannung in der Hauptleitung n mal so gross sein als für eine Lampe; da ferner ein und derselbe Strom n Lampen durchfliesst, so wird der Gesammtstrom nur $\frac{1}{n}$ jenes Werthes betragen, welcher bei der einfachen Parallelschaltung von gleich vielen Lampen nothwendig gewesen

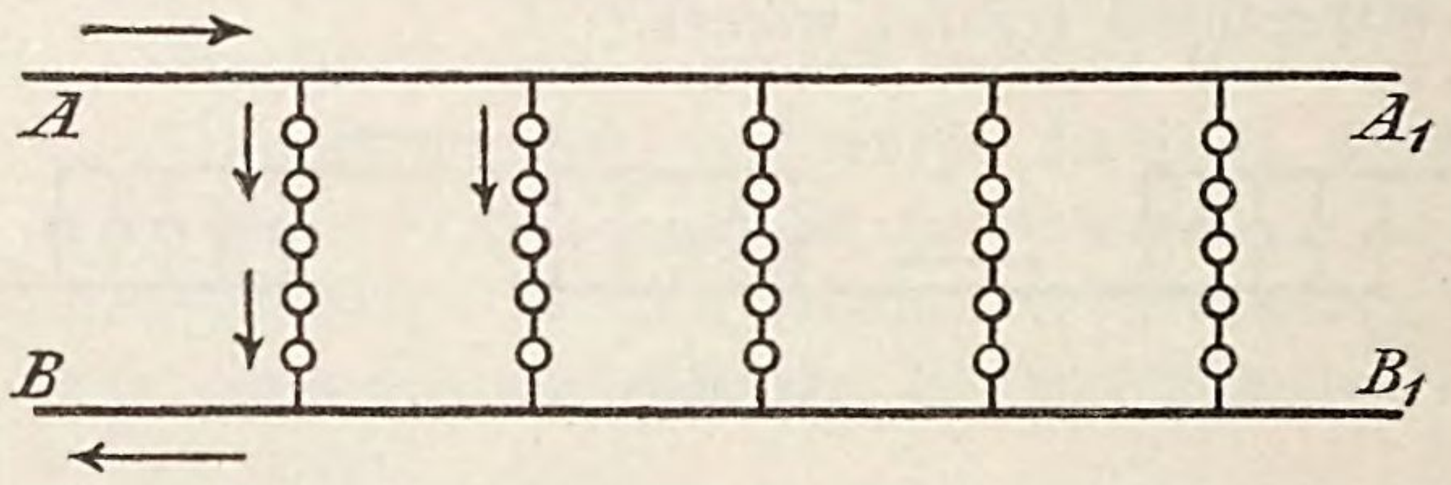


Fig. 150.

wäre. Lässt man daher für die vorliegende Anordnung und die einfache Parallelschaltung denselben procentischen Spannungsabfall in der Hauptleitung zu, so wird der Leitungsquerschnitt im erstgenannten Falle nur das $\frac{1}{n^2}$ fache des im zweiten Falle nothwendigen betragen.

Die Kosten der Leitungsanlage fallen somit gering aus; aber diesem Vortheile stehen wieder die grossen Mängel gegenüber, welche die Abhängigkeit der Lampen von einander mit sich bringt. Von wirklichem Vortheile könnte die besprochene Vertheilungsart nur in jenem Falle sein, wo die Belastung stets konstant bleibt.

Eine Variante der Vertheilung mittelst Parallelschaltung von Serien ist folgende zuerst von Swan angegebene Anordnung (Fig. 151).

Zwischen den beiden von der Stromquelle ausgehenden Hauptleitern $A\,A_1$ und $B\,B_1$ sind immer je zwei hintereinander geschaltete Lampen parallel abgezweigt.

C C_1 ist ein die Abzweigungen verbindender Mitteldraht, welcher bewirkt, dass beim Verlöschen der einen Lampe eines Paares die zweite noch ihren Strom erhalte.

Die Spannung zwischen den Hauptleitern ist die zweifache der einer Lampe entsprechenden, der Gesammtstrom die Hälfte desjenigen, welcher bei einfacher Parallelschaltung nothwendig wäre, der Querschnitt der Hauptleitung wird daher der letzteren gegenüber auf $^1/_4$ vermindert.

Dieser Vortheil ist jedoch nur so lange schätzenswerth, als beide Hälften des Leitungssystemes vollkommen gleich belastet sind; bei stark ungleicher Belastung beider Hälften wird derselbe durch schwerwiegende Nachtheile aufgehoben. Um dies zu verdeutlichen, wählen wir ein einfaches Zahlenbeispiel.

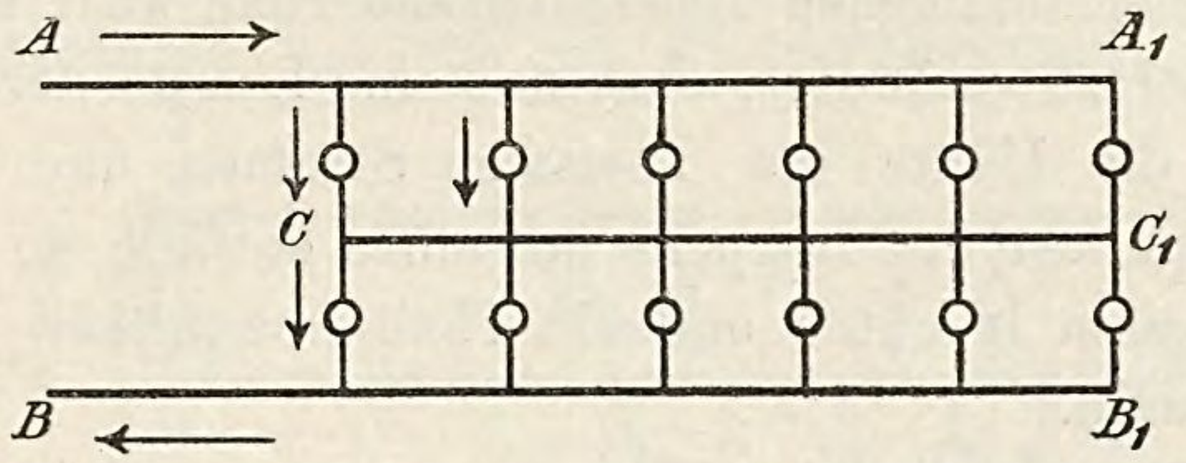


Fig. 151.

Es seien von den beiden Hauptleitungen mit einem Spannungsunterschiede von 200 Volt zwei Gruppen zu je 100 Lampen abgezweigt. Der Widerstand jeder Lampe sei 150 Ohm.

Unter Vernachlässigung der Seitenwiderstände ergiebt sich bei voller Belastung der Gesammtwiderstand

$$R = \frac{2 \cdot 150}{100} = 3 \text{ Ohm}$$

und der Gesammtstrom

$$J = \frac{V}{R} = \frac{200}{3} = 66{,}66 \text{ Ampère.}$$

Auf eine Lampe entfällt somit ein Strom

$$\frac{66{,}66}{100} = 0{,}67 \text{ Ampère.}$$

Nehmen wir nun an, es würden in der einen Gruppe 70 Lampen abgeschaltet. Der Gesammtwiderstand beträgt alsdann unter derselben Vernachlässigung wie oben

$$R_1 = \frac{150}{100} + \frac{150}{100 - 70} = 6{,}5 \text{ Ohm},$$

der Gesammtstrom J_1 somit

$$J_1 = \frac{V}{R_1} = \frac{200}{6{,}5} = 30{,}76 \text{ Ampère}.$$

Auf eine Lampe der einen Gruppe entfällt demnach ein Strom von

$$\frac{J_1}{100} = 0{,}31,$$

auf eine der zweiten Gruppe hingegen von

$$\frac{J_1}{30} = 1{,}02 \text{ Ampère}.$$

Bei der angenommenen Belastungsänderung wird also die Stromvertheilung derart verändert, dass auf eine Lampe der einen Gruppe weniger als die Hälfte des normalen Stromes und auf eine der zweiten Gruppe fast das Doppelte derselben entfällt, so dass ein Theil der Lampen kaum leuchten und ein Theil übermässig und schädlich beansprucht wird.

3. Mehrleitersysteme.

Die zwingende Nothwendigkeit, bei der Versorgung grösserer Beleuchtungsgebiete hohe Spannungen anzuwenden, um nicht an dem durch die Anwendung niedriger Spannungen bedingten Aufwande an Leitungsmaterial wirthschaftlich zu scheitern, hat in der direkten Vertheilung zu den sogenannten Mehrleitersystemen geführt. Allerdings hätten diesem Zwecke allein auch die bereits genannten gemischten Systeme entsprochen, aber die mit denselben stets verknüpfte gegenseitige Abhängigkeit der Lampen gestattet ihre Anwendung nur in besonderen vereinzelten Fällen.

Die unterste Stufe der Mehrleitersysteme bildet das sogenannte

a) Dreileitersystem.

Man kann sich dasselbe durch die Hintereinanderschaltung zweier Zweileitersysteme entstanden denken, wobei die zwei benachbarten Hauptleiter zu einem gemeinsamen Mittelleiter verschmolzen sind. Zwei Dynamomaschinen, jede für die einfache Lampenspannung, sind hintereinander geschaltet. Von den beiden freien Klemmen der Ma-

schinen gehen die Hauptleitungen A A_1 und B B_1 aus, so dass zwischen ihnen die doppelte Lampenspannung herrscht. Von der gemeinschaftlichen Mittelklemme wird eine dritte Leitung, der sogenannte Ausgleichs- oder Mittelleiter C C_1 abgeführt, so dass zwischen diesem und je einer Hauptleitung die Hälfte der Gesammtspannung, d. h. also die Lampenspannung herrscht.

Die Lampen werden zwischen den Mittelleiter und je eine Hauptleitung parallel eingeschaltet. Sind beide Hälften des Leitungssystems vollkommen gleich belastet, so ist der Mittelleiter stromlos; sind aber auf einer Seite mehr Lampen eingeschaltet als auf der anderen, so liefert die eine Maschine mehr Strom als die andere, und diese Differenz wird der betreffenden Hälfte durch den Ausgleichsleiter zugeführt.

Die Querschnittsberechnung wird für die beiden Hauptleitungen ganz so durchgeführt wie für ein Zweileitersystem mit doppelter

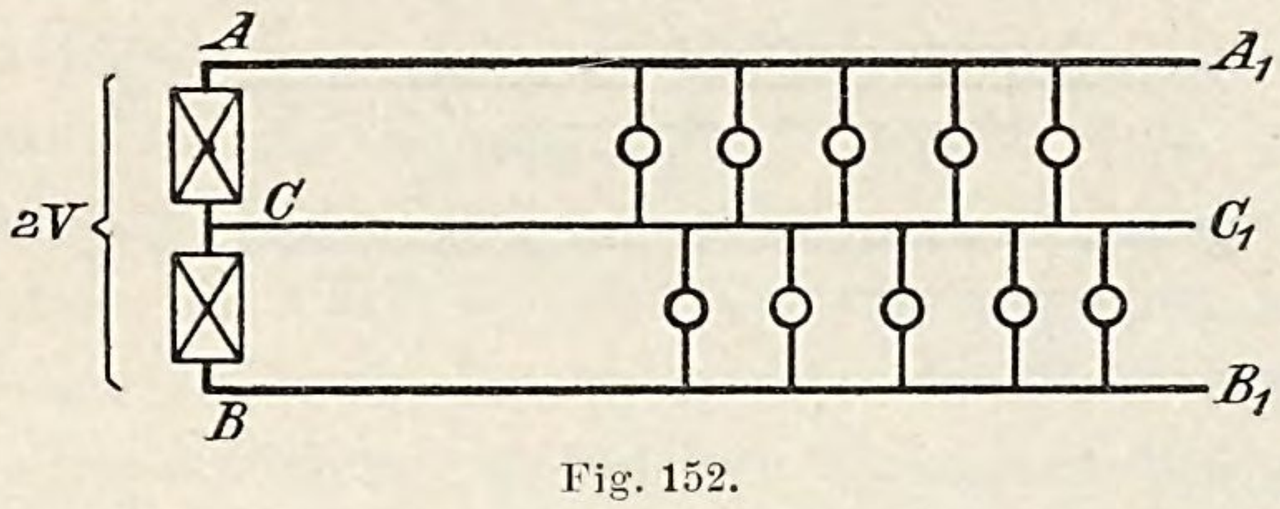


Fig. 152.

Spannung. Da die Spannung doppelt so gross und die Gesammtstromstärke gleich der Hälfte der für die einfache Parallelschaltung von gleich viel Lampen nothwendigen ist, so reduciren sich die Querschnitte beim Dreileitersysteme auf ein Viertel. Der Aufwand an Leitungsmetall für die Hauptleitungen wird also gegenüber dem Zweileitersysteme im Verhältnisse 1 : 4 stehen, und bei gleichen Anlagekosten wird man daher mittelst des Dreileitersystemes ein beträchtlich grösseres Gebiet beherrschen können. Das oben genannte Verhältniss wird allerdings durch den Aufwand für den Ausgleichsleiter etwas ungünstiger gestaltet. Der Querschnitt des letzteren wird um so grösser sein müssen, je grösser die möglichen Belastungsunterschiede zwischen den beiden Hälften des Leitungssystemes sind, je grösser mit anderen Worten die Löschbarkeit ist. Bei der Dimensionirung des Mittelleiters wird man sich daher stets früher Klarheit darüber verschaffen, welche ungünstigste Grenze die Belastungsunterschiede in jedem gegebenen Falle erreichen können.

Nehmen wir an, diese ungünstigste Belastung trete ein, wenn von den n Lampen einer Seite m ausgeschaltet werden, während die n Lampen der zweiten Seite brennen. Braucht eine Lampe i Ampère, so werden in diesem Falle durch den Hauptleiter $A A_1$ (Fig. 153) i (n—m), durch den Ausgleichsleiter $C C_1$ m i Ampère hin und durch den zweiten Hauptleiter $B B_1$ n i Ampère zurückfliessen.

Wir denken uns die Gesammtzahl der Lampen je einer Seite in dem Leitungsmittelpunkte dieser Seite vereinigt und setzen der Einfachheit halber voraus, dass die beiderseitigen Leitungsmittelpunkte vom Anfange der Leitungen gleichweit entfernt seien.

An der thatsächlichen Stromvertheilung wird nichts geändert, wenn wir annehmen, dass durch den Ausgleichsleiter $C C_1$ der Strom i n gegen die Lampen und der Strom i (n—m) von denselben

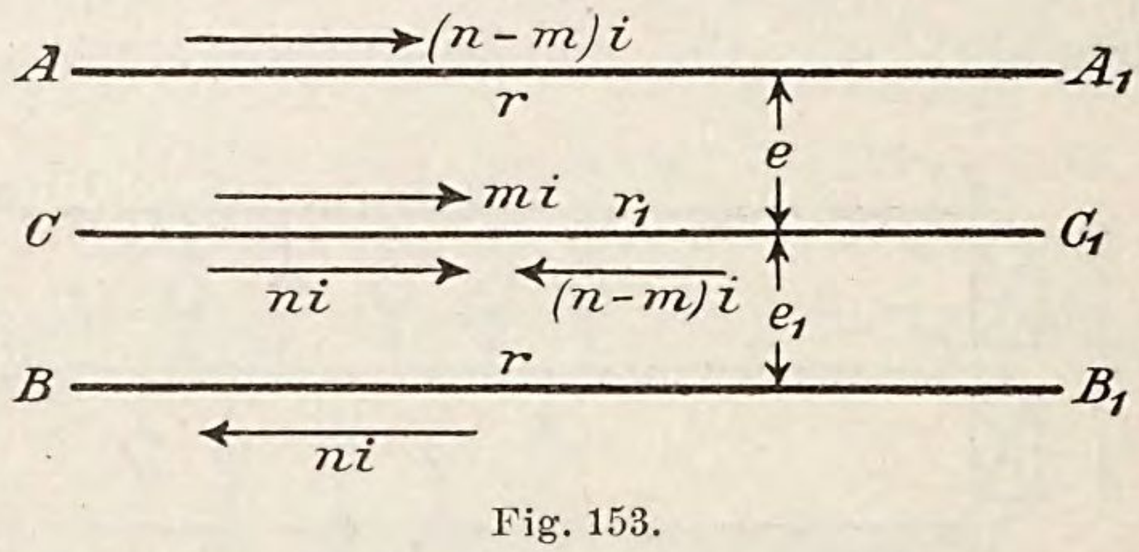


Fig. 153.

zurückfliessen; denn die Differenz dieser beiden Ströme ist der thatsächliche Strom i m. Setzen wir zwischen A und C, und zwischen C und B die konstante Spannung V voraus und nennen wir die Spannung an den Lampen der einen Hälfte e, an jenen der anderen e_1, so können wir für die eine Hälfte die Gleichung

$$V - i(n-m)r - e - i(n-m)r_1 = 0, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 49a)$$

für die zweite Hälfte die Gleichung

$$V - inr_1 - e_1 - inr = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 49b)$$

aufstellen. Daraus ergiebt sich der Unterschied der Lampenspannungen beider Seiten mit

$$e - e_1 = im(r + r_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 50)$$

In diesem Ausdrucke ist r bereits bestimmt und $e - e_1$ eine ebenfalls von vornherein gegebene Grösse, nämlich jene Grenze, bis zu welcher man Spannungsunterschiede zwischen den Lampen überhaupt als zulässig erachtet. Ist also noch die grösste Abschaltung,

welche vorkommen kann, bekannt, so ist auch der Widerstand r_1, und damit der Querschnitt des Ausgleichsleiters bestimmt.

Aus der obigen Gleichung folgt

$$r_1 = \frac{e - e_1}{i\,m} - r, \quad \ldots \ldots \ldots \quad 50\,a)$$

welcher Ausdruck deutlich besagt, dass der Widerstand des Mittelleiters um so kleiner und folglich dessen Querschnitt um so grösser sein muss, je grösser m wird, d. h. je grösser die möglichen Unterschiede in der Belastung beider Hälften sind.

Bei der praktischen Ausführung des Dreileitersystems sondert man sämmtliche Lampen der Anlage in zwei Hälften und vertheilt dieselben möglichst gleichmässig auf die beiden Seiten des Mittelleiters. Dabei ist zu beachten, dass im Betriebe auch die Zahl der auf beiden Seiten gleichzeitig brennenden Lampen stets ungefähr gleich sei. Um sehr grossen Belastungsschwankungen wirksam zu begegnen, werden öfters auch noch Einrichtungen getroffen, welche es gestatten, einzelne Gruppen von Lampen vom augenblicklich stärker belasteten Theile auf die schwächer belastete Seite umzuschalten und so die stärksten Unterschiede möglichst auszugleichen.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass das Dreileitersystem nicht gerade zwei hintereinander geschaltete Maschinen bedingt. Dasselbe kann ebenso gut von einer Akkumulatorenbatterie aus durchgeführt werden, wobei der Mittelleiter von der Mitte der Batterie ausgeht, oder es kann ein Transformator als Stromquelle dienen, welcher zwischen den zwei Hauptklemmen eine Mittelklemme besitzt.

Das Dreileitersystem bildet bezüglich der Grösse des versorgbaren Gebietes einen entschiedenen Fortschritt gegenüber dem Zweileitersystem.

Unter Hinzurechnung der Kosten der Isolation und Leitungsverlegung erspart man bei Anwendung des Dreileitersystems unter gewöhnlichen Verhältnissen beiläufig ein Drittel der Leitungskosten gegenüber der einfachen Parallelschaltung. Mit gleichen Kosten der Leitung kann man daher mit dem Dreileitersystem eine um etwa die Hälfte grössere Entfernung beherrschen.

Bei der Beleuchtung grösserer Städte, oder bei einiger Entfernung der Stromquelle vom Beleuchtungsgebiete, reichen jedoch auch die so erreichbaren Entfernungen bei Weitem nicht aus

Es muss daher die Spannung zwischen den Hauptleitungen noch

weiter erhöht werden, ohne dass jedoch die Gebrauchsspannung gesteigert wird. Zu diesem Zwecke kann das Dreileitersystem erweitert werden, indem man drei, vier oder mehr Maschinen hintereinanderschaltet und von denselben in analoger Weise die Leitungen abführt wie beim Dreileitersystem. Auf diese Weise entstehen das Vier-, Fünfleitersystem oder im Allgemeinen die Mehrleitersysteme.

b) Fünfleitersystem.

Beim Fünfleitersystem wird die durch die Fig. 154 dargestellte Anordnung eingehalten.

Es sind vier Maschinen von der Gebrauchsspannung hintereinandergeschaltet; von deren äusseren Klemmen führen die Hauptleitungen oder Aussenleiter AA_1 und BB_1 von den drei inneren

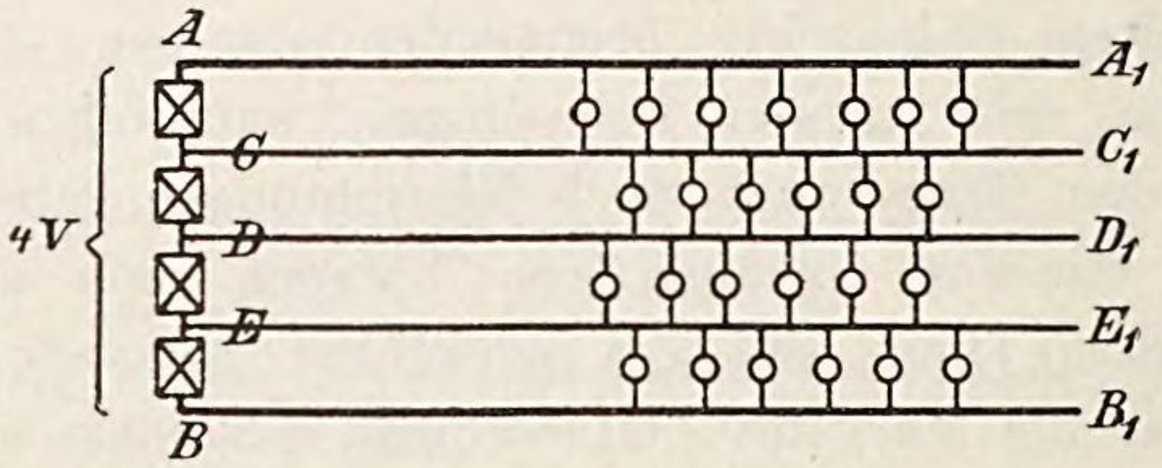


Fig. 154.

gemeinschaftlichen Klemmen die sogen. Mittelleiter CC_1, DD_1, EE_1 durch das Versorgungsgebiet. Die Spannung zwischen den beiden Aussenleitern ist gleich der vierfachen Gebrauchsspannung, während zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Leitern die einfache Gebrauchsspannung herrscht. Da die Spannung zwischen den Aussenleitern das Vierfache der bei dem Zweileitersystem angewendeten beträgt, wird der Querschnitt derselben gegenüber den Leitungen des letzteren auf $^1/_{16}$ reducirt. Hierzu treten jedoch noch die drei Mittelleiter, für deren Dimensionirung ganz analoge Gesichtspunkte maassgebend sind, wie wir sie beim Dreileitersystem erörtert haben. Den wesentlichen Ersparnissen an Leitungsmetall, welche durch Anwendung des Fünfleitersystemes erzielt werden, steht jedoch der Nachtheil einer schwierigen Regulirung gegenüber. Dieser Umstand zwingt oft dazu, entweder im Versorgungsgebiete selbst eine eigene Ausgleichsstation aufzustellen, oder aber die meisten Anschlüsse ebenfalls als Mehrleitersysteme auszuführen, was die Einführung hoher Spannungen in die unmittelbare Umgebung der Stromver-

brauchsstelle bedingt. So werden z. B. in dem Leitungsnetze der Stadt Königsberg i. P. nur Hausanschlüsse bis zu 25 Lampen nach dem Zweileitersysteme ausgeführt, während solche bis zu 50 Lampen schon nach dem Dreileiter-, bis zu 75 nach dem Vierleiter- und darüber schon nach dem Fünfleitersysteme angeordnet werden.

IV. Indirekte Vertheilung.

Das Wesen der indirekten Vertheilungsarten wird dadurch gekennzeichnet, dass die Stromerzeuger in einem eigenen und die Lampen in einem zweiten, von dem ersteren getrennten Stromkreise angeordnet sind. Man nennt den ersteren den primären, den letzteren den sekundären Stromkreis. Die Verbindung beider wird durch eigene Zwischenapparate hergestellt. Es sind dies entweder Akkumulatoren oder Transformatoren.

1. Vertheilung mittelst Akkumulatoren.

Die Vertheilung mittelst Akkumulatoren erscheint je nach den Bedürfnissen in mannigfaltigen Ausführungsformen.

Da die Akkumulatoren eine Aufspeicherung der elektrischen Energie ermöglichen, brauchen die Stromerzeuger und die Lampen nicht gleichzeitig in Betrieb zu sein[1]).

Die von den primären Stromquellen erzeugte elektrische Energie wird den Akkumulatoren zugeführt und in denselben in Form chemischer Energie aufgespeichert. Zu einer beliebigen anderen Zeit wird diese Energie wieder in elektrische umgesetzt und den Lampen zugeführt, wobei die Akkumulatoren die Rolle einer primären Stromquelle spielen. Die Vertheilung kann demnach eigentlich nur in Hinsicht auf den Umstand, dass der Strom nicht unmittelbar den Stromerzeugern entnommen wird, als indirekte bezeichnet werden.

Die primären Stromerzeuger, das sind die Maschinen, dienen entweder nur zum Laden der Akkumulatoren und diese letzteren allein geben den Nutzstrom an die Lampen ab, oder die Primärmaschinen laden die Akkumulatoren und speisen gleichzeitig auch direkt einen Theil der Lampen.

---

[1]) Es bedarf an dieser Stelle keiner näheren Erörterung, dass die Bezeichnung „Aufspeicherung“ nur in übertragenem Sinne zu verstehen ist.

Die letztere Anwendungsart ist in jenen Fällen am Platze, in welchen zu verschiedenen Tageszeiten ein sehr verschiedener Strombedarf zu decken ist. Während des stärksten Bedarfes speisen die Maschinen alsdann sowohl die Akkumulatoren, als auch einen Theil der Lampen, in den übrigen Zeiten aber übernehmen die Akkumulatoren allein die Versorgung der Lampen. Es können die verschiedensten Kombinationen in der Anordnung und in den relativen Grössen der Betriebselemente gedacht werden. An dieser Stelle wäre im Besonderen nur noch die Anordnung der Leitungen, sowie die Bestimmung der Dimensionen derselben zu erörtern.

Diese Fragen bedürfen aber nach dem Vorausgegangenen keiner besonderen Beantwortung, da sich die Anordnungsarten der an die Akkumulatoren angeschlossenen Leitungen von den bisher besprochenen nicht unterscheiden, und für die Bestimmung der Dimensionen ebenfalls die zur Genüge erörterten Gesichtspunkte maassgebend sind.

2. Vertheilung mittelst Transformationsapparaten.

Die direkten Vertheilungssysteme sind aus bereits dargelegten Gründen in der Höhe der anwendbaren Spannung an relativ enge Grenzen gebunden. Die Vortheile der hohen Spannung können dabei nur in sehr beschränktem Maasse ausgenützt werden, und die Uebertragung der elektrischen Energie auf grössere Entfernungen wird wirthschaftlich zur Unmöglichkeit. Die Grenze der mittelst der direkten Vertheilungssysteme beherrschbaren Entfernungen tritt schon in jeder grösseren Stadt auf, wenn nicht die Kraftquelle inmitten derselben liegt; umsomehr natürlich dann, wenn die Kraftquelle ausserhalb des Beleuchtungsgebietes gelegen ist.

In solchen Fällen kann man der hohen Spannung nicht entrathen. Da aber an den Verbrauchsstellen nur die durch die Natur der Lampen und die Rücksicht auf die Sicherheit gebotene Spannung herrschen darf, so bleibt als einzige Lösung die indirekte Vertheilung.

Bei dieser wird der von der Stromquelle gelieferte Strom mit hoher Spannung und daher grosser Oekonomie durch den unzugänglich verlegten und von den Verbrauchsstellen vollkommen getrennten Primärkreis in das Beleuchtungsgebiet geführt. Hier werden mit Hilfe von Transformationsapparaten Ströme von der niedrigen Ge-

brauchsspannung und entsprechend höherer Intensität erzeugt, welche von den Sekundärkreisen aus den Lampen zugeführt werden. Die Spannung im Primärkreise hat bei einer ausgeführten Anlage bereits 20000 Volt erreicht; sie wird im Allgemeinen um so höher gewählt werden, je grösser die zu versorgenden Strecken sind. Für die sekundären Kreise gelten dieselben Rücksichten wie für die direkte Vertheilung und ihre Berechnung geschieht nach den im Vorhergehenden erörterten Principien.

3. Vertheilung mittelst Wechselstrom-Transformatoren.

Wie wir als bekannt voraussetzen dürfen, besteht der Wechselstrom-Transformator der Hauptsache nach aus zwei von einander isolirten Spulen, welche als primäre, bezw. sekundäre bezeichnet werden.

Die Primärspule nimmt den hochgespannten Strom von geringer Intensität aus der Primärleitung auf, und dieser inducirt in der Sekundärspule einen Strom von niedrigerer Spannung und entsprechend höherer Intensität, welcher an den Lampenkreis abgegeben wird.

Das Verhältniss der primären zur sekundären Stromstärke, bezw. der primären zur sekundären Spannung, ergiebt sich genügend genau aus dem Verhältnisse der Windungszahlen beider Spulen, welches das Umsetzungsverhältniss des Transformators genannt wird.

Die Anordnung der Transformatoren im Primärstromkreise kann eine zweifache sein; sie können entweder in Serien- oder in Parallelschaltung betrieben werden. Dem ersten Falle würde jener Transformator am vollkommensten entsprechen, welcher bei konstanter Stromstärke im Primärkreise auch einen konstanten Strom im Sekundärkreise liefert, während im zweiten Falle derjenige Transformator am Platze ist, welcher trotz der Aenderungen der Belastung bei konstanter Spannung an den Primärklemmen auch die Konstanz der Spannung an den Sekundärklemmen sichert. Die Herstellung von Transformatoren der ersten Art stösst auf Schwierigkeiten, während solche der zweiten Art bereits in grosser Vollkommenheit hergestellt werden.

a) Serienschaltung von Wechselstromtransformatoren.

Diese historisch an erster Stelle stehende Schaltung der Transformatoren, welche 1883 von Gaulard und Gibbs auf der Turiner Ausstellung vorgeführt wurde, ist dadurch gekennzeichnet, dass die Primärwindungen sämmtlicher Transformatoren hintereinander in den Primärstromkreis eingeschaltet sind. Die Sekundärwindungen sind mit den ihnen zugetheilten Lampengruppen verbunden.

Fig. 155 stellt eine derartige Anordnung dar. A B ist der primäre Stromkreis, in welchem die Primärspulen der Transformatoren T der Reihe nach angeordnet sind, während die Sekundärspulen in den einzelnen Lampenkreisen liegen.

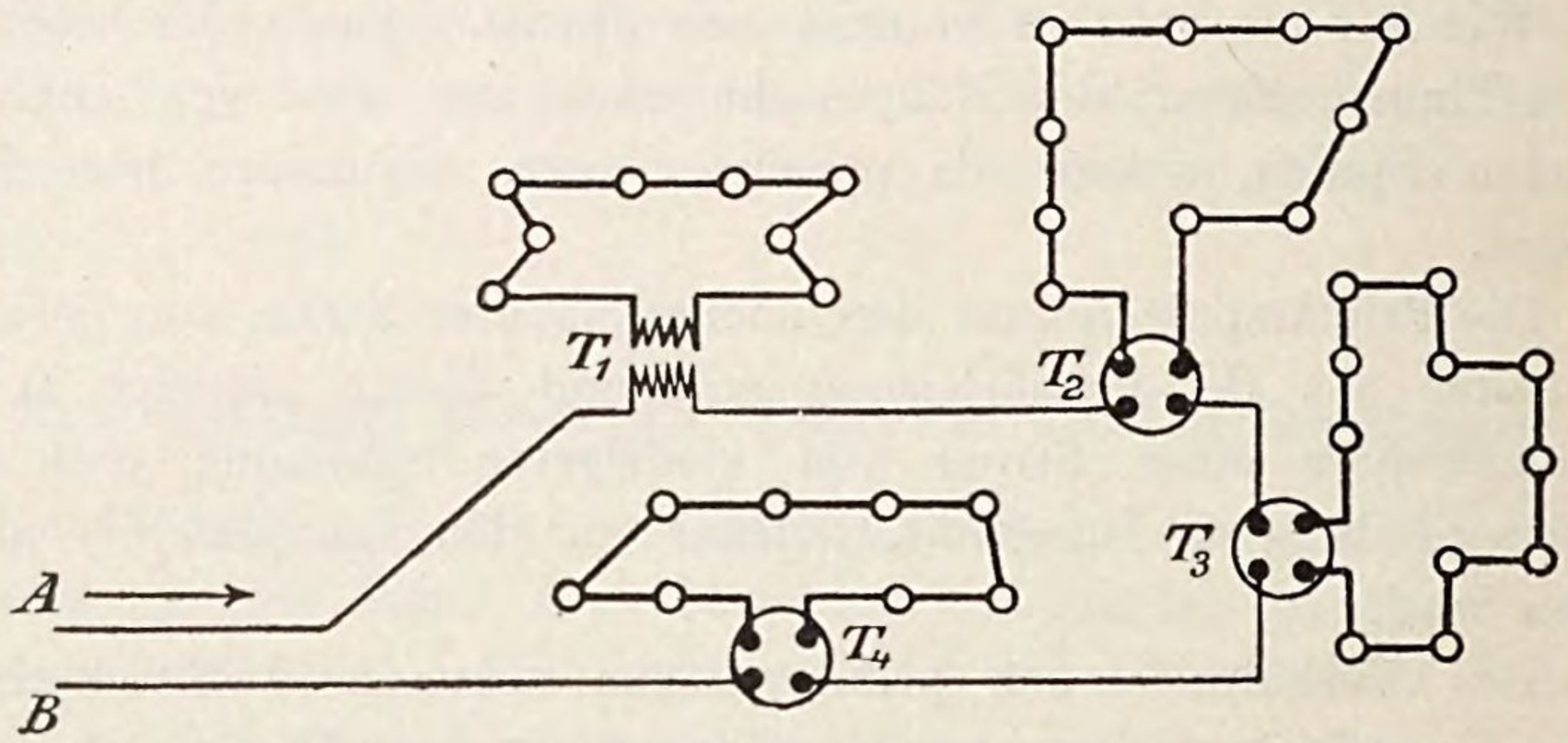


Fig. 155.

Da der Betrieb mit konstanter Stromstärke im primären Stromkreise erfolgt, muss auch im sekundären Kreise die Stromstärke konstant gehalten werden, während die Spannung sich je nach der Anzahl der eingeschalteten Transformatoren und nach der Belastung der einzelnen Sekundärstromkreise ändert und dementsprechend so regulirt werden muss, dass die Lampen in ihrer normalen Funktion erhalten bleiben. Es ist einleuchtend, dass diesen Verhältnissen nur dann in einfacher und natürlicher Weise entsprochen wird, wenn auch die Lampen in den Sekundärkreisen hintereinandergeschaltet sind.

b) Parallelschaltung von Wechselstromtransformatoren.

Dem Zwecke einer wirklichen Stromvertheilung, wie sie in den überwiegend meisten Fällen nothwendig ist, d. h. unter Anwendung der Parallelschaltung in den Sekundärstromkreisen, kann nur die

Parallelschaltung der Transformatoren genügen, welche zuerst durch das System Zipernowsky-Déri-Bláthy in die Praxis eingeführt worden ist. Die Transformatoren müssen derart gebaut sein, dass sie die Spannung an den Sekundärklemmen annähernd konstant halten, wenn die Spannung an den Primärklemmen konstant bleibt. Solche Transformatoren sind dann selbstregulirend, indem die Primärspule nur soviel Strom aufnimmt, als der Anzahl der in den Sekundärkreis eingeschalteten Lampen entspricht.

Das System der Parallelschaltung von Transformatoren ist somit dadurch scharf gekennzeichnet, dass die Klemmenspannungen im

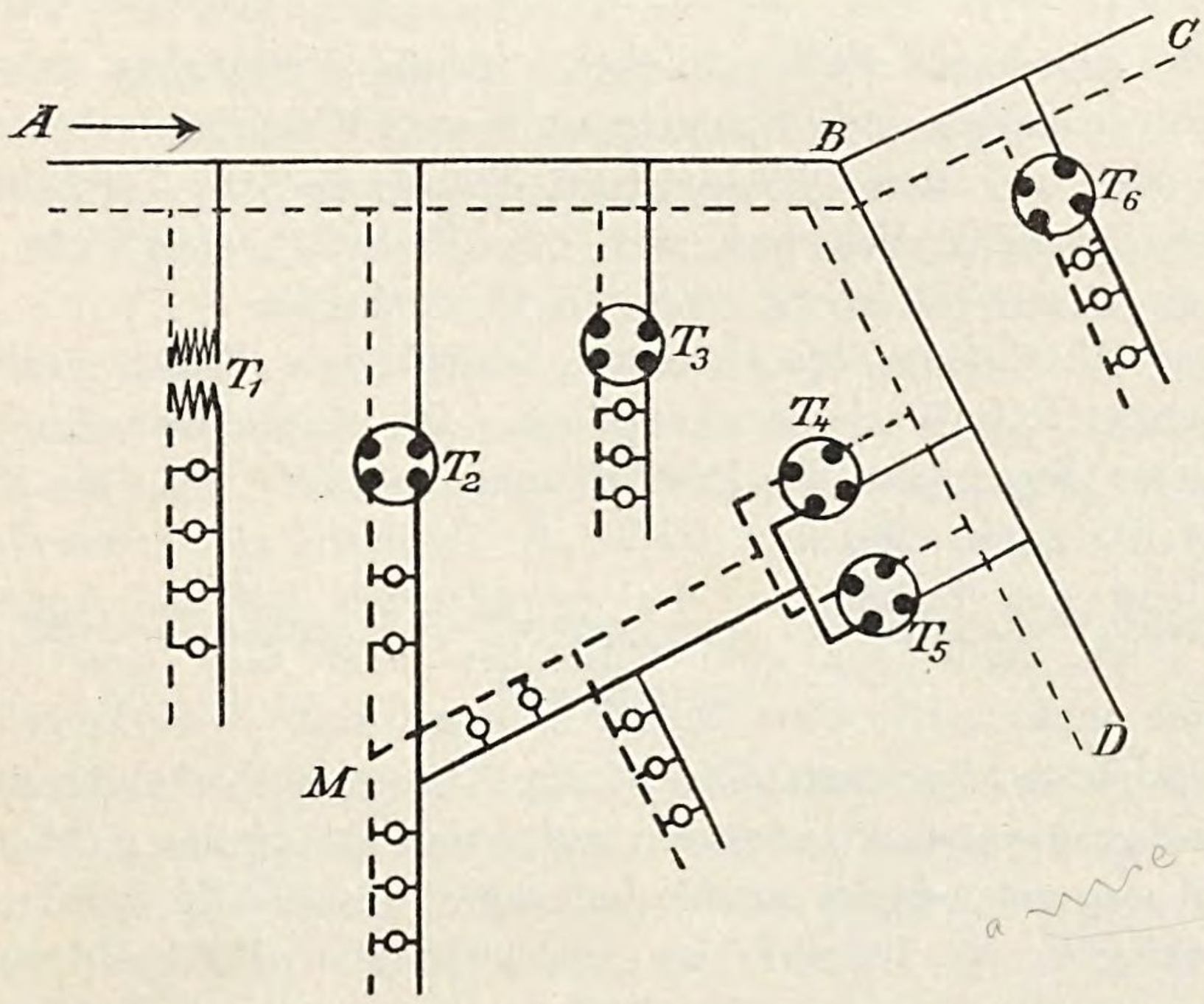


Fig. 156.

Leitungsnetze annähernd konstant sind und die Stromstärke sich nach der Anzahl der eingeschalteten Transformatoren und nach deren Beanspruchung richtet.

In Fig. 156 ist eine Parallelschaltungsanlage schematisch dargestellt.

A B C D stellt die Primärleitung dar, welche den hochgespannten Strom dem Beleuchtungsgebiete zuführt. An geeigneten Stellen sind die Primärwindungen der Transformatoren T_1, T_2 . . . parallel eingeschaltet. Die Sekundärspulen senden den Strom entweder in einzelne getrennte Netze wie T_1, T_3, T_6, oder es werden mehrere Sekundär-

spulen parallel geschaltet, die ein sekundäres Netz M gemeinsam versorgen, wie T_2, T_4, T_5.

Bei ausgedehnten Anlagen bilden die Primärleitungen ein geschlossenes Leitungsnetz, welchem der hochgespannte Strom an geeigneten Knotenpunkten zugeführt wird. Die Sekundärspulen geben ihren Strom je nach den örtlichen Verhältnissen entweder an getrennte Stromkreise ab oder liefern denselben ebenfalls in ein geschlossenes Leitungsnetz, von welchem die Lampenkreise abzweigen.

4. Vertheilung mittelst Gleichstromtransformatoren.

Die unbedingte Nothwendigkeit, behufs Versorgung grösserer Beleuchtungsgebiete hohe Spannungen anzuwenden, hat insbesondere infolge des auf dem Wechselstrom-Transformatoren-Vertheilungssysteme ruhenden Patentschutzes den Versuch nahegelegt, auch Gleichstrom mittelst Transformatoren zu vertheilen.

Der Gleichstrom-Transformator besteht dem Wesen nach aus zwei gekuppelten Gleichstrommaschinen. Die eine nimmt den hochgespannten Strom aus der Primärleitung auf und wirkt als Motor, welcher die zweite Maschine treibt, die ihrerseits als Stromerzeuger wirkt und den Strom von der gewünschten Gebrauchsspannung liefert. An Stelle der zwei Maschinen wird auch eine einzige Maschine angewendet, deren Anker zwei getrennte Wickelungen mit den zugehörigen Kommutatoren besitzt. Die eine Wickelung nimmt den hochgespannten Primärstrom auf, und die zweite giebt einen niedrig gespannten Strom an die Lampenkreise ab. Es wurde auch vorgeschlagen, im Primärkreise hochgespannten Wechselstrom zu führen, mittelst desselben Wechselstrommotoren und durch diese Gleichstrommaschinen zu betreiben, wodurch ebenfalls eine Transformation ermöglicht wäre.

Die Anordnung der Leitungen ergiebt sich aus dem Gesagten von selbst. Von der Stromquelle führen die Primärleitungen in das eigentliche Beleuchtungsgebiet zu einer oder mehreren Transformatoren-Unterstationen, von welchen der Gebrauchsstrom in das sekundäre Netz abgegeben wird.

Es springt in's Auge, dass dieses System eine Decentralisirung des Betriebes, eine Zerstörung der Einheit und Uebersichtlichkeit der Anlage und grosse Schwierigkeiten in der Regulirung mit sich bringt. Es ist daher auch in der That zu keiner allgemeineren Geltung gelangt.

5. Vertheilung mittelst Akkumulatoren-Unterstationen.

Derselbe Zweck, welcher mittelst Gleichstromtransformatoren angestrebt wird, kann auch durch die Anwendung sogenannter Akkumulatoren-Unterstationen erreicht werden. Die Transformation des hochgespannten Stromes wird in diesem Falle mit Hilfe von Akkumulatorenbatterien bewerkstelligt.

Das von einer Centrale aus zu versorgende Beleuchtungsgebiet wird in mehrere Theile zerlegt, in welchen je eine Unterstation mit meistens zwei Akkumulatorenbatterien eingerichtet wird. Die beiden Batterien lösen sich gegenseitig ab, indem die eine in der Zeit geladen wird, während welcher die andere die Lampen speist.

Während der Ladung mit dem hochgespannten Primärstrome sind die Zellen der Batterie hintereinandergeschaltet. Nach vollendeter Ladung werden entsprechende Abtheilungen der Batterie parallel geschaltet, und diese geben dann den Strom von der erforderlichen Gebrauchsspannung an die Lampen ab. Mittlerweile wird die zweite Batterie in der angedeuteten Weise geladen u. s. f.

6. Berechnung der Leitungen für die indirekten Systeme.

Die Berechnung der Leitungen für Vertheilungssysteme, die sich auf eine Transformation des Stromes gründen, unterscheidet sich bei richtiger Interpretation durch nichts von derjenigen, welche für die direkte Vertheilung erörtert worden ist.

Die Primärleitung ist wieder eine offene oder geschlossene und wird dementsprechend berechnet, wobei die Orte, an welchen die Transformatoren, beziehungsweise Unterstationen, eingeschaltet sind, als Stromabnahmestellen und deren primärer Strombedarf als Abnahme anzusehen sind. Der primäre Strombedarf ergiebt sich aus dem sekundären unter Berücksichtigung des Umsetzungsverhältnisses und des inneren Verlustes der Transformationsapparate. Die sekundären Netze werden ebenso nach den bereits bekannten Gesichtspunkten berechnet, wobei die Transformationsapparate als Stromquellen zu betrachten sind.

Um einen deutlicheren Ueberblick über die Faktoren zu vermitteln, welche speciell bei Wechselstromtransformatoren in Rechnung

zu ziehen sind, führen wir zum Zwecke der Durchführung eines Beispieles einige Angaben über mehrere Typen Ganz'scher Transformatoren an.

Normale sekundäre Leistung in Watt	1000	2500	5000	10000
Energieverlust im primären Widerstande in %	1	0,8	0,6	0,65
Energieverlust im sekundären Widerstande in %	1	1	1,1	1
Magnetisirungsarbeit in %	6	3,6	3,0	2,2
Wirkungsgrad bei Vollbelastung	92,7	94,8	95,4	96,2

Bei einem Windungsverhältnisse von 18 : 1 ergaben sich für die oben angeführten Typen der Reihe nach folgende Spannungen und Stromstärken:

Spannung	primär	1940	Volt,	sekundär	105
Stromstärke	-	0,59	Ampère,	-	10
	-	1,43	-	-	25
	-	2,85	-	-	50
	-	5,65	-	-	100

Die Primärstromstärken für Vollbelastung berechnen sich wie folgt.

Die grösste Type soll sekundär liefern

$$105 \times 100 = 10\,500 \text{ Watt.}$$

Da die primär aufzuwendende Gesammtenergie die sekundäre Leistung, den Energieverlust in beiden Spulen und die Magnetisirungsarbeit bestreiten muss, berechnet sich dieselbe als Summe folgender Grössen:

Sekundär geforderte Leistung		10500	Watt
Energieverlust in der prim. Spule	1 % =	105	-
- - - sek. -	1 % =	105	-
Magnetisirungsarbeit	2,2 % =	230	-
		10940	Watt.

Da aber die Primärspannung 1940 Volt beträgt und bei Vollbelastung die Effekte der Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung vollkommen vernachlässigbar sind, so muss der Primärstrom sich ergeben als Quotient aus der primären Gesammtenergie, getheilt durch die primäre Spannung:

$$J_{prim} = \frac{10940}{1940} = 5{,}65 \text{ Ampère.}$$

Es sei z. B. in einem Kurorte, dessen Situation durch die Planskizze Fig. 157 dargestellt ist, sei eine Anzahl grösserer Gebäude,

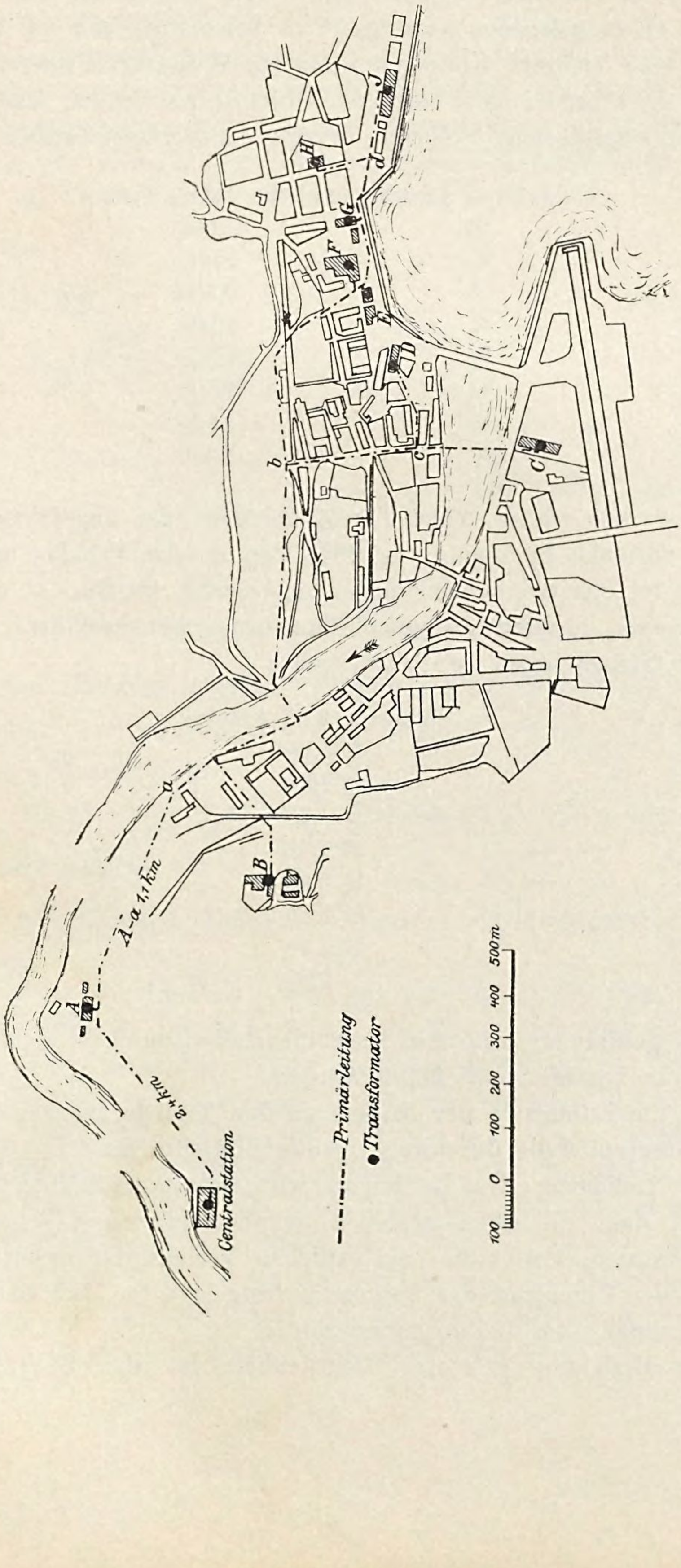


Fig. 157.

Leitungsnetz einer kleinen Wechselstromcentrale.

wie z. B. das Kurhaus, Gasthöfe und dergl., ausserdem ein ausserhalb des Ortes gelegener Ausflugsort zu beleuchten und zu diesem Zwecke eine mehrere Kilometer entfernte Wasserkraft auszunützen.

Der Lichtbedarf der einzelnen Objekte sei derart, dass man demselben entsprechend folgende Transformatorgrössen wählen kann:

Gebäude	A	Transformator für	5000	Watt
-	B	-	10000	-
-	C	-	5000	-
-	D	-	2500	-
-	E	-	2500	-
-	F	-	10000	-
-	G	-	5000	-
-	H	-	2500	-
-	I	-	5000	-

Setzen wir voraus, dass Transformatoren der angeführten Art mit der normalen Spannung von 1940 Volt an den Primär- und von 105 Volt an den Sekundärklemmen angewendet werden, so ergeben sich folgende, an den einzelnen Transformatorenanschlüssen nothwendigen Stromstärken im Primärkreise:

Im Punkte		A	2,85	Ampère
-	-	B	5,65	-
-	-	C	2,85	-
-	-	D	1,43	-
-	-	E	1,43	-
-	-	F	5,65	-
-	-	G	2,85	-
-	-	H	1,43	-
-	-	I	2,85	-

Die gesammte, von der Maschinenstation zu liefernde Primärstromstärke beträgt somit 26,99 Ampère.

Für die Zuführung der Ströme zu den Transformatoren wählen wir in unserem Falle durchwegs blanke Luftleitungen.

Der Linienzug der Leitungen wird selbstverständlich so angeordnet, dass die Abnahmestellen auf den kürzesten Wegen verbunden werden, soweit dies die örtlichen Verhältnisse gestatten.

Ist der Linienzug der Leitungen festgelegt, so schreitet man zur Berechnung der Leitungsquerschnitte.

Zur Erzielung grösserer Deutlichkeit ist das Schema der

Leitungen sammt den Grössen der einzelnen Zweigstromstärken nochmals dargestellt (Figur 158).

Um eine möglichst gleiche Funktion der Lampen in allen Sekundärkreisen innerhalb der Ortschaft zu sichern, setzen wir fest, dass die Spannungsunterschiede in den Abzweigungspunkten des Hauptstranges von a bis d $1\frac{1}{2}\%$ der normalen Primärspannung, also ungefähr 30 Volt nicht überschreiten dürfen.

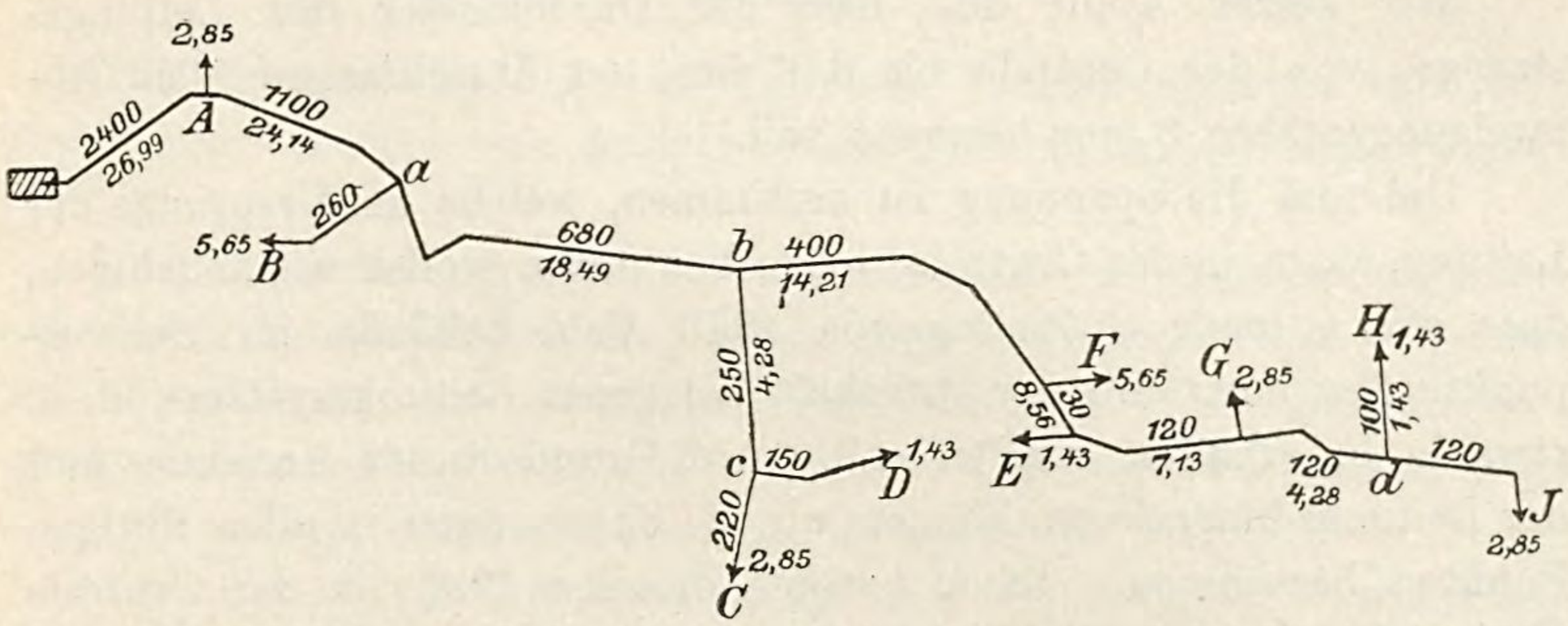


Fig. 158.
Schema des Leitungsnetzes der Fig. 157.

Dieser Bedingung zufolge ergiebt sich für den Strang a d, wenn die halbe Leitungsfähigkeit des Kupfers mit $\frac{k}{2} = 30$ eingeführt wird, ein Querschnitt:

$$f = \frac{18{,}49 \cdot 680 + 14{,}21 \cdot 400 + 8{,}56 \cdot 30 + 7{,}13 \cdot 120 + 4{,}28 \cdot 120}{30 \cdot 30}$$
$$= 23{,}1 \text{ qmm.}$$

Dieser Querschnittsfläche entspricht ein Drahtdurchmesser von 5,2 mm.

Da man in der Praxis stets nur gangbare Drahtsorten anwenden wird, so wählen wir eine solche von 6 mm Durchmesser. Dieser Wahl zufolge wird der grösste Spannungsabfall auf der Strecke a d noch unter den angenommenen $1\frac{1}{2}\%$ der normalen Primärspannung bleiben. Die Abzweigungen a B, b C u. s. w. sind nun ebenfalls so zu dimensioniren, dass die Spannungen an den Primärklemmen der Transformatoren nicht um mehr als $1\frac{1}{2}\%$ der normalen Primärspannung untereinander abweichen. Diesem Zwecke würden in unserem Falle äusserst dünne Drähte genügen; aus praktischen Gründen und mit Rücksicht auf die Materialfestigkeit können wir dieselben nicht unter 3 mm Durchmesser annehmen.

Um die Spannung am Transformator in A wenig verschieden von der an den übrigen Transformatoren zu erhalten, müsste die Stärke des Leitungsdrahtes von a aus gegen A grösser sein als 6 mm. Es wird sich jedoch empfehlen, den Querschnitt des ganzen Stranges bis zur Centrale gleich dem des übrigen Hauptstranges zu wählen und eine eventuell zu hoch ausfallende Spannung in A durch eine einfache Regulirung entsprechend zu ändern.

Wir setzen somit fest, dass der Durchmesser des Leitungsstranges von der Centrale bis d 6 mm, der Durchmesser aller Abzweigungsdrähte 3 mm betragen soll.

Um nun die Spannung zu bestimmen, welche am Ursprunge der Leitung, d. h. in der Centrale, herrschen muss, wollen wir annehmen, dass die normale Spannung von 1940 Volt beiläufig im Schwerpunkte des innerhalb der Ortschaft gelegenen Leitungssystems, d. h. etwa in F, erhalten werden soll. Auf Grund dieser Annahme und der Leitungsdimensionen können wir die Spannungen in allen übrigen Punkten bestimmen. In A beträgt dieselbe 1993, in der Centrale 2069 Volt. Letztere Zahl giebt uns in Verbindung mit dem Werthe der gesammten Primärstromstärke die Grösse der von der Centrale zu liefernden Arbeitsleistung an. Diese beläuft sich auf

$$26{,}99 \text{ Amp.} \times 2069 \text{ Volt} = 55842{,}31 \text{ Watt}$$

oder rund 56000 Watt. Untersuchen wir die Spannungsvertheilung in den übrigen Theilen der Leitung, so finden wir, dass die Spannung am Transformator B 1954 Volt und an dem am weitesten davon entfernten, innerhalb der Ortschaft gelegenen Transformator J 1936 Volt beträgt, dass also der grösste Unterschied 18 Volt, d. h. noch weniger als 1% der normalen Spannung ist. Selbst der Unterschied der Spannungen an den über $2^1/_2$ km von einander entfernten Transformatoren A und I beläuft sich nur auf 57 Volt, d. i. 3% der Grundspannung.

In Bezug auf die Spannungsvertheilung entsprechen also die gefundenen Dimensionen vollkommen. Untersucht man dieselben noch in Bezug auf die davon abhängende Erwärmung der Leitungen, so findet man, (dass die Belastung des Querschnittes im Maximum noch immer weniger als 1 Ampère auf 1 qmm beträgt, und) dass die Dimensionen auch in dieser Rücksicht vollkommen entsprechen.

Wir haben in dem vorgeführten Beispiele nur die Berechnung der Primärleitung in Betracht gezogen. Die Berechnung der an die einzelnen Transformatoren angeschlossenen Sekundärkreise bedarf keiner weiteren Erörterung, da dieselbe einfach nach den Grund-

sätzen der direkten Vertheilung durchzuführen ist, wobei man die Sekundärklemmen der Transformatoren als Klemmen von Stromquellen zu betrachten hat.

7. Vergleich verschiedener Vertheilungsarten in Bezug auf die erforderliche Menge an Leitungsmetall.

Die Betrachtung der verschiedenen Vertheilungsarten legt die Frage nahe, welche von denselben am vortheilhaftesten angewendet wird.

Die Beantwortung dieser Frage erheischt die Rücksichtnahme auf eine Reihe von Momenten, deren gegenseitiges Gewicht sich von Fall zu Fall ändert. Es muss daher jedes einzelne Moment besonders abgewogen werden; dann müssen erst alle gewissermaassen summirt und daraus die Entscheidung abgeleitet werden.

In vielen Fällen treten allerdings ein oder mehrere Momente so charakteristisch in den Vordergrund, dass die Entscheidung ohne Weiteres auf ein bestimmtes System fallen muss.

In dem vorliegenden Kapitel ist vor allem eines aus der Reihe der Momente von Interesse, welches mit den erforderlichen Dimensionen der Leitungen zusammenhängt, nämlich die Menge des aufzuwendenden Leitungsmetalles.

Wir wollen daher einen kurzen Vergleich mehrerer Vertheilungsarten in dieser Hinsicht anstellen, und wählen zu diesem Zwecke das Zwei-, Drei- und Fünfleiter- für 100voltige Glühlampen und ein Transformatorensystem mit 2000 Volt Primärspannung.

In den folgenden Ausdrücken sollen bezeichnet werden:

mit L die einfache Länge der Leitung,

- f deren Querschnitt,
- p der in der Hauptleitung als zulässig erachtete maximale Spannungsverlust, ausgedrückt in Procenten der Betriebsspannung,
- i der Strom einer Lampe,
- N die Anzahl der Lampen,
- Q_2, Q_3, Q_5 und Q_T die Mengen des Leitungsmetalles für die durch die Indices angedeuteten Systeme,
- K_2, K_3, K_5 und K_T die Kupfergewichte der Leitungen für diese Systeme.

Dann gelten für das Zweileitersystem die Beziehungen:

$$51) \quad . \quad . \quad f = \frac{2\,L \cdot i \cdot N}{60 \cdot \frac{V\,p}{100}} \quad \text{und} \quad Q_2 = 2\,L\,f = 6{,}6\,\frac{i\,N}{V\,p}\,L^2. \quad . \quad . \quad 52)$$

Für das Dreileitersystem berechnet sich der Aussenleiterquerschnitt

$$f = \frac{2\,L \cdot \frac{i}{2}\,N}{60 \cdot \frac{2\,V\,p}{100}} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 53)$$

Nehmen wir, für den Mittelleiter die Hälfte des Querschnittes eines Aussenleiters an, so erhalten wir:

$$Q_3 = \frac{2L \cdot \frac{i}{2}\,N}{60 \cdot \frac{2\,V\,p}{100}} \cdot 2\,L + \frac{L\,\frac{i}{2}\,N}{60 \cdot \frac{2\,V\,p}{100}} \cdot L = 2{,}083\,\frac{i\,N}{V\,p}\,L^2. \quad . \quad 54)$$

Für das Fünfleitersystem erhalten wir als Aussenquerschnitt:

$$f = \frac{2\,L \cdot \frac{i}{4} \cdot N}{60 \cdot \frac{4\,V\,p}{100}} \cdot \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 55)$$

Nehmen wir für die zwei den Aussenleitern benachbarten Innenleiter die Hälfte und für den mittleren Leiter ein Viertel des obigen Querschnittes an, so ergiebt sich

$$Q_5 = \frac{2\,L\,\frac{i}{4} \cdot N}{60 \cdot \frac{4\,V\,p}{100}} \cdot 2L + \frac{L\,\frac{i}{4}\,N}{60 \cdot \frac{4\,V\,p}{100}}\,2\,L + \frac{\frac{L}{2} \cdot \frac{i}{4}\,N}{60 \cdot \frac{4\,V\,p}{100}} \cdot L \quad . \quad 56)$$

$$= 0{,}677\,\frac{i\,N}{V\,p}\,L^2.$$

Für das Transformatorensystem mit 2000 Volt Primärspannung ergiebt sich schliesslich

$$57) \quad . \quad . \quad f = \frac{2L \cdot \frac{i}{20}\,N}{60 \cdot \frac{20\,V\,p}{100}} \quad \text{und} \quad Q_T = 0{,}166 \cdot \frac{i\,N}{V\,p}\,L^2. \quad . \quad . \quad 58)$$

Setzen wir als Einheiten für die numerische Berechnung
den Strom i einer Lampe = 0,5 Ampère
das maximale Spannungsgefälle p = 10 %
und die Betriebsspannung an den Lampen V = 100 Volt
fest, so ergiebt sich für N = 1 Lampe

$$\frac{i\,N}{V\,p} = 0{,}0005, \quad . \quad . \quad 59)$$

welchen Werth wir in die gefundenen Ausdrücke für Q einführen können, um daraus, unter Zugrundelegung des Werthes 8,9 für das specifische Gewicht des Kupfers, die Kupfergewichte in kg zu ermitteln, welche unter den angenommenen Verhältnissen auf eine Lampe entfallen. Wir erhalten so für die in Metern gemessene halbe Leitungslänge L

$K_2 = 29664 \cdot 10^{-9} L^2$, Kurve I Fig. 159
$K_3 = 9270 \cdot 10^{-9} L^2$, - II - -
$K_5 = 3013 \cdot 10^{-9} L^2$, - III - -
$K_T = 71 \cdot 10^{-9} L^2$, - IV - -

Zur besseren Veranschaulichung der für verschiedene Radien des zu beleuchtenden Distriktes in Betracht kommenden Gesammtgewichte sind die obigen Ausdrücke in der nebenstehenden Figur 159 graphisch dargestellt. Die Kurven dieser Figur stellen lediglich das Kupfergewicht der Hauptleitungen dar; für die zu den Lampen führenden Abzweigungen kann in allen vier Fällen nahezu dasselbe Kupferquantum als erforderlich angesehen werden.

Wollte man auf Grund der Tafel auch einen näherungsweisen

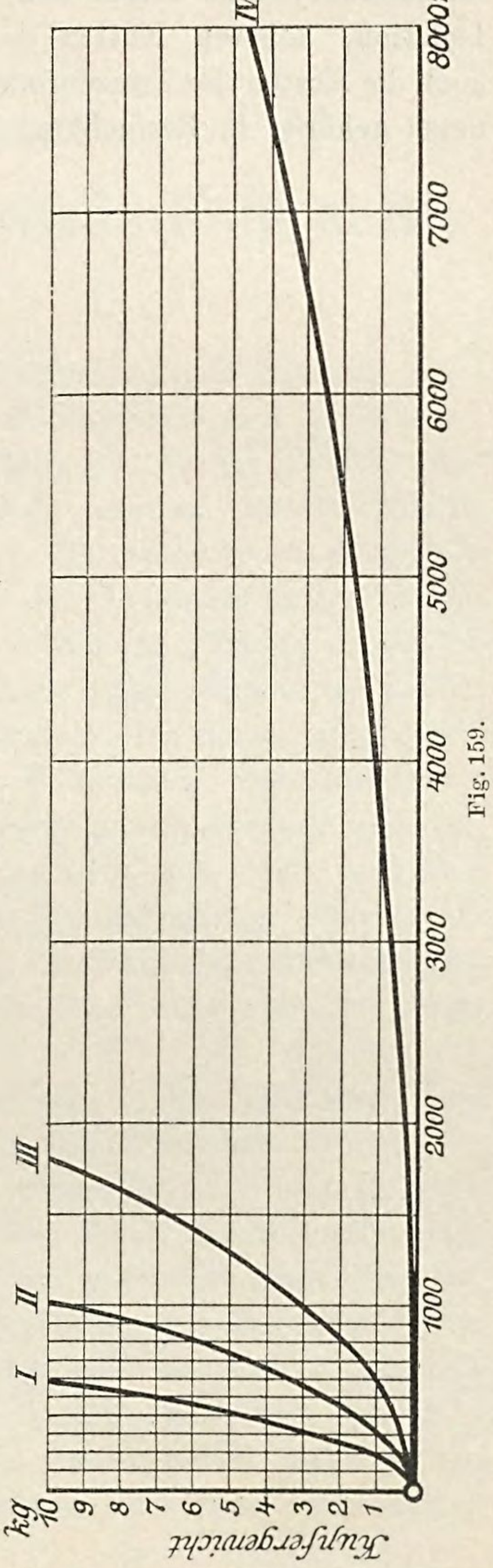


Fig. 159.

Vergleich der Kosten der Leitungsanlage anstellen, so müsste man bedenken, dass die Kosten der Leitungsverlegung beim Fünfleitersystem höher sind als beim Dreileitersystem und bei diesem wieder höher als bei der einfachen Parallelschaltung; dass ferner beim Transformatorensysteme ausser den, wegen der erforderlichen vorzüglichen Isolation, höheren Kosten der Leitung per laufenden Meter auch noch die Kosten der Transformationsapparate selbst, als zum Leitungsnetze gehörig, in Betracht zu ziehen wären.

Siebentes Kapitel.

Das Leitungsnetz der Stadt Köln a. Rh.

Im Anschlusse an die in den vorhergegangenen Kapiteln gegebenen Erläuterungen dürfte es von Interesse sein, ein praktisches Beispiel durchzuführen. — Wir wählen zu diesem Zwecke das Wechselstrom-Primärnetz der Stadt Köln, dessen Gestalt, Dimensionen und maximale Belastung in Fig. 160 schematisch dargestellt sind. In dieser Figur bedeuten die den Leitungssträngen beigeschriebenen Zahlen die Längen der betreffenden Stränge in m, beziehungsweise die Querschnitte derselben in qmm, während die Zahlen an den in den Punkten $a_1 \ldots\ldots a_{24}$ entspringenden Pfeilen die Primärstromstärken der in den betreffenden Punkten als Stromabnehmer wirkenden Transformatoren, bezw. Transformatorengruppen angeben. Im Interesse der deutlicheren Darstellung und einfacheren Rechnung sind hierbei die sämmtlichen kleineren Stromabnahmen eines Kabelstückes zu einer einzigen resultirenden Stromabnahme zusammengefasst, welche im Leitungsmittelpunkte oder Schwerpunkte dieses Kabelstückes angreift (Fig. 160).

Die Berechnung der Stromvertheilung in dem gegebenen Leitungsnetze gründet sich auf den bereits erörterten Satz:

Der Theilstrom, welcher in einem Leiter einer in demselben liegenden Abnahmestelle von einer Seite zufliesst, ist gleich dem Leiterstrome, welcher nach dem Ohm'schen Gesetze dem Spannungsunterschiede an den Enden des Leiters und dem ganzen Widerstande des letzteren entspricht, vermehrt um die auf die betreffende Seite entfallende Komponente des Abnahmestromes. — Befinden sich in einem Leiter mehrere Abnahmestellen, so erleidet die Berechnung nach dem angeführten

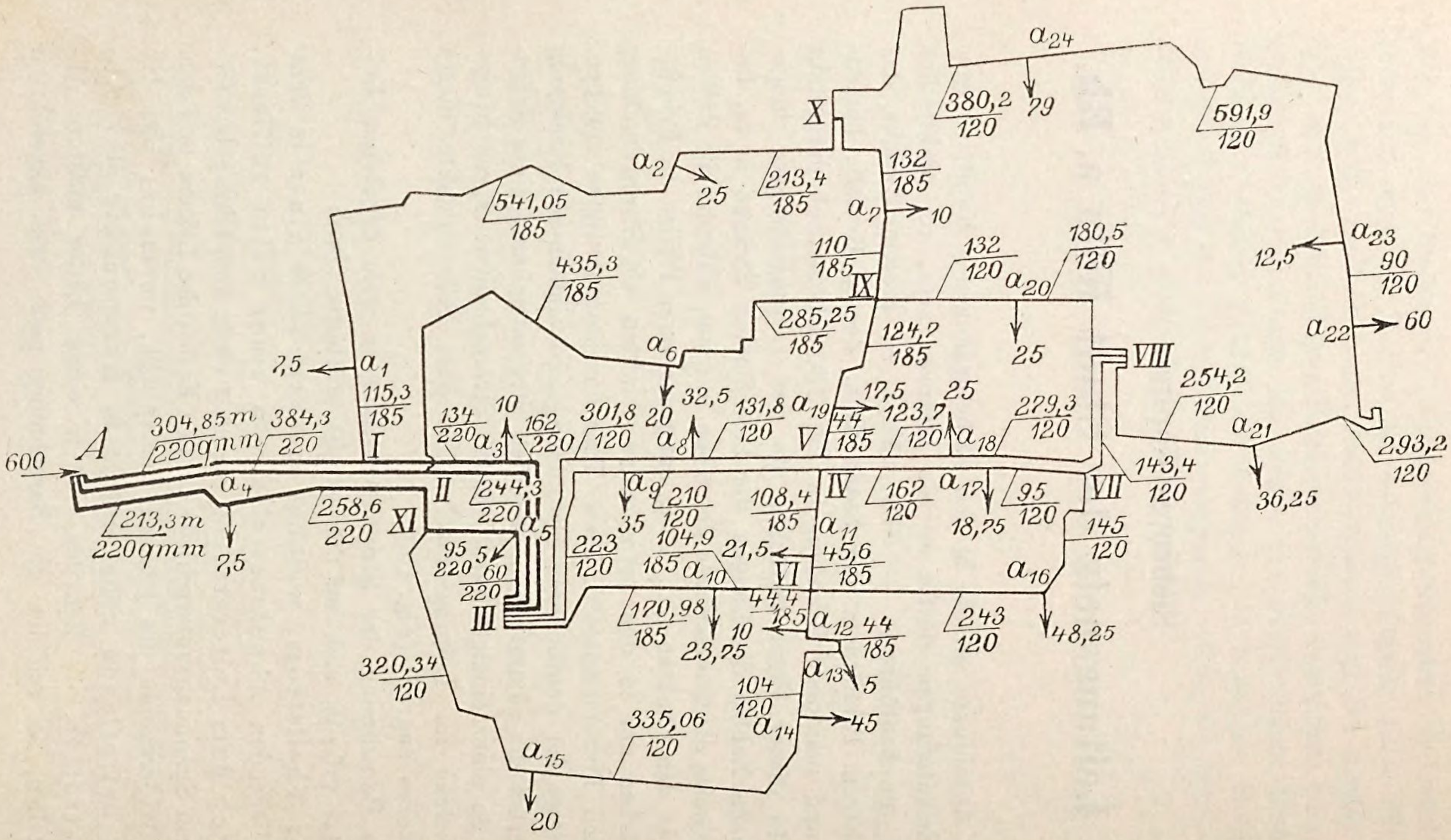


Fig. 160.
Wechselstromprimärnetz der Stadt Köln.

$\frac{384,3}{220}$ bedeutet ein konzentrisches, eisenbandarmirtes Kabel von 384,3 m Länge und 2 × 220 qmm Querschnitt.

Satze keine wesentliche Aenderung; denn man hat alsdann nur die jeder Abnahme entsprechenden Theilströme zu ermitteln und dieselben — dem Gesetze von der Superposition der Ströme gemäss — in den betreffenden Leiterstrecken zu addiren.

In Anwendung auf unser Beispiel ergiebt sich folgender Rechnungsgang. Da alle Leiterwiderstände und alle Stromabnahmen gegeben sind, so können wir die Komponentenströme in jedem Leiter unmittelbar bestimmen. — Es handelt sich somit hauptsächlich nur mehr um die Ermittlung der Ströme, welche den Spannungsunterschieden zwischen den Enden der einzelnen Leiter des Netzes und den Widerständen derselben entsprechen. Zu diesem Zwecke denken wir uns alle Abnahmen in ihre Komponentenströme zerlegt und letztere an den Endpunkten der bezüglichen Leiter wirkend, so dass nur die Knotenpunkte I, II . . . . . XI des Netzes belastet erscheinen. — Für diese Belastung berechnen wir die Stromvertheilung und finden so die der Spannungsvertheilung des Netzes entsprechenden ideellen Leiterströme, zu denen wir alsdann nur die entsprechenden Komponentenströme sinngemäss zu addiren haben, um die thatsächliche Vertheilung des Stromes im Netze zu erhalten.

Die Zerlegung der Abnahmeströme in ihre auf die Leiterenden entfallenden Komponentenströme geschieht, wie bekannt, auf Grund des Satzes, dass die Komponenten einfach umgekehrt proportional sind den Leiterwiderständen zwischen den Enden und der Abnahmestelle.

So zerlegt sich z. B. die Abnahme a_1 im Leiter I X (Fig. 160) in die Komponente $\frac{541{,}05 + 213{,}4}{115{,}3 + 541{,}05 + 213{,}4}\, a_1$, welche auf den Knoten I, und in die Komponente $\left[1 - \frac{541{,}05 + 213{,}4}{115{,}3 + 541{,}05 + 213{,}4}\right] a_1$, welche auf den Knoten X entfällt.

Indem wir in gleicher Weise alle Abnahmen zerlegen, erhalten wir die Belastungen der Knotenpunkte I, II . . . . . XI, die wir in gleicher Reihenfolge mit $p_1, p_2 \ldots\ldots p_{11}$ bezeichnen wollen:

$$p_1 = 0{,}8674\, a_1 + 0{,}2453\, a_2 + 0{,}5473\, a_3$$
$$p_2 = 0{,}3958\, a_6$$
$$p_3 = 0{,}4527\, a_3 + 0{,}6129\, a_5 + 0{,}3040\, a_8 + 0{,}4849\, a_9 + 0{,}3802\, a_{10}$$
$$p_4 = 0{,}5151\, a_9 + 0{,}2961\, a_{11} + 0{,}3626\, a_{17}$$
$$p_5 = 0{,}6960\, a_8 + 0{,}6930\, a_{18} + 0{,}7392\, a_{19}$$
$$p_6 = 0{,}6198\, a_{10} + 0{,}7039\, a_{11} + 0{,}9648\, a_{12} + 0{,}9298\, a_{13} + 0{,}8025\, a_{14} + + 0{,}3922\, a_{15} + 0{,}3737\, a_{16}$$

$$p_7 = 0{,}6263\, a_{16} + 0{,}6374\, a_{17}$$
$$p_8 = 0{,}3070\, a_{18} + 0{,}4224\, a_{20} + 0{,}8421\, a_{21} + 0{,}6599\, a_{22} + 0{,}6040\, a_{23} + + 0{,}2362\, a_{24}$$
$$p_9 = 0{,}6042\, a_6 + 0{,}5455\, a_7 + 0{,}2608\, a_{19} + 0{,}5776\, a_{20}$$
$$p_{10} = 0{,}1326\, a_1 + 0{,}7547\, a_2 + 0{,}4545\, a_7 + 0{,}1579\, a_{21} + 0{,}3401\, a_{22} + + 0{,}3960\, a_{23} + 0{,}7638\, a_{24}$$
$$p_{11} = 0{,}4520\, a_4 + 0{,}3871\, a_5 + 0{,}0352\, a_{12} + 0{,}0702\, a_{13} + 0{,}1975\, a_{14} + + 0{,}6078\, a_{15},$$

oder nach Einsetzung der Zahlenwerthe:

$p_1 = 18{,}10$ $\quad$ $p_7 = 42{,}19$
$p_2 = 7{,}92$ $\quad$ $p_8 = 115{,}81$
$p_3 = 43{,}10$ $\quad$ $p_9 = 36{,}51$
$p_4 = 31{,}56$ $\quad$ $p_{10} = 115{,}83$
$p_5 = 51{,}67$ $\quad$ $p_{11} = 27{,}04.$
$p_6 = 106{,}15$

Wir berechnen nun die Stromvertheilung, welche bei der oben ermittelten Belastung der Knotenpunkte eintreten muss. Da das vorliegende Netz aus zehn geschlossenen Maschen besteht, so haben wir zu dem genannten Zwecke zehn lineare Gleichungen mit zehn Unbekannten aufzustellen und auszuwerthen. Die Gleichungen ergeben sich, indem wir für jede der zehn Maschen die stets zu erfüllende Bedingung ausdrücken, dass das Spannungsgefälle zwischen zwei Punkten jeder Masche für zwei entgegengesetzt gerichtete Stromwege gleich sein muss.

In unserem Falle erhalten wir nach dem in Fig. 161 dargestellten Stromschema folgende Gleichungen:

$$\frac{132 + 110}{185} x_4 + \frac{132 + 180{,}5}{120} x_1 =$$
$$= \frac{380{,}2 + 591{,}9 + 90 + 293{,}2 + 254{,}2}{120} (p_8 - x_1 - x_2 - x_3) \quad (1)$$

$$\frac{44 + 124{,}7}{185} (p_9 + x_1 - x_4 - x_5) + \frac{132 + 180{,}5}{120} x_1 = \frac{123{,}7 + 279{,}3}{120} x_2 \quad (2)$$

$$(301{,}8 + 131{,}8)(p_5 + p_9 + x_1 + x_2 - x_4 - x_5) + (123{,}7 + 279{,}3)\, x_2 =$$
$$= (223 + 210)(p_4 + x_6 + x_7) + (167 + 95)\, x_6 + 143{,}4\, x_3 \quad (3)$$

$$\frac{167 + 95}{120} x_6 = \frac{108{,}4 + 45{,}6}{185} x_7 + \frac{243 + 145}{120} (p_7 + x_3 - x_6) \quad (4)$$

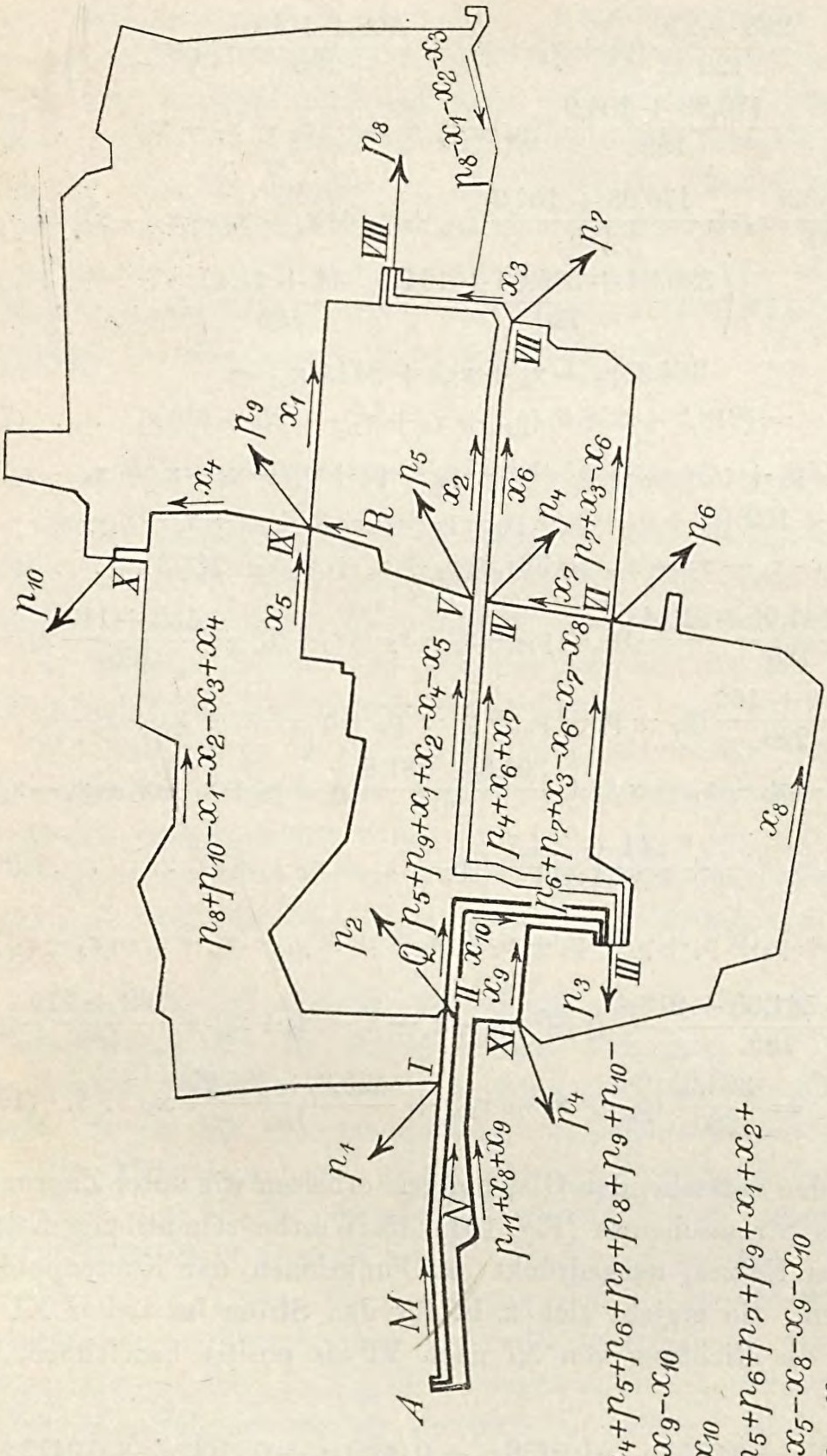


Fig. 161.
Stromschema zur Ermittelung der ideellen Stromvertheilung.

$$\frac{223+210}{120}(p_4+x_6+x_7)+\frac{108{,}4+45{,}6}{185}x_7=$$

$$=\frac{170{,}98+104{,}9}{185}(p_6+p_7+x_3-x_6-x_7-x_8) \quad . \quad . \quad (5)$$

$$\frac{95+60}{220}x_9+\frac{170{,}98+104{,}9}{185}(p_6+p_7+x_3-x_6-x_7-x_8)=$$

$$=\left(\frac{320{,}34+335{,}06+104}{120}+\frac{44+44{,}4}{185}\right)x_8 \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

$$384{,}3\,(p_2+x_5+x_{10})+244{,}3\,x_{10}=$$

$$=(213{,}3+258{,}6)\,(p_{11}+x_8+x_9)+(95+60)\,x_9 \quad . \quad . \quad (7)$$

$$304{,}85\,(p_1+p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_8+p_9+p_{10}-x_5-x_8-x_9-x_{10})+$$
$$+(134+162)(p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_9+x_1+x_2+x_3-x_4-x_5-$$
$$-x_8-x_9-x_{10})=384{,}3\,(p_2+x_5+x_{10})+244{,}3\,x_{10} \quad . \quad . \quad (8)$$

$$\frac{115{,}3+541{,}05+213{,}4}{185}(p_8+p_{10}-x_1-x_2-x_3+x_4)+\frac{132+110}{185}x_4=$$

$$=\frac{134+162}{220}(p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_9+x_1+x_2+x_3-$$

$$-x_4-x_5-x_8-x_9-x_{10})+\frac{301{,}8+131{,}8}{120}(p_5+p_9+x_1+x_2-x_4-x_5)+$$

$$+\frac{44+124{,}7}{185}(p_9+x_1-x_4-x_5) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

$$\frac{304{,}85}{220}(p_1+p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_8+p_9+p_{10}-x_5-x_8-x_9-x_{10})+$$

$$+\frac{115{,}3+541{,}05+213{,}4}{185}(p_8+p_{10}-x_1-x_2-x_3+x_4)+\frac{132+110}{185}x_4=$$

$$=\frac{384{,}3}{220}(p_2+x_5+x_{10})+\frac{435{,}3+285{,}25}{185}x_5. \quad . \quad . \quad (10)$$

Aus den vorstehenden Gleichungen erhalten wir unter Zugrundelegung des Stromschemas (Fig. 161) die Werthe sämmtlicher Leiterströme des Netzes, ausgedrückt als Funktionen der Knotenpunktsbelastungen. So ergiebt sich z. B. für den Strom im Leiter XI VI, wenn wir die Richtung von XI nach VI als positiv bezeichnen, der Ausdruck:

$$\text{Strom XI VI}=0{,}0153\,p_1+0{,}0188\,p_2+0{,}0225\,p_3+0{,}1106\,p_4+0{,}0472\,p_5+$$
$$+0{,}1371\,p_6+0{,}0957\,p_7+0{,}0721\,p_8+0{,}0465\,p_9+0{,}0420\,p_{10}-$$
$$-0{,}0478\,p_{11}.$$

Dieser Ausdruck gilt ganz allgemein, welche Belastung auch immer in den Knoten herrschen mag. Wenn sich also die letztere

auch vollkommen ändert, so bedarf es nicht mehr der Aufstellung und Auswerthung neuer Gleichungen; man hat vielmehr nur die neuen Werthe der Knotenpunktsbelastungen in den ein für allemal aufgestellten Ausdruck einzusetzen und daraus den Zahlenwerth zu bestimmen. Da das Gesagte für alle Leiter des Netzes gilt, so sind durch die ermittelten Ausdrücke die Beziehungen zwischen den irgendwie sich gestaltenden Knotenpunktsbelastungen und der sich daraus ergebenden Stromvertheilung im ganzen Netze ein für allemal festgelegt. — Wir nennen diese Ausdrücke die

Stromrelationen des Leitungsnetzes.

In der nachstehenden Tafel sind die Stromrelationen für das Leitungsnetz von Köln zusammengestellt. Die erste Reihe links enthält die Bezeichnung der einzelnen Leiter des Netzes, die Zahlen in den übrigen Reihen sind die Koefficienten der am Kopfe der Tafel angeführten Knotenpunktsbelastungen.

Die Reihenfolge in der Bezeichnung der Enden der einzelnen Leiter giebt die Richtung an, welche für die betreffenden Ströme als die positive angenommen wird.

Ergiebt sich also beispielsweise der Strom im Leiter I III als positiv, so bedeutet dies, dass er in der Richtung von I nach III fliesst.

Setzen wir in die in der obigen Tafel zusammengestellten Stromrelationen die der angenommenen Belastung des Netzes entsprechenden, eingangs angeführten Zahlenwerthe, so erhalten wir die Werthe der in Fig. 162 schematisch dargestellten Stromvertheilung.

Der Uebergang von dieser ideellen Stromvertheilung zu der wirklichen, wie sie den thatsächlich eingeschalteten Stromabnehmern entspricht, ist nun äusserst einfach zu bewerkstelligen. Wir haben nur für jeden Leiter die Zerlegung der in demselben liegenden Stromabnahmen vorzunehmen und die so erhaltenen Komponenten sinngemäss zu den in Fig. 162 eingeschriebenen Stromwerthen zu addiren. — Nehmen wir als Beispiel den Leiter I III heraus! Die in demselben befindliche Stromabnahme a_3 von 10 Ampère zerlegt sich in zwei Komponenten, deren eine im Betrage von

$$\frac{162}{134 + 162} \times 10 = 5{,}47 \text{ Ampère}$$

Tafel der Stromrelationen des Leitungsnetzes der Stadt Köln a. Rh.

Leiter	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6	p_7	p_8	p_9	p_{10}	p_{11}
A I	0,6385	0,2396	0,3524	0,3500	0,3678	0,3458	0,3582	0,3674	0,3723	0,4259	0,2697
A II	0,1896	0,5557	0,3307	0,3312	0,3607	0,3278	0,3408	0,3509	0,3705	0,3324	0,2542
A XI	0,1719	0,2047	0,3169	0,3188	0,2715	0,3264	0,3010	0,2820	0,2572	0,2417	0,4861
I III	— 0,3036	0,1855	0,3093	0,2670	0,1841	0,2739	0,2284	0,1922	0,1446	0,0592	0,2363
II III	0,1429	— 0,3623	0,2974	0,2427	0,1111	0,2509	0,1896	0,1383	0,0578	0,0810	0,2254
XI III	0,1566	0,1859	0,2944	0,2082	0,2243	0,1893	0,2053	0,2099	0,2107	0,1997	— 0,4761
XI VI	0,0153	0,0188	0,0225	0,1106	0,0472	0,1371	0,0957	0,0721	0,0465	0,0420	— 0,0478
III V	0,0036	0,0138	— 0,0434	0,0312	0,3553	0,0183	0,1128	0,1945	0,2453	0,1938	— 0,0281
III IV	— 0,0014	— 0,0001	— 0,0168	0,2863	0,0582	0,1666	0,1768	0,1204	0,0593	0,0518	0,0009
III VI	— 0,0063	— 0,0046	— 0,0387	0,4003	0,1060	0,5292	0,3337	0,2255	0,1085	0,0943	0,0128
IV VI	— 0,0052	— 0,0075	0,0027	— 0,5123	— 0,0594	0,2310	— 0,1618	— 0,1129	— 0,0600	— 0,0529	0,0186
IV VII	0,0038	0,0074	— 0,0195	— 0,2014	0,1175	— 0,0644	0,3386	0,2333	0,1193	0,1047	— 0,0177
VI VII	0,0038	0,0067	— 0,0135	— 0,0014	0,0938	— 0,1027	0,2676	0,1847	0,0950	0,0834	— 0,0164
VII VIII	0,0076	0,0141	— 0,0330	— 0,2028	0,2112	— 0,1671	— 0,3938	0,4180	0,2143	0,1881	— 0,0341
V VIII	— 0,0001	— 0,0044	0,0039	0,0707	— 0,1672	0,0571	0,1457	0,2198	— 0,0454	— 0,0176	0,0066
V IX	0,0037	0,0182	— 0,0473	— 0,0395	— 0,4775	— 0,0388	— 0,0329	— 0,0248	0,2907	0,2114	— 0,0347
II IX	0,0467	— 0,0820	0,0333	0,0885	0,2496	0,0769	0,1512	0,2126	0,3127	0,2514	0,0288
IX VIII	— 0,0019	— 0,0124	0,0215	0,1060	— 0,0515	0,0881	0,2011	0,2950	— 0,1610	— 0,0966	0,0209
I X	— 0,0579	0,0541	0,0431	0,0831	0,1837	0,0719	0,1298	0,1749	0,2277	0,3667	0,0334
X IX	— 0,0523	0,0514	0,0355	0,0570	0,1766	0,0500	0,0828	0,1073	0,2356	— 0,5594	0,0268
X VIII	— 0,0056	0,0027	0,0076	0,0261	0,0073	0,0219	0,0470	0,0674	— 0,0079	— 0,0739	0,0066

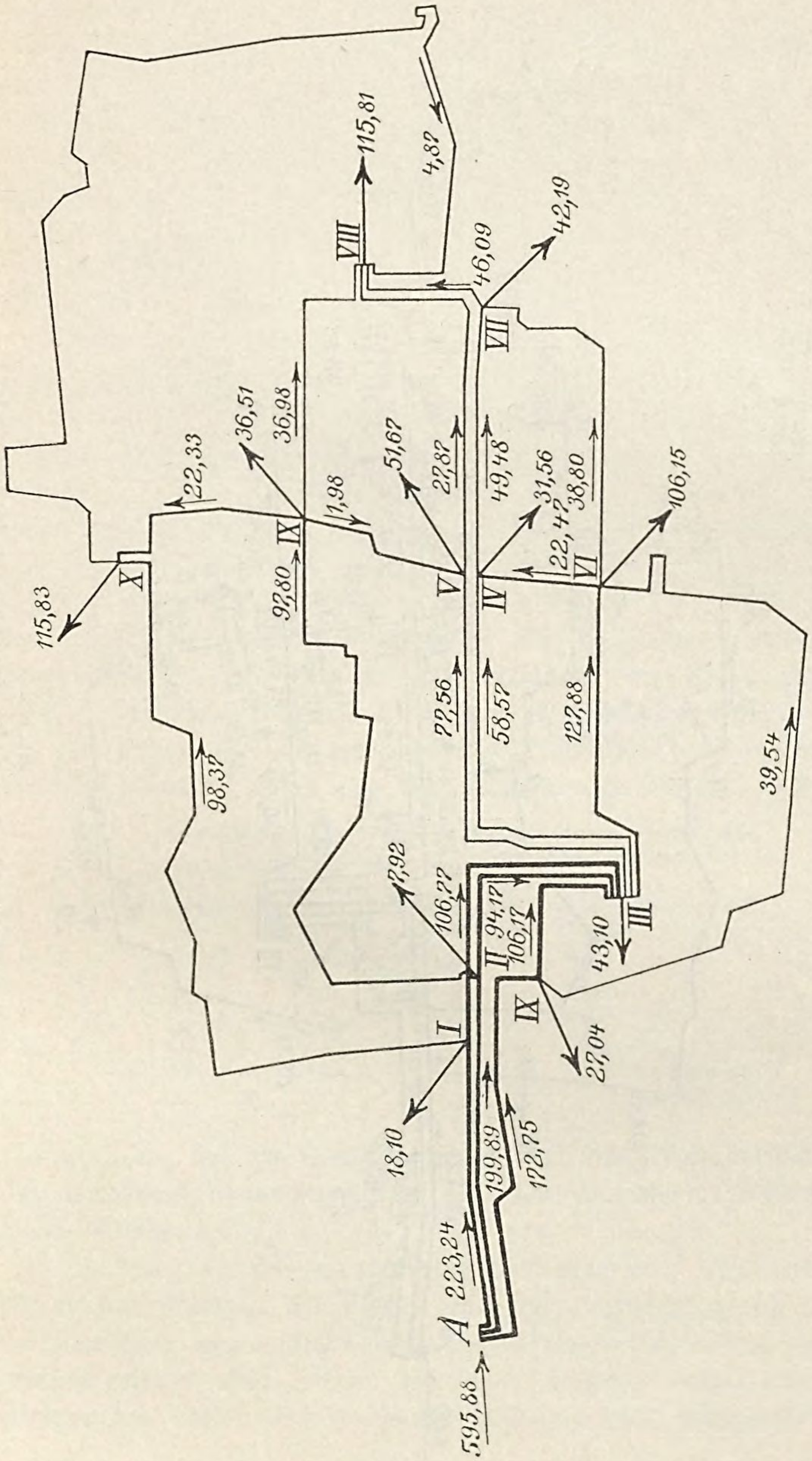


Fig. 162.

Ideelle Stromvertheilung für die angenommene Knotenpunktsbelastung.

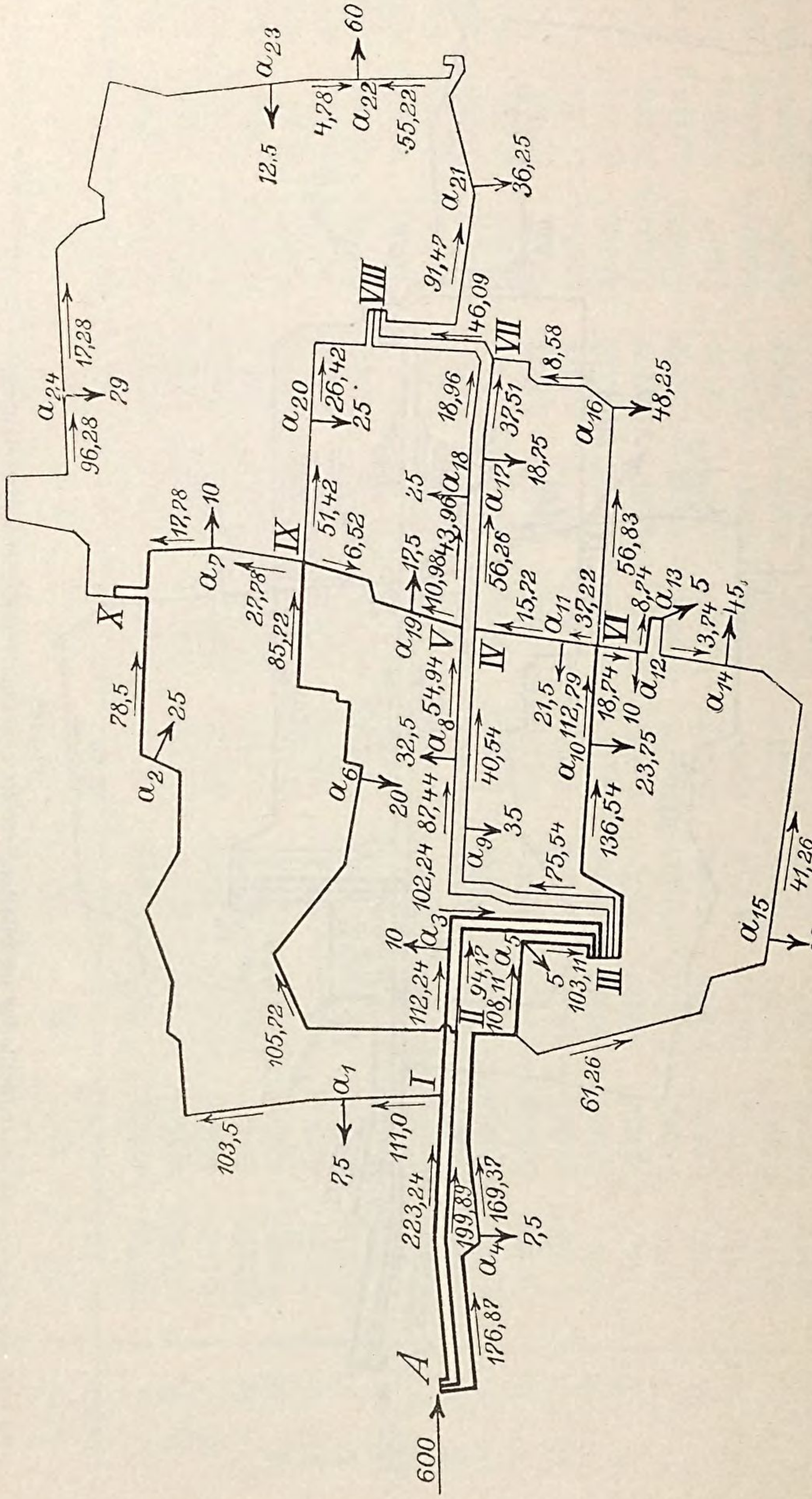


Fig. 163.

Thatsächliche Stromvertheilung bei der angenommenen Maximalbelastung.

in der Richtung von I gegen a_3 fliesst. Diese Komponente addirt sich zu dem ideellen Strome in I III, so dass sich in der Strecke I a_3 ein Strom von $106{,}77 + 5{,}47 = 112{,}24$ Ampère ergiebt. In a_3 werden 10 Ampère abgenommen, im Leiterstücke a_3 III fliesst somit ein Strom von $112{,}24 - 10 = 102{,}24$ Ampère gegen III weiter. In gleicher Weise fortfahrend, wobei man aus vielen, sich von selbst ergebenden Vereinfachungen der Rechnung Vortheil zieht, erhält man sehr rasch sämmtliche Werthe der thatsächlichen Stromvertheilung, wie sie in Fig. 163 schematisch veranschaulicht wird.

Neben der Stromvertheilung ist die Spannungsvertheilung im Netze von Interesse. Dieselbe ergiebt sich unmittelbar aus den Stromrelationen, denn diese bestimmen ja jene Leiterströme, welche nur von den Spannungsunterschieden zwischen den einzelnen Leiterenden, d. i. von den Spannungen an den Knotenpunkten und von den Leiterwiderständen abhängen. Die der angenommenen Belastung entsprechende Spannungsvertheilung berechnen wir somit aus der in Fig. 162 dargestellten ideellen Stromvertheilung. Da es zum Zwecke des Vergleiches der Spannungen in den einzelnen Punkten ganz gleichgültig ist, mit welcher Grundspannung im Netze gearbeitet wird, so ermitteln wir einfach die Spannungsgefälle, welche, von A aus gerechnet, bis zu den einzelnen Knotenpunkten eintreten und erhalten folgende — auf eine Decimalstelle abgerundete — Werthe:

Knoten	Spannungsgefälle in Volt	Knoten	Spannungsgefälle in Volt
A	—	IV	22,0
I	10,3	IX	24,2
II	11,6	V	24,3
XI	12,4	X	25,2
III	15,0	VII	25,6
VI	21,4	VIII	27,4 (maximales Gefälle).

In Bezug auf die Grundspannung von 2030 Volt beträgt somit das maximale Spannungsgefälle bei der derzeitigen Vollbelastung nicht vollends 1,4 %.

Ein Blick auf den vorgeführten Rechnungsgang zeigt uns, dass wir zu den Werthen der Strom- und Spannungsvertheilung, welche der gegebenen, maximalen Belastung des Netzes entsprechen, um vieles rascher gelangt wären, wenn wir in die eingangs aufgestellten zehn Gleichungen sofort die gegebenen Zahlenwerthe eingesetzt hätten.

Die so gewonnenen Werthe hätten jedoch nur Giltigkeit, so lange die angenommene Belastung des Netzes besteht; für jeden Hinzutritt oder Wegfall eines Stromabnehmers aber müsste die ganze Rechnung neuerdings angestellt werden.

Für jedes Elektricitätswerk, dessen Versorgungsgebiet einer Veränderung und insbesondere einer Weiterentwicklung der Stromabnahme unterworfen ist, besteht jedoch das Bedürfniss, die durch Belastungsänderungen hervorgerufenen Strom- und Spannungsänderungen in allen Leitern des Netzes auf einfache Weise verfolgen und in Evidenz halten zu können.

Diesem Zwecke dienen ein für allemal die Stromrelationen, wie sie in der vorausgegangenen Tafel für das Kölner Leitungsnetz aufgestellt sind. Der Gebrauch dieser Tafel ist ein sehr einfacher und bequemer. Tritt z. B. in irgend einem Leiter ein neuer Stromabnehmer hinzu, so zerlegt man die neue Stromabnahme in ihre auf die beiden Enden des betreffenden Leiters entfallenden Komponenten, multiplicirt jede mit dem ihrem Knotenpunkte entsprechenden Koefficienten der Tafel und addirt die so erhaltenen Beträge zu dem bisherigen ideellen Strome des in Rede stehenden Leiters. Der Uebergang zu dem wirklichen Strome ergiebt sich dann nach dem Vorausgeschickten von selbst. Ebenso verfährt man mit allen übrigen Leitern des Netzes.

Es bedarf keiner weiteren Erklärung, dass man die Operationen, mittelst welcher man die Stromwerthe aus den Stromrelationen bestimmt, in sehr einfacher und übersichtlicher Weise auf graphischem Wege durchführen kann. (Vergleiche S. 211).

Strommaxima.

Um die grösste Beanspruchung der einzelnen Leitertheile des Netzes, welche möglicherweise auftreten kann, zu beurtheilen, genügt die Kenntniss der einer gegebenen Vollbelastung entsprechenden Stromvertheilung noch nicht. Da die Einflüsse der einzelnen Abnehmer auf einen bestimmten Leiter in Bezug auf die Richtung der durch erstere hervorgerufenen Ströme theils positiv, theils negativ sind, so muss jedenfalls eine der beiden Gruppen von Stromabnehmern, welche ihren Einfluss auf den Leiter in dem gleichen Sinne geltend machen, einen grösseren Strom erzeugen, als wenn sämmtliche Stromabnehmer eingeschaltet sind. Man hat daher die den beiden Abnehmergruppen entsprechenden Summenströme getrennt zu

bestimmen, der grössere derselben giebt uns alsdann den Maximalstrom und somit die Maximalbeanspruchung des in Untersuchung stehenden Leiters an.

Um das zu diesem Zwecke nothwendige Verfahren zu verdeutlichen, führen wir dasselbe beispielsweise für den Leiter IV VI durch. In der Leiterstrecke IV a_{11} fliesst ein Strom, der gleich ist dem ideellen Leiterstrom IV VI, vermehrt um die auf die Seite IV a_{11} entfallende Komponente der Stromabnahme a_{11}.

Nach der Tafel der Stromrelationen ergibt sich für den Strom a_{11} somit der Ausdruck:

$$\begin{aligned}\text{Strom IV } a_{11} = &- 0{,}0052\ p_1 - 0{,}0075\ p_2 + 0{,}0027\ p_3 - 0{,}5123\ p_4 - \\ &- 0{,}0594\ p_5 + 0{,}2310\ p_6 - 0{,}1618\ p_7 - 0{,}1129\ p_8 - \\ &- 0{,}0600\ p_9 - 0{,}0529\ p_{10} + 0{,}0128\ p_{11} + 0{,}2961\ a_{11}.\end{aligned}$$

Setzt man für $p_1, p_2 \ldots\ldots p_{11}$ die oben aus den Komponenten der Stromabnahmen gebildeten Summenausdrücke ein, so erhält man nach entsprechender Ordnung den Ausdruck:

$$\begin{aligned}\text{Strom IV } a_{11} = &- 0{,}0115\ a_1 - 0{,}0410\ a_2 - 0{,}0016\ a_3 + 0{,}0083\ a_4 + \\ &+ 0{,}0087\ a_5 - 0{,}0391\ a_6 - 0{,}0567\ a_7 - 0{,}0404\ a_8 - \\ &- 0{,}2627\ a_9 + 0{,}1442\ a_{10} + 0{,}3069\ a_{11} + 0{,}2235\ a_{12} + \\ &+ 0{,}2161\ a_{13} + 0{,}1890\ a_{14} + 0{,}1019\ a_{15} - 0{,}0150\ a_{16} - \\ &- 0{,}2887\ a_{17} - 0{,}0758\ a_{18} - 0{,}0595\ a_{19} - 0{,}0822\ a_{20} - \\ &- 0{,}1033\ a_{21} - 0{,}0924\ a_{22} - 0{,}0890\ a_{23} - 0{,}0659\ a_{24}.\end{aligned}$$

Setzen wir in diesem Ausdrucke alle Abnahmen, welche negativ in die Rechnung treten, gleich Null, so ergiebt sich ein Strom von 23,98 Ampère in der Richtung IV a_{11}; nehmen wir hingegen an, alle Abnahmen, welche in positiven Gliedern stehen, seien gleich Null, so erhalten wir einen Strom von $-39{,}71$, d. i. einen Strom von 39,71 Ampère in der Richtung a_{11} IV. Die maximale Stromstärke im Leiterstücke IV a_{11} beträgt somit 39,71 und im Leiterstücke VI a_{11} demnach $39{,}71 + 21{,}5 = 61{,}21$ Ampère und zwar treten diese Maxima ein, wenn die Stromabnehmer a_4, a_5, a_{10}, a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15} ausgeschaltet sind.

Die Frage nach der maximalen Beanspruchung der Leiter ist insbesondere in Bezug auf die voraussichtlich höchste Belastung, welche ein Stadtnetz im Laufe der Zeit erreichen kann, und für welche es noch genügen muss, von Wichtigkeit. Um zu einer Lösung der Frage in diesem Sinne zu gelangen, wird man nach Maass-

gabe der örtlichen Verhältnisse des Versorgungsgebietes die voraussichtlich höchste Belastung, welche nach einer zu erwartenden Entwickelungsperiode in jedem Leiter eintreten kann (etwa die Stromabnahme in Ampère pro 1 Meter Länge des Leiters), annehmen, die diesen Annahmen entsprechende Stromvertheilung mit Hilfe der Stromrelationen bestimmen und aus denselben mittelst des oben gezeigten Verfahrens die maximalen Ströme ermitteln.

Umgekehrt kann man auf ähnlichem Wege zu jenen Grenzen gelangen, bis zu welchen man in der Belastung der einzelnen Theile des Netzes mit Rücksicht auf das als zulässig erachtete Maximum der Beanspruchung gehen kann.

Achtes Kapitel.

Schmelzsicherungen.

1. Zweck der Sicherung.

In Parallelschaltungsanlagen sind trotz sorgfältiger Installation Zufälle möglich, welche in einzelnen Leitungstheilen einen abnormal hohen Strom hervorrufen und dadurch eine Erhitzung derselben veranlassen können, die eine Gefahr für die Isolirung der Leitung und die Feuersicherheit der Umgebung in sich birgt.

Unter diesen Zufällen spielt der direkte Kurzschluss die hervorragendste Rolle. Derselbe tritt ein, wenn zwei Punkte verschiedener Spannung und Polarität eines Leitungsnetzes durch einen Leiter, dessen Widerstand gegenüber dem der eingeschalteten Nutzleiter sehr gering ist, in Verbindung gebracht werden, wie dies z. B. durch einen Fehler in den Lampenfassungen oder in beweglichen Zuleitungsschnüren, durch eine Berührung zwischen Hin- und Rückleitung u. dergl. herbeigeführt werden kann.

Dieselbe Wirkung wie ein direkter Kurzschluss kann unter Umständen auch die Verbindung zweier Leiter verschiedener Polarität des Netzes mit der Erde hervorbringen, in welchem Falle man von einem indirekten Kurzschlusse durch Erdschlüsse spricht.

Wegen der Möglichkeit solcher Unfälle müssen die verschiedenen Leitungsstränge durch Vorrichtungen geschützt werden, welche den Strom in jenem Theile selbstthätig unterbrechen, in welchem er über eine bestimmte, als zulässig erachtete Höhe steigt.

Zu diesem Zwecke ist eine Anzahl selbstthätiger Ausschalter erdacht worden, zu universeller Bedeutung ist jedoch bis heute nur jene Sicherungsvorrichtung gelangt, welche Edison schon im Jahre 1880 erfunden und angewendet hat. Dieselbe besteht dem Wesen

nach aus einem leicht schmelzbaren Metalle von hohem Widerstande, welches als Theil der Leitung in den zu schützenden Leiter eingeschaltet wird, und welches, sobald der Strom eine bestimmte Höhe erreicht hat, in Folge der erzeugten Wärme abschmilzt, und so den Strom unterbricht. Man bezeichnet diese Vorrichtung mit dem Namen Schmelzsicherung, oder, da als schmelzendes Metall meistens Blei verwendet wird, Bleisicherung.

Der Zweck derselben ist der Schutz der Leitung.

2. Anordnung der Sicherungen.

Jede Schmelzsicherung schützt nur gegen Kurzschlüsse in jenen Leitungstheilen, welche, von der Stromquelle aus gerechnet, hinter ihr liegen. Daraus ergiebt sich in erster Linie der Grundsatz, dass man die Sicherung so nahe als möglich an den Anfang des zu schützenden Theiles zu setzen hat.

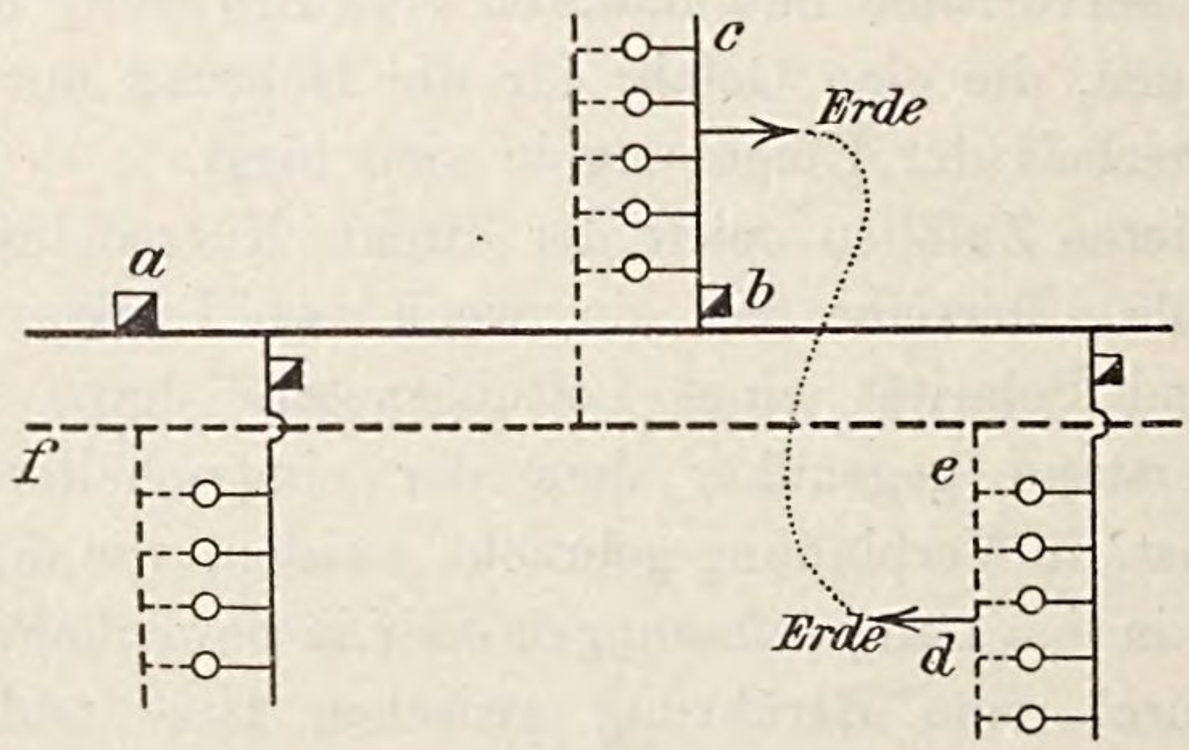


Fig. 164.
Richtige Anordnung einpoliger Sicherungen.

Die Sicherung kann nun in zweifacher Weise geschehen. Entweder wird nur in eine der beiden Leitungen, d. h. nur in die Hin- oder nur in die Rückleitung, ein Abschmelzdraht eingefügt, oder aber es erhalten beide Leitungen je eine Sicherung. Die erste Art der Anordnung nennt man die einpolige (unipolare), die zweite die zweipolige (bipolare) Sicherung.

Findet einpolige Sicherung statt, so darf man nicht ausser Acht lassen, dass alle Schmelzsicherungen in die gleichnamigen Leitungsstränge eingefügt werden müssen, wie dies beispielsweise in Fig. 164 schematisch dargestellt wird.

Tritt z. B. ein sehr starker Erdschluss in c und gleichzeitig ein solcher in d ein, so ist ein indirekter Kurzschluss vorhanden; der Strom im Strange b c steigt rasch an, und die Sicherung b schmilzt ab, so dass die schädliche Wirkung des Kurzschlusses sofort aufgehoben wird. Wäre jedoch die Sicherung b fehlerhafterweise in den anderen Pol geschaltet worden (Fig. 165), so könnte in Folge desselben Kurzschlusses durch die dünnen Drähte, welche einen Theil des Weges a b_1 c Erde d e f bilden, jener Strom gehen, welcher erst die Hauptleitungssicherung a zum Schmelzen bringen müsste. Da diese aber aus naheliegenden Gründen einen viel höheren Strom vertragen muss als die Sicherung b, so kann auf den Strecken b_1 c

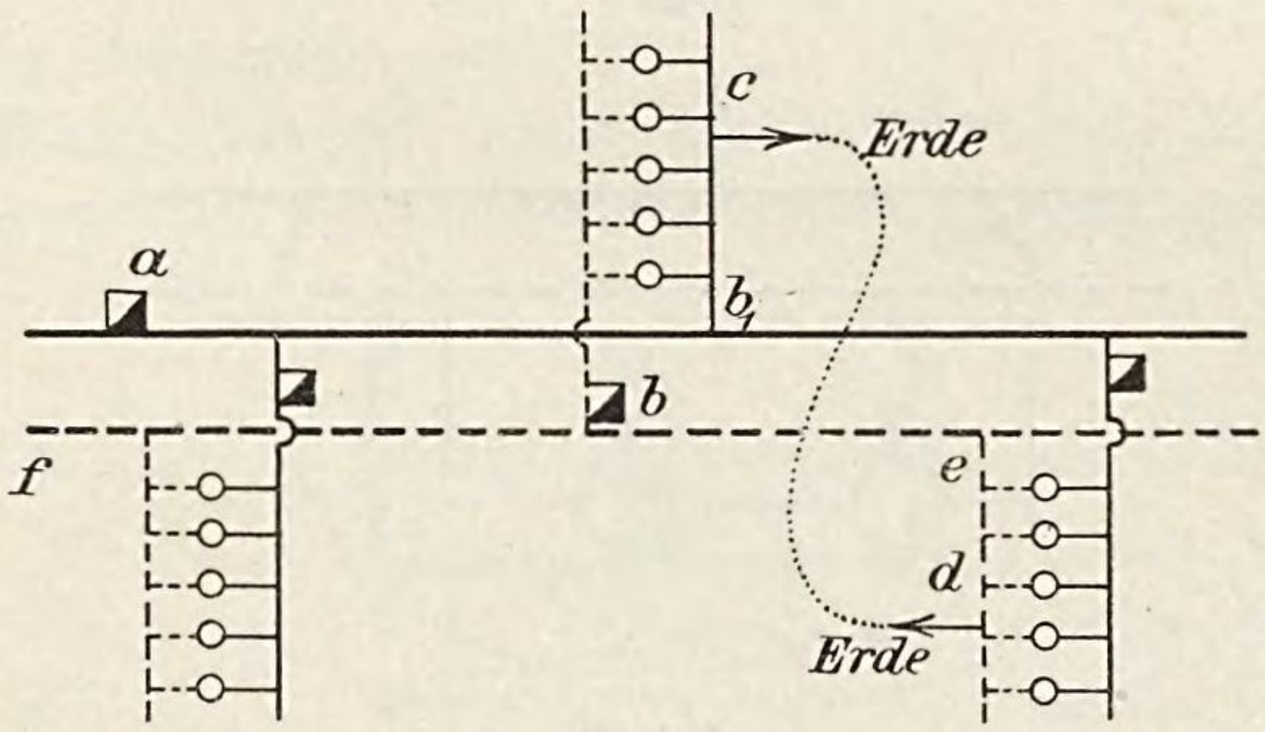


Fig. 165.
Fehlerhafte Anordnung einpoliger Sicherungen.

und d e in der That eine übermässige Erwärmung eintreten, weil eben die Sicherung b im unrichtigen Pole liegt.

Die Bedingung, dass bei einpoliger Sicherung sämmtliche Sicherungen in die gleichnamigen Stränge zu legen sind, ist bei weit verzweigten Anlagen schwer zu erfüllen, da eine exakte Kontrole der Polarität aller Stränge mit Umständlichkeiten verbunden ist. Man wird daher in solchen Fällen wenigstens die einzelnen Gruppen einpolig geschützter Abzweigungen mittelst zweipoliger Sicherungen an die Hauptleitungen anschliessen.

Im Interesse grösstmöglicher Zuverlässigkeit ist es natürlich am besten, alle Bleisicherungen zweipolig zu wählen, sowie dies meistens die Centralstationen seitens der an sie anzuschliessenden Hausinstallationen fordern.

In vielen Fällen wird die Anwendung bipolarer Sicherungen geradezu zur Nothwendigkeit. Ein solcher Fall tritt z. B. ein, wenn

an ein Parallelschaltungsnetz ein Leitungskreis angeschlossen wird, der zwei oder mehrere Stromabnehmer in Serie enthält, wie beispielsweise dann, wenn an ein mit 100 bis 110 Volt betriebenes Zweileitersystem zwei in Serie geschaltete Bogenlampen angeschlossen werden. (Fig. 166.)

Diese Nothwendigkeit ergiebt sich aus der Ueberlegung, dass bei dem gleichzeitigen Auftreten eines Erdschlusses zwischen den beiden Lampen 1 und 2 und an irgend einer Stelle eines Hauptleiters zwar die Lampe 1 durch Abschmelzen der Sicherung a geschützt ist, die andere aber in Folge des durch die Erdschlüsse hergestellten Kurzschlusses zerstört werden kann.

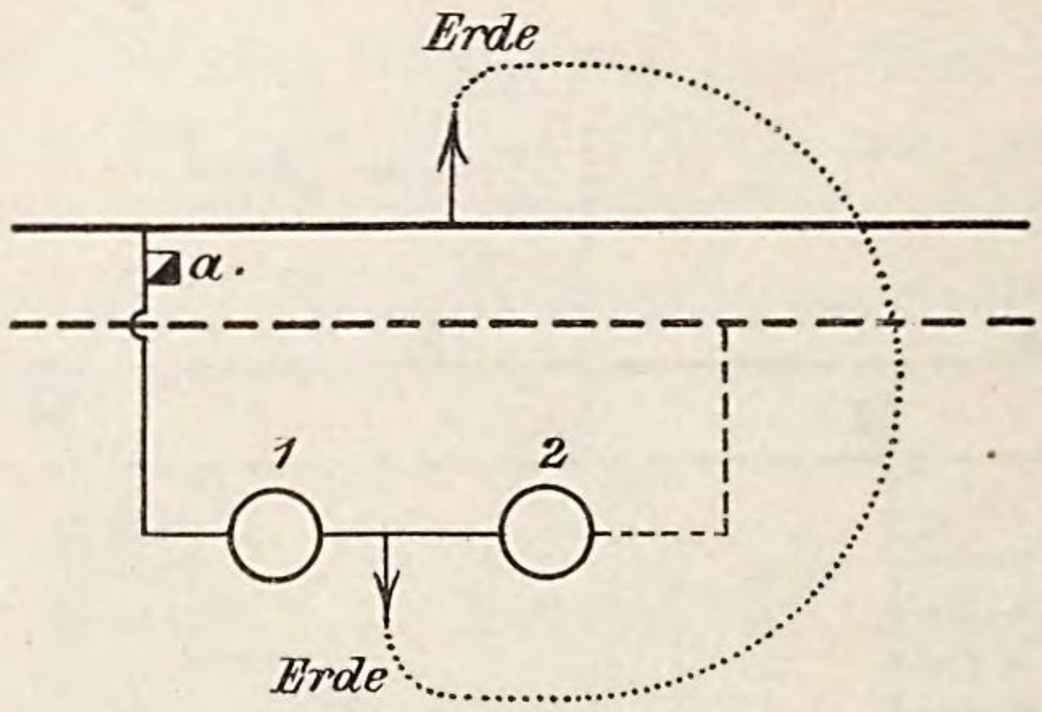


Fig. 166.
Indirekter Kurzschluss bei einpoliger Sicherung.

Im Allgemeinen empfiehlt sich die zweipolige Sicherung überall, wo ein vollkommener Schutz und eine leichte Kontrole der Leitungen gefordert werden. Sie bietet überdies ein einfaches Mittel, um einen Theil der Leitung bequem vom übrigen Netze abtrennen zu können. Dies ist besonders dann nothwendig, wenn ein Theil eines beständig unter Spannung stehenden Leitungsnetzes ausschaltbar sein muss, damit man etwa erforderliche Ausbesserungs- oder Anschlussarbeiten in dem betreffenden Theile vornehmen kann. Aus diesem Grunde enthalten auch sämmtliche Schaltkästen doppelpolige Schmelzsicherungen.

3. Konstruktion der Sicherungen.

Nachdem wir den Zweck und die Anordnungsweise der Schmelzsicherungen kennen gelernt haben, wollen wir die Bedingungen betrachten, welchen dieselben in Beziehung auf ihre Konstruktion genügen sollen. Eine erschöpfende Aufstellung von Regeln lässt sich

in dieser Hinsicht nicht geben, da die Anforderungen je nach den speciellen Verhältnissen äusserst verschieden sind; jedenfalls aber sind folgende Bedingungen stets im Auge zu behalten.

In erster Linie ist darauf zu achten, dass stets ein möglichst guter Kontakt, sowohl zwischen den Leitungsdrähten und den Klemmstücken, als auch zwischen dem Abschmelzdrahte und den letzteren gesichert sei. Bei Ausserachtlassung dieses Umstandes wird die Unsicherheit ungemein erhöht.

Da sich der Kontakt des Schmelzdrahtes in Folge der Weichheit des verwendeten Metalles leicht lockert, so ist es wünschenswerth, dass die Verbindung des Schmelzstückes mit den Kontaktstücken mittelst eines Stückes aus festerem Metalle, etwa aus Kupfer oder Messing, hergestellt werde.

Beim Durchschmelzen muss das geschmolzene Metall so abfliessen können, dass die Unterbrechungsstelle einen genügend grossen

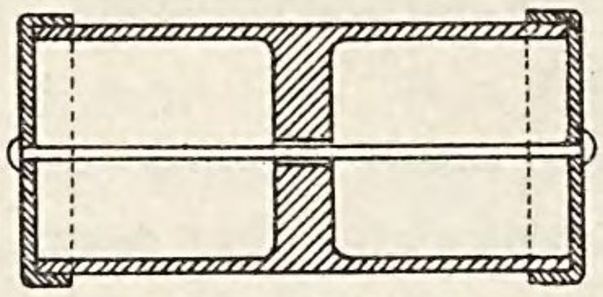


Fig. 167.
Sicherung für Hochstrom.

Luftzwischenraum bilde. Es muss ausgeschlossen sein, dass der Oeffnungsfunke zu einem länger dauernden Lichtbogen werden kann, da ja dadurch, dass der Lichtbogen stehen bleibt, nicht bloss der Zweck der Sicherung vereitelt wird, sondern sogar die Metalltheile beschädigt werden können und eine erhöhte Brandgefahr entstehen kann. Diese Gefahr ist besonders bei Abschmelzsicherungen in Leitungen für hochgespannte Ströme wohl zu beachten. Viele Bleisicherungen für diesen Zweck sind daher so eingerichtet, dass die beiden Kontaktstücke nach dem Schmelzen des Sicherungsstreifens durch Federn oder ähnliche Vorrichtungen von einander entfernt werden; diese Sicherungen leiden jedoch an dem Uebelstande, dass die zur Verwendung gelangenden beweglichen Theile durch Verstauben leicht unzuverlässig werden, und dass sie ziemlich viel Raum beanspruchen. Eine einfache und nach unseren Erfahrungen sehr zuverlässig wirkende Sicherung für Hochstrom hat O. T. Bláthy angegeben.

Die Haupteigenschaft dieses Stromunterbrechers besteht darin, dass das Abschmelzstück eine oder mehrere isolirende Scheiben durch-

setzt (Fig. 167). Zu diesem Zwecke haben die Scheiben je eine Oeffnung, welche gerade genügt, um das Abschmelzstück hindurchzubringen. Auf diese Art ist selbst bei den höchsten Spannungen jede Gefahr vermieden, dass sich zwischen den getrennten Theilen des abgeschmolzenen Metalles ein Lichtbogen einstelle.

Eine weitere Forderung, welche man allgemein an eine gute Sicherung stellen wird, ist die, dass die Sicherung in ein feuersicheres Gehäuse eingeschlossen werde, damit beim Abschmelzen kein Metall herausfliessen kann. Gleichzeitig dient das Gehäuse dazu, die Kontakte vor Verstaubung zu bewahren. Nur an Orten, wo die Sicherungen beständig unter den Augen des Bedienungspersonals stehen, wie z. B. im Maschinenhause, kann man dieselben unbedeckt lassen.

Die gesammten Theile der Sicherungsvorrichtung müssen auf einer gut isolirenden, feuersicheren Grundplatte angebracht werden. Es sind daher Holzplatten auszuschliessen und am besten solche von Porcellan anzuwenden.

Das Abschmelzstück muss sammt der dasselbe umfassenden Hülse schnell und leicht auswechselbar sein. Damit das Bedienungspersonal das herausgenommene Stück nicht durch ein solches mit unrichtigem Drahtquerschnitte ersetzen kann, müssen die Schmelzstücke und die dieselben aufnehmenden Theile eine deutliche Bezeichnung tragen; auch ist es sehr wünschenswerth, die Grössen des fixen und des auswechselbaren Theiles so einzurichten, dass nur das richtige Ersatzstück eingesetzt werden kann.

4. Dimensionen des Abschmelzstückes.

Neben den vorgeführten Bedingungen, welchen eine Sicherung bezüglich der Konstruktion genügen muss, sind die wichtigsten Anforderungen jene, welchen sie in ihren Dimensionen zu entsprechen hat. In dieser Richtung ist vor Allem der Zweck ausschlaggebend, welchem die Sicherung dient.

Bei Glühlichtleitungen dient sie, wie schon mehrmals hervorgehoben wurde, ausschliesslich zum Schutze der Leitungen.

Bei kleineren Anlagen und bei Transformatoren mit gesondertem Versorgungsgebiete kann wohl auch Grund vorhanden sein, den Stromerzeuger, beziehungsweise den Transformator zu schützen; bei Akkumulatoren insbesondere sind die Sicherungen erforderlich, um

erstere vor den schädlichen Wirkungen des Kurzschlusses zu behüten.

Es ist weiter sofort einzusehen, dass die Sicherung einer Bogenlampen- oder Motorenleitung mit Rücksicht auf den beim Angehen erforderlichen Mehraufwand an Strom viel grössere Stromsteigerungen gestatten muss, als die Sicherung einer Glühlampenleitung für den gleichen Normalstrom.

Man sieht, dass die Dimensionirung des Schmelzstückes in hohem Maasse mit dem besonderen Zwecke der Sicherung zusammenhängt. Ebenso ist dieselbe von den äusseren Verhältnissen der Leitung abhängig, d. i. von der Art ihrer Verlegung, von dem Raume, durch welchen sie führt, ob sie nackt oder isolirt ist, in freier Luft oder in geschlossenen Räumen hängt u. dgl.

Nach allen diesen Umständen wird man eine Erwärmung der Leitung als Grenze festsetzen, welche nicht überschritten werden darf, d. h. bei welcher die Sicherung in Funktion treten muss. Aus dieser Festsetzung ermittelt man den Abschmelzstrom, d. i. jene Stromstärke, welche eine beschränkte Zeit hindurch wirken muss, damit der Sicherungsdraht abschmilzt. Dieser Stromstärke entsprechend bestimmt man alsdann die Dimensionen des Schmelzkörpers.

Aber auch diese Art der Dimensionsbestimmung bedarf in bestimmten Fällen noch einer Modifikation. Wir haben vorstehend bereits einige solche Fälle angedeutet und erwähnen hierzu noch den in der Praxis leider nicht zu selten vorkommenden Fall, in welchem von einer geschützten, ziemlich kräftigen Hauptleitung mehrere dünnere Leitungen ungeschützt abzweigen.

Um die Verhältnisse, welche hier eintreten können, klarzulegen, betrachten wir eine Anlage, wie sie in Fig. 168 schematisch dargestellt wird, und in welcher der Leitungstheil b c d aus Nachlässigkeit oder irgend einem ordnungsmässig unzulässigen Grunde ungeschützt bleiben würde.

Die 5 mm starken Hauptleiter seien in Holzleisten verlegt. Beim Betriebe mit 100 Volt wird der sie durchfliessende Strom, wenn alle Lampen brennen, ungefähr $30 \times 0{,}55 = 16{,}5$ Ampère betragen. Setzen wir nun, wie es in vielen Fällen passend ist, fest, dass die normale Erwärmung der Leitungen 10^0 C. betragen und im höchsten Falle 40^0 C. nicht übersteigen darf, d. h. dass der höchste Strom nicht höher als der doppelte Normalstrom sein soll,

so kann der Normalstrom nach den im Kapitel II angegebenen Grundsätzen

$$J = 5\,d\sqrt{d} = 5 \times 5\sqrt{5} = 56 \text{ Ampère}$$

betragen, und könnte die Hauptbleisicherung für $2 \times 56 = 112$ Ampère dimensionirt werden.

Nehmen wir nun an, dass eines Tages zufällig nur die zwei Lampen des Stromkreises b c d brennen und z. B. in der Fassung der Lampe c ein vollkommener Kurzschluss entstehe, so wird die einzige in Betrieb befindliche Sicherung erst dann funktioniren, wenn

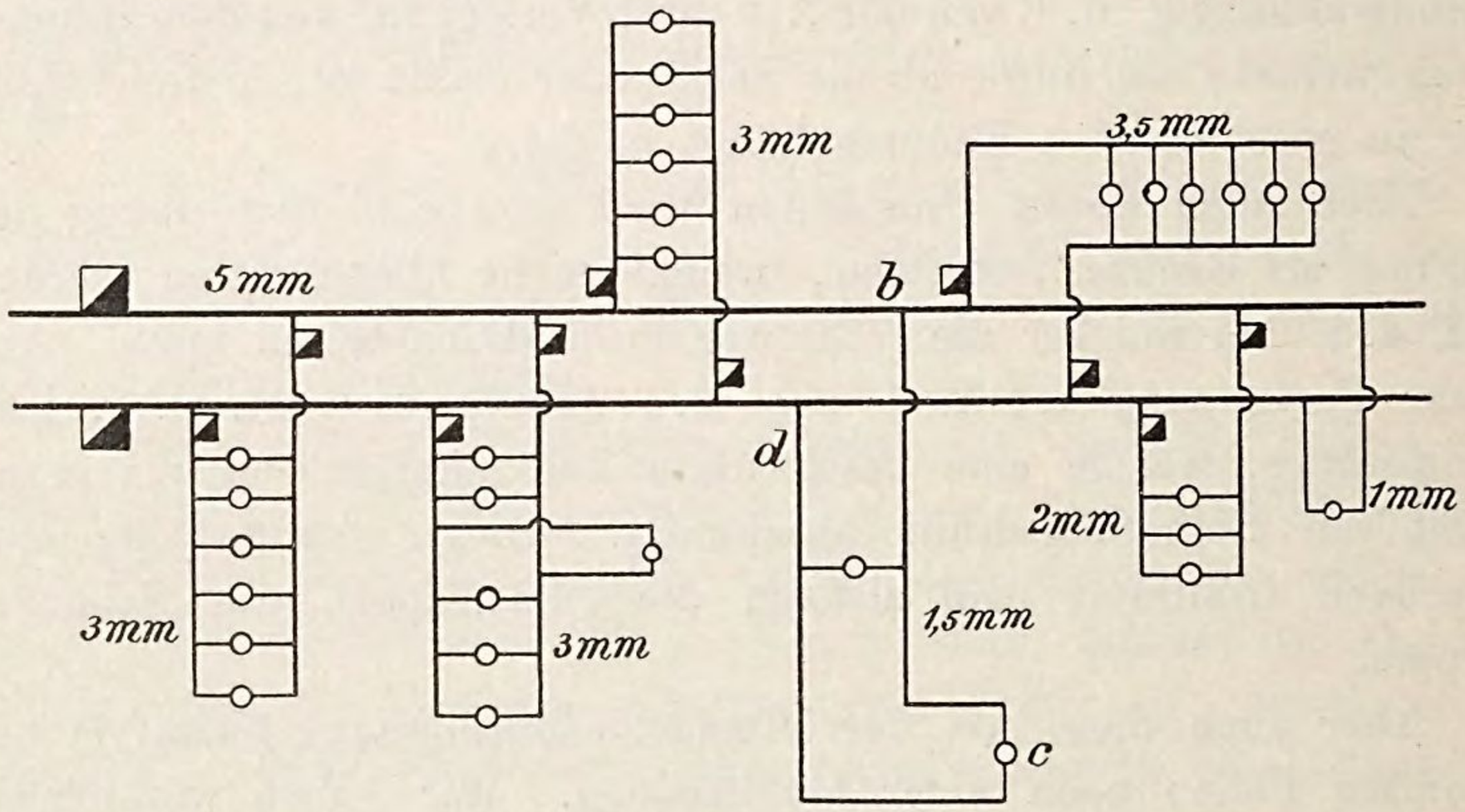


Fig. 168.

auch in dem 1,5 mm starken Drahte b c d die Stromstärke auf 112 Ampère angewachsen ist. Für diesen letzteren Draht beträgt aber der Schmelzstrom nur

$$J_s = 80\,d\sqrt{d} = 80 \times 1{,}5\sqrt{1{,}5} = 147 \text{ Ampère},$$

so dass er also durch einen Strom von 112 Ampère natürlich schon weit über die Rothglut erhitzt werden würde und leicht zu einer Brandgefahr Veranlassung geben könnte. Die nach dem oben angegebenen Gesichtspunkte dimensionirte Sicherung würde daher in dem besprochenen Falle ihren Zweck ganz und gar nicht erfüllen. Soll vielmehr die angedeutete Möglichkeit ausgeschlossen sein, so muss entweder der Leitungsstrang b c d besonders geschützt werden, oder wenn dies aus irgend welchem Grunde unterbleiben sollte, die Hauptsicherung so dimensionirt werden, dass sie den dünnsten

der ohne eigene Sicherung von ihr abzweigenden Drähte noch schützt. Letzteres Auskunftsmittel ist in dem vorliegenden Beispiele zwar nicht anzuwenden, aber es kommen in der Praxis Fälle vor, in welchen man zur Anwendung desselben gezwungen ist. Denken wir uns z. B. einen grossen Kronleuchter, zu dessen Hauptarmen gesonderte Leitungen führen, von welchen die Drähte zu den Glühlampen der einzelnen letzten Zweige abgehen.

Aus räumlichen Rücksichten kann es nun unmöglich sein, auch die Drähte der letzten Zweige mit eigenen Bleisicherungen zu versehen. Um sie aber doch zu sichern, bleibt alsdann nur das Mittel, die Sicherungen der betreffenden Hauptarmleitungen so zu dimensioniren, dass auch der dünnste Draht dadurch noch geschützt wird.

Auch die Grösse der zur Verfügung stehenden Betriebsmaschine und die Leistungsfähigkeit der Stromquelle üben auf die Dimensionirung der Schmelzsicherungen einen gewissen Einfluss aus. Ein Beispiel soll dies veranschaulichen.

Zur Beleuchtung eines vom Maschinenhause 120 m entfernt liegenden Objektes seien insgesammt 25 Ampère erforderlich, welche durch eine Hauptleitung von 8 mm Durchmesser zugeführt werden. Ist diese Hauptleitung eine blanke Freiluftleitung, so ist zur Erwärmung derselben um 10^0 C. bei vollkommen ruhigem Wetter eine Stromstärke von

$$J = 8{,}35\, d\sqrt{d} = 189 \text{ Ampère}$$

erforderlich. Die Dynamomaschine liefert bei normalem Betriebe nur 25 Ampère; man wird daher nie nöthig haben, die Hauptleitungen zu schützen, sondern wird vielmehr die Dynamo etwa gegen den doppelten Betrag des maximalen Maschinenstroms sichern.

5. Einfluss der Länge des Schmelzdrahtes und der Klemmen.

Ausser den vorliegenden Verhältnissen der zu schützenden Leitung hat man bei der Dimensionirung des Schmelzdrahtes noch zwei wichtige Faktoren in Rechnung zu ziehen: die Länge des Schmelzdrahtes und den Einfluss der Klemmstücke.

In Bezug auf die Länge des Sicherungsdrahtes sind wir durch die Verhältnisse begrenzt. Die Länge ist in der Praxis nur gering, und zudem repräsentiren die Klemmen Metallmassen, welche die Wärme ableiten und deren Wärmeleitungsfähigkeit grösser ist als

jene des Bleidrahtes. Der Draht schmilzt in Folge dessen nicht an den Stellen, wo die Wärmeableitung durch die Klemmen stattfindet, sondern meistens in der Mitte zwischen den Klemmen. Um den Einfluss der letzteren möglichst zu vermeiden, müssten grosse Drahtlängen angewendet werden. Dies verbietet sich aber aus dem Grunde schon, dass dadurch viel Raum beansprucht und ein verhältniss-

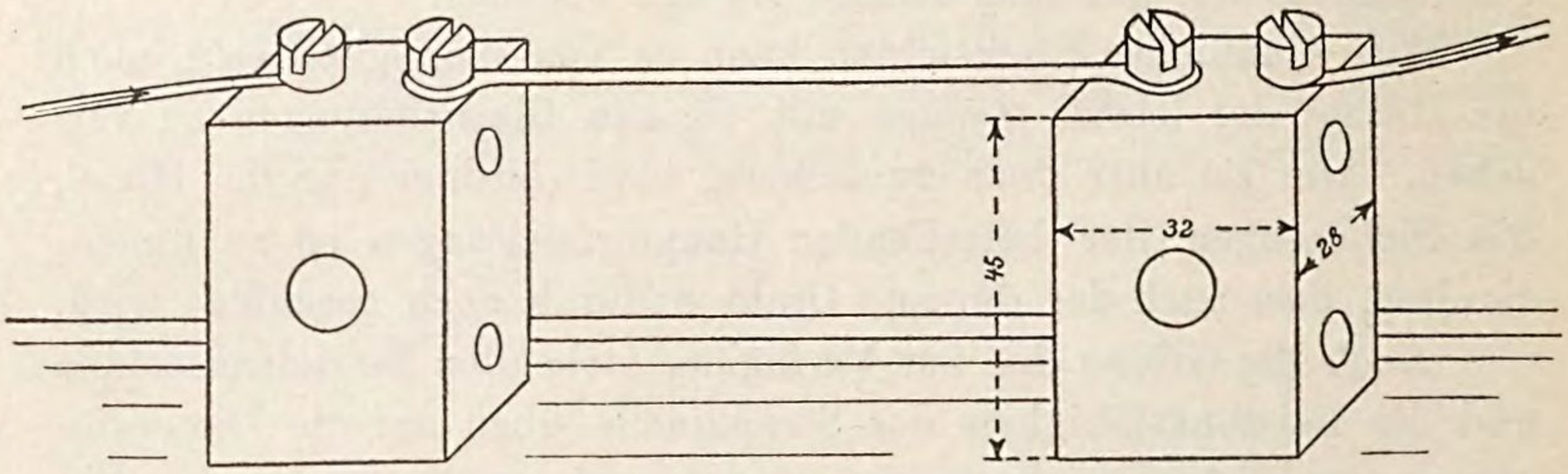


Fig. 169.

mässig hohes Spannungsgefälle bewirkt werden würde; ausserdem bekommen lange Drähte beim Erwärmen starken Durchhang, legen sich auf die Sicherungsunterlage auf und schmelzen dann unregelmässig, oder das geschmolzene Metall bildet gar eine leitende Brücke.

Um den Einfluss der Drahtlänge und der Klemmen klarzustellen, haben wir eine Reihe von Untersuchungen[1]) angestellt, welche alle

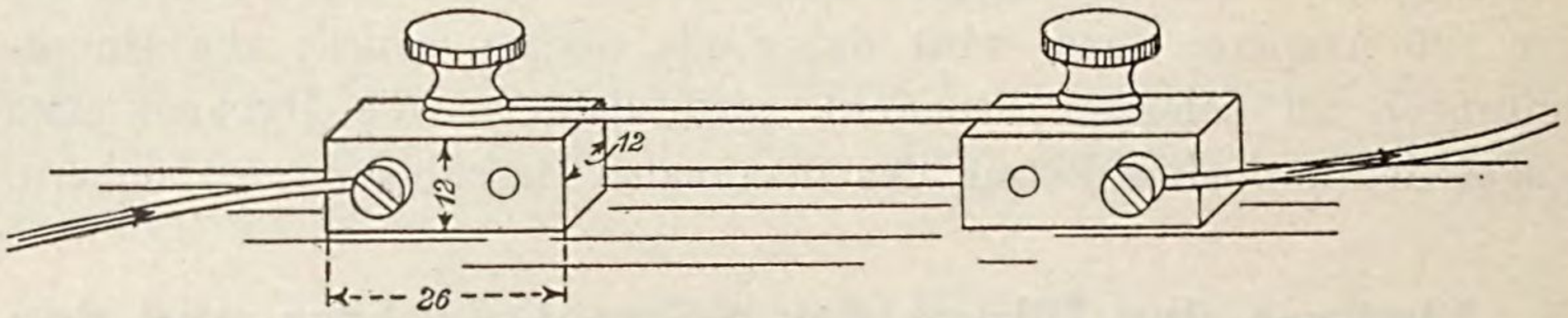


Fig. 170.

mit zwei Klemmenpaaren vorgenommen wurden, deren Dimensionen aus den Figuren 169 und 170 zu entnehmen sind. Da die Klemmen nicht eigens angefertigt, sondern nur vorhandenen Apparaten entnommen wurden, so wiesen sie eine Anzahl von Bohrungen auf, wie dies aus den Fig. 169 und 170 zu erkennen ist.

Die Resultate unserer Untersuchungen sind in Fig. 171 graphisch

---

[1]) C. Feldmann, El. Zeitschr. *13*, S. 433. 1892.

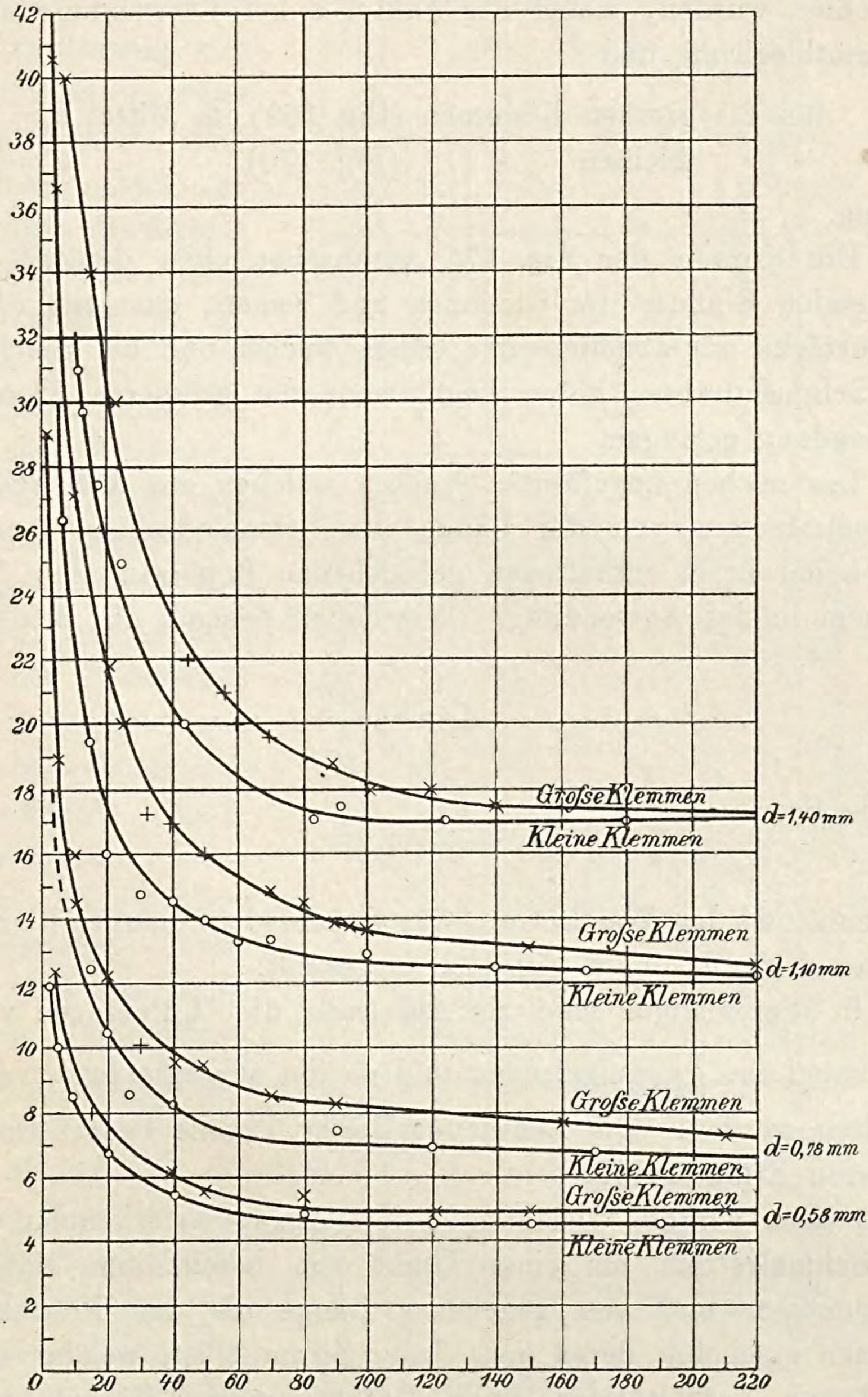


Fig. 171.

dargestellt. Die Abscissen der Kurven bedeuten die Drahtlängen, die Ordinaten die Abschmelzstromstärken. Die beobachteten Werthe stimmen sehr gut mit den Werthen überein, welche aus der empirischen Formel

$$J^2 \sqrt{l} = a\, d^3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

berechnet wurden, wobei der Faktor a bei Verwendung einer Blei-Wismuthlegirung und

für die grossen Klemmen (Fig. 169) im Mittel $a = 1350$
- - kleinen - (Fig. 170) - - $a = 1000$

betrug.

Die Kurven der Fig. 171 veranschaulichen deutlich den abkühlenden Einfluss der Klemmen und zeigen, dass die Abschmelzstromstärke mit abnehmender Länge wächst und bei gleicher Länge des Schmelzdrahtes höher liegt, wenn die grösseren Klemmen zur Anwendung gelangen.

Das soeben angeführte Gesetz, welches die Abhängigkeit des Schmelzstromes von der Länge des Schmelzdrahtes darstellt, ist wegen der darin enthaltenen gebrochenen Potenzen nicht besonders bequem in der Anwendung. Wir haben deshalb die Beziehung

$$J = b \cdot \frac{d^{3/2}}{\sqrt[4]{l}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1a)$$

in die Form

$$J = b \cdot f \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

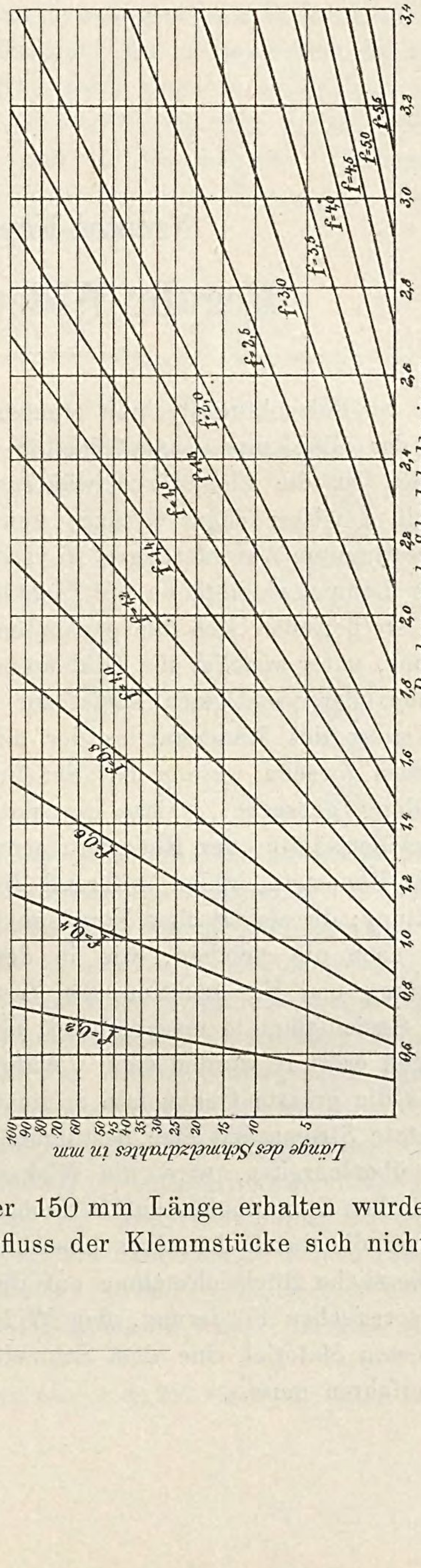
gebracht und den Werth von f für verschiedene Längen l und Durchmesser d graphisch in Fig. 172 dargestellt.

In dieser Figur sind als Abscissen die $^3/_2$ Potenzen von d, als Ordinaten die $\sqrt[4]{l}$ aufgetragen und so die schräglaufenden Geraden f erhalten worden. Die Benutzung dieser Tabelle bedarf wohl keiner weiteren Erläuterung.

Fassen wir die Gleichung 2 in's Auge, so erkennen wir, dass der Schmelzstrom für einen Draht von bestimmtem Material und Durchmesser und von gegebener Länge als das Produkt zweier Grössen erscheint, deren erste jener Strom b ist, welcher unter den gegebenen Verhältnissen einen Draht von der Einheit der Länge und des Durchmessers zu schmelzen vermag. Die zweite dieser Grössen, f, ist eine Funktion der Drahtlänge und des Drahtdurchmessers, hängt aber im Gegensatz zur Grösse b von der Form und Beschaffenheit der Klemmen und dem Material des Schmelzdrahtes nicht ab. Der Strom b kann dadurch ermittelt werden, dass irgend ein Draht, dessen Konstante f der graphischen Tabelle Fig. 172 entnommen wurde, zum Schmelzen gebracht wird.

Jedenfalls aber ist es zur Ermittelung des Schmelzstromes b unbedingt erforderlich, dass die Sicherung unter genau denselben Bedingungen geprüft werde, unter welchen dieselbe zu arbeiten hat.

Es müssen somit die thatsächlich zu verwendenden Klemmen auf ihrer schliesslichen Unterlage im richtigen Abstande befestigt und zum Zwecke des Versuches unter der später zur Verwendung gelangenden Verschlusskappe abgeschmolzen werden; denn auch die Hinzufügung oder Weglassung dieser letzteren kann die Resultate durch Veränderung der Konvektion beeinflussen.



Graphische Tabelle zur Ermittelung der Grösse f (Gleichung 2).

Fig. 172.

Mit Bezug auf die früher gegebene Tabelle (10) der Abschmelzstromstärken für verschiedene Materialien bemerken wir, dass die dort angegebenen Werthe des Schmelzstromes an Stücken von über 150 mm Länge erhalten wurden, bei welchen der abkühlende Einfluss der Klemmstücke sich nicht mehr geltend macht.

Neuntes Kapitel.

Regulir-Widerstände.

In der Beleuchtungstechnik ergeben sich in Bezug auf die Lichtstärke der Glühlampen hauptsächlich zwei verschiedene Aufgaben. Entweder ist die Lichtstärke während eines grösseren Zeitraumes innerhalb gewisser enger Grenzen konstant zu halten, oder sie ist nach bestimmten Anforderungen zu variiren. Da unter Voraussetzung gleicher Lampenwiderstände die Lichtstärke von der Spannung abhängt, so beziehen sich die genannten Aufgaben eigentlich auf die Spannung, unter welcher die Glühlampen zu arbeiten haben.

Eines der wichtigsten Mittel zur Lösung derselben bietet die Veränderung des Widerstandes der den Strom führenden Leitung. Zu diesem Zwecke werden mit der Leitung eigene Widerstände in Verbindung gebracht, welche wir mit Rücksicht auf ihren Zweck Regulirwiderstände oder Rheostate nennen.

Die Rheostate bilden während ihrer Wirksamkeit einen Theil der Leitung; die elektrischen Vorgänge in denselben sind daher dem Wesen nach die gleichen, wie in der letzteren. Für die Vorausberechnung und Konstruktion der ersteren sind jedoch wesentlich andere Gesichtspunkte maassgebend, als jene, welche bezüglich der Leitungen erörtert worden sind. Während in der Fortleitung des Stromes die grösste Oekonomie erreicht wird, wenn die in Wärme umgesetzte Stromarbeit eine bestimmte, meist sehr niedrige Grenze nicht überschreitet, wird die Wirksamkeit des Rheostaten, vom theoretischen Standpunkte aus betrachtet, um so ökonomischer sein, je grösser die durch denselben absorbirte Energiemenge wird. Die ausschliessliche Rücksichtnahme auf die Oekonomie führt uns also zur theoretischen Forderung, den Widerstand so zu dimensioniren, dass dessen Material eine dem Schmelzpunkte naheliegende Erwärmung erfahren muss.

Die Anforderungen der Praxis bedingen jedoch in dieser Hinsicht eine weitgehende Beschränkung. Vor allem fordert die Praxis einen Rheostaten, dessen Material einen ziemlich beständigen specifischen Widerstand besitzt. Der letztere ist aber gerade von der Temperaturerhöhung abhängig und ist bei höheren Wärmegraden bedeutenden Schwankungen unterworfen, wie dies z. B. aus der nachstehenden Tabelle zu entnehmen ist.

Tabelle 44.

Widerstandsänderung mit der Temperatur.

Temperatur	Eisen	Kupfer	Platin
0° C.	640	814	1870
21°	691	864	1986
285°	1660	—	—
äusserst schwach glühend	2250	—	—
dunkelgrau	2460	—	—
schwach glühend	3050	2100	4300
dunkelroth	3200	2450	4700
ziegelroth	—	3300	—
hellroth	3650	4700	5050
orange	4550	—	5400
lichtgelb	—	—	6000
weissglühend	7880	—	—
21° C.	727	910	1984

Vorstehende Tabelle zeigt, dass der durchschnittliche Widerstandszuwachs pro 1° Temperaturerhöhung zwischen 0° und 21° C. bedeutend kleiner ist als derjenige zwischen 21° und 285°.

Ein weiterer Umstand, der die Zulassung hoher Erwärmungsgrade ausschliesst, ist die Rücksichtnahme auf die Umgebung des Rheostaten. Ist diese Rücksicht nicht geboten, so kann man eine höhere Temperaturerhöhung eintreten lassen, vorausgesetzt, dass die Luft zu allen Theilen des Rheostaten ungehinderten Zutritt hat. Werden jedoch die Widerstandsdrähte, wie es häufig geschieht, wegen der hohen Erwärmung in ein feuerfestes Material eingebettet, so vermindert der vollständige Wegfall der Konvektion und die Herabsetzung der Strahlung die angestrebte ökonomische Ausnutzung der Drähte in sehr erheblichem Maasse. So fand A. B. Herrick[1]), dessen Arbeit auch die Tabelle 44 entnommen ist, dass derselbe Strom,

[1]) A. B. Herrick, The El. Engineer *9*, S. 210. 1890.

welcher einen bei 1800° C. schmelzenden Draht in freier Luft gewöhnlicher Temperatur auf 115° C. erwärmt, den in feuerfestes Material eingebetteten Draht zum Schmelzen brachte.

Man ersieht schon aus dem Angeführten, dass die theoretische Forderung einer möglichst hohen Beanspruchung der Widerstandsdrähte durchaus keine allgemein giltige Regel bietet, sondern dass vielmehr jeder einzelne Fall je nach dem vorliegenden Zwecke einer besonderen Ueberlegung bedarf.

Der in der Praxis am häufigsten auftretende und wichtigste Fall bezieht sich auf Rheostate aus nackten Drähten, zu denen die Luft freien Zutritt hat. Wir wollen daher auch unsere Betrachtungen hauptsächlich auf diesen Fall beschränken.

Ist einmal je nach dem in Rede stehenden Zwecke des Rheostaten die Grösse des erforderlichen Widerstandes, d. h. die Anzahl der nothwendigen Widerstandseinheiten, sowie die Grenze der Erwärmung festgesetzt, so handelt es sich vor allem um die Wahl des zu verwendenden Materiales. In dieser Beziehung sind ausser dem Umstande, dass der Koefficient der Widerstandszunahme des Materiales mit der Erwärmung gering sein soll, hauptsächlich die Rücksichten auf die Menge des aufzuwendenden Materiales, die Gestehungskosten, sowie die Raumverhältnisse massgebend.

Die Menge des nothwendigen Materiales hängt von dem specifischen Widerstande des letzteren ab, wie aus folgender Betrachtung hervorgeht. Nennen wir d den Durchmesser und l die Länge eines Widerstandsdrahtes vom Widerstande R, so ist dessen Volumen V

$$V = \frac{\pi}{4} d^2 l, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

oder, wenn wir aus der Gleichung

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{\frac{\pi}{4} d^2}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

den Werth von l einsetzen, ist das Volumen auch

$$V = \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 d^4 \frac{R}{\varrho}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1a)$$

wenn ρ den specifischen Widerstand bedeutet. Wie wir wissen, stehen der Drahtdurchmesser und die einer bestimmten Erwärmungs-

grenze entsprechende Belastung des Drahtes J in der durch den Ausdruck

$$J^2 = K\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

gekennzeichneten Beziehung, wobei K einen von der Temperatur und Oberflächenbeschaffenheit abhängigen Faktor bedeutet, der mit dem specifischen Widerstande ρ entsprechend der Beziehung

$$J^2 = \frac{k}{\varrho}\,d^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

variirt, wenn wir mit k ebenfalls eine Konstante bezeichnen. Führen wir den aus dieser Gleichung folgenden Werth von d in den Ausdruck für V ein, so erhalten wir

$$V = \left(\frac{\pi^2 \cdot R \cdot J^2}{16 \cdot k}\sqrt[3]{\frac{J^2}{k}}\right) \cdot \sqrt[3]{\varrho}, \quad \ldots\ldots \quad 1b)$$

welche Gleichung uns sagt, dass das Volumen des aufzuwendenden Materiales unter sonst gleich bleibenden Verhältnissen mit dem specifischen Widerstande desselben wächst. Im Allgemeinen eignet sich daher ein Material von geringem specifischen Widerstande besser für den Bau eines Rheostaten, als ein solches mit hohem Widerstande[1]).

In der folgenden Tabelle 45 sind die Werthe von ρ und k für einige Materialien und für Erwärmungen von 10, 20, 40 und 80° zusammengestellt, wobei vorausgesetzt ist, dass sich die nackten, entweder blanken oder geschwärzten, cylindrischen Drähte in einem geschlossenen Raume von 25° Lufttemperatur, oder aber bei stillem Wetter im Freien befinden.

Wir verwenden die in dieser Tabelle zusammengestellten Werthe, um ein einfaches Beispiel vorzuführen. Es seien für zwei blanke Widerstandsdrähte für 1 Ohm und 0,01 Ohm, welche 20, bezw. 200 Ampère führen sollen, die erforderlichen Drahtlängen und Volumina, sowie annäherungsweise die Gewichte zu berechnen, wobei wir voraussetzen, dass die maximale Erwärmung ca. 40° C. betragen soll. Die gesuchten Werthe sind in Tabelle 46 angeführt.

Es bedarf wohl keiner näheren Erörterung, dass man die berechneten Werthe der Durchmesser im praktischen Gebrauche entsprechend den im Handel gangbaren Sorten abrunden wird. Die Tabelle 46 soll nur zeigen, dass durch die Verwendung von

---

[1]) A. Hess, Lum. el. *37*, S. 19. 1890.

Ta-

Metall	Temperatur-Koefficient α	Werthe von ϱ bei 0°	35°	45°	65°	105°
(1) Kupfer	0,0038	1,65	1,87	1,93	2,06	2,31
(2) Schwedisches Eisen	0,0048	9,19	10,73	11,2	12,1	13,85
(3) Neusilber	0,0036	30,0	30,33	30,7	31,0	31,4
(4) Ferronickel	0,0001	46,3	46,3	46,4	46,5	46,7
(5) Nickelin von Geitner	0,00025	50,0	50,5	50,5	51,3	51,7

Tabelle 46.

Dimensionen eines Widerstandsdrahtes (I) für 1 Ohm u. 20 Ampère } bei 40° Erwärmung.
- - - (II) - 0,01 - - 200 - }

Material	Durchmesser mm		Länge m		Ungef. Volumen cm³		Spec. Gew.	Ungef. Gewicht kg	
	I	II	I	II	I	II		I	II
(1) Kupfer	1,94	8,75	143,0	29,0	422	170	8,90	3,75	15,5
(2) Schwed.Eisen	3,49	16,2	78,5	16,9	745	3480	7,70	5,73	26,8
(3) Neusilber	4,75	22,0	56,7	12,2	1000	4610	8,30	8,30	38,2
(4) Ferronickel	5,45	25,4	50,0	10,8	1165	5400	8,30	9,65	44,9
(5) Nickelin	5,63	26,1	48,2	10,4	1190	5530	8,70	10,40	48,3

Metallen mit hohem specifischen Widerstande kein Vortheil erreicht wird, dass vielmehr gut leitende Metalle geringere Drahtdurchmesser und ein kleineres Volumen und dazu noch in den meisten Fällen weitaus geringere Kosten ergeben, als die so sehr beliebten Specialsorten von hohem specifischen Widerstande.

Diesen Sorten gebührt jedoch der Vorzug, wenn es sich um hohe Widerstände zur Führung schwacher Ströme handelt. In diesem Falle kann der Drahtdurchmesser nicht mehr nach der Erwärmungsgrenze berechnet werden, sondern muss mit Rücksicht auf die Festigkeit mindestens mit 0,8 bis 1 mm gewählt werden. Da somit der Drahtdurchmesser festgelegt ist, werden jene Sorten den geringsten Materialsaufwand bedingen, welche den höchsten specifischen Widerstand besitzen. Selbstverständlich bedarf es mit Rücksicht auf die Preise der einzelnen Sorten noch immer einer besonderen, dem einzelnen Falle entsprechenden Ueberlegung.

belle 45.

Werthe von k im Zimmer bei Erwärmung von T = 10°		20°		40°		80°		Werthe von k im Freien bei T = 10°		20°		40°	
blank	geschwärzt	blank	geschw.	blank	geschw.	blank	geschw.	blank	geschw.	blank	geschw.	blank	geschw.
3,80	4,65	5,35	6,60	7,46	9,17	10,40	12,95	8,35	8,72	11,60	12,0	16,0	16,8
1,58	1,94	2,22	2,74	3,08	3,80	4,25	5,30	3,48	3,64	4,82	4,97	6,63	6,95
0,95	1,16	1,34	1,65	1,93	2,37	2,82	3,51	2,08	2,17	2,90	3,00	4,13	4,33
0,77	0,94	1,10	1,35	1,57	1,93	2,31	2,88	1,88	1,76	2,37	2,45	3,37	3,54
0,73	0,90	1,05	1,29	1,50	1,84	2,20	2,74	1,61	1,68	2,26	2,35	3,20	3,36

Den im Vorstehenden erörterten Gesichtspunkten liessen sich noch viele andere Erwägungen anreihen; dieselben ändern sich jedoch so sehr mit dem jeweiligen Zwecke des Rheostaten, dass es im Interesse der Deutlichkeit richtiger erscheint, sie an einzelnen Arten von Rheostaten, welche im Folgenden besprochen werden, darzulegen.

Bevor wir dazu übergehen, wollen wir nur noch einige Bemerkungen über die Schaltungsweise der einzelnen Abtheilungen eines Rheostaten anfügen.

Am häufigsten ist die Anordnung so getroffen, dass jede Abtheilung, welche in Wirksamkeit tritt, zu den anderen, welche bereits arbeiten, in Serie geschaltet wird. Der höchste Widerstand ist somit vorhanden, wenn sämmtliche Abtheilungen eingeschaltet sind. Dieser Anordnungsweise haftet der Nachtheil an, dass das Material wenig ausgenutzt wird, und dass der Rheostat für grössere Ströme sehr gross und demnach sehr theuer ausfällt.

Im Falle der Anwendung für sehr hohe Ströme wird man daher von der reinen Serienschaltung abgehen und andere Kombinationen der Widerstandsstufen vorsehen, indem man die Serien- und Parallelschaltung der letzteren kombinirt, wodurch eine höhere Oekonomie des Widerstandes erreicht wird.

Wir wenden uns nun der Betrachtung jener Rheostate zu, welche zur Beeinflussung des Widerstandes im Stromkreise dienen.

1. Vorschaltwiderstände für Bogenlampen.

Die einfachste Art von Rheostaten zur Beeinflussung des Stromkreises bilden die Beruhigungswiderstände, welche in Parallelschaltungsanlagen den Bogenlampen vorgeschaltet werden müssen. Ist E die Spannung zwischen den Punkten der Hauptleitung, von welcher die Bogenlampen abgezweigt werden, E_1 die Spannung einer oder mehrerer in Serie angeordneten Lampen und J die Lampenstromstärke, so muss in die Abzweigung ein Gesammtwiderstand

$$R = \frac{E - E_1}{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

gelegt werden, worin der geringe Widerstand der Zuleitung eingeschlossen ist. Dieser Widerstand R entspricht bei Gleichstrombogenlampen, welche einzeln oder zu zweien brennen, ungefähr 10—15 Volt; für Wechselstrombogenlampen bedarf es eines viel geringeren Vorschaltwiderstandes; es genügt, wenn derselbe ein Spannungsgefälle von etwa 6 Volt hervorzurufen vermag.

Die Vorschaltwiderstände brauchen nicht regulirbar zu sein. Bei der Dimensionirung derselben hat man etwa die $1^1/_2$ bis 2fache normale Stromstärke in Rechnung zu ziehen und vorzusehen, dass nur eine verhältnissmässig geringe Erwärmung eintreten kann. Die meisten Bogenlampen entnehmen nämlich beim Einschalten für ganz kurze Zeit etwa den doppelten Betrag der normalen Stromstärke; würde in diesem Falle auch der Vorschaltwiderstand durch eine hohe Erwärmung noch beträchtlich über den normalen Werth erhöht werden, so müsste die Lampe zu wenig Klemmenspannung erhalten, und würde die Zeit bis zur Einstellung des normalen Lichtbogens unnöthigerweise verlängert werden.

Bei der Anordnung der Vorschaltwiderstände hat man sein Augenmerk darauf zu richten, dass eine gute Ventilation gesichert sei. Diese Bemerkung erscheint zwar selbstverständlich, aber sie ist angesichts des Umstandes doch gerechtfertigt, dass man gar nicht selten rothglühenden Vorschaltwiderständen begegnet, deren zugehörige Lampen den Lichtbogen nicht zu bilden vermögen.

Bei Leitungsanlagen in freier Luft verbindet man billige Herstellung mit guter Ventilation zuweilen derart, dass man einen Theil der Leitung als Vorschaltwiderstand verwendet und dementsprechend dimensionirt.

Bei Wechselstrombogenlampen kann auch ein Induktionswiderstand verwendet werden, dessen Dimensionirung wir jedoch an dieser Stelle nicht erörtern wollen.

2. Leitungsrheostate.

Wenn von einer Stromquelle Leitungen abzweigen, in denen ein sehr beträchtliches Spannungsgefälle auftreten kann, so ist es nothwendig, die bei veränderlicher Belastung stets wechselnden Spannungsgefälle so nachzureguliren, dass die Betriebsspannung der Lampen konstant bleibt. Zu diesem Zwecke werden meistens Widerstände angewendet, welche dann, wenn am wenigsten Lampen brennen, in ihrer vollen Grösse in die betreffenden Leitungen eingefügt und in dem Maasse, wie die Belastung wächst, vermindert werden, bis sie bei voller Belastung ganz ausgeschaltet sind.

Der Wirkungsbereich dieser Widerstände ist somit durch die Grenzen bestimmt, innerhalb welcher die Belastung des zu reguli-renden Leitungskomplexes schwankt.

Die Festsetzung dieser Grenzen bestimmt den ersten Faktor, welcher bei der Bestimmung des entsprechenden Rheostaten in Rechnung zu ziehen ist.

Der zweite maassgebende Faktor ergiebt sich aus der Festlegung der als zulässig erachteten Grenze, welche die Erwärmung der Widerstandsdrähte nicht überschreiten darf.

Eine weitere Ueberlegung bezüglich des zur Verfügung stehenden Raumes einerseits und der Gestehungskosten des Rheostaten andererseits bestimmt die Wahl des anzuwendenden Materiales. Hierzu treten noch die Rücksichtnahmen auf eine möglichst gute Ventilation des Rheostaten und eine gute Ausnutzung des aufgewendeten Materiales. Ausserdem hat man den Grad der Empfindlichkeit in der Nachregulirung festzusetzen und gelangt so zur Anzahl der aufeinanderfolgenden Abstufungen, in welche der Rheostat eingetheilt werden soll.

Hat man sich über alle angeführten Momente Klarheit verschafft, so unterliegt die Berechnung des Rheostaten keiner besonderen Schwierigkeit mehr, da dieselbe alsdann nach lauter bereits erörterten Grundsätzen durchgeführt werden kann.

Zur grösseren Verdeutlichung wollen wir jedoch noch ein praktisches Beispiel anführen.

Denken wir uns, von einer Stromquelle zweige unter anderen eine Hauptleitung ab, welche einem entfernteren Objekte einen Strom von 200 Ampère zuführt. Die Klemmenspannung der Maschine betrage 110 Volt, und die Leitung sei aus irgend einem Grunde so dimensionirt worden, dass in derselben bei der vollen Belastung von 200 Ampère ein Spannungsgefälle von 10 Volt eintrete. Die normale Spannung der Lampen beträgt somit 100 Volt, und die Aufgabe der Regulirung besteht darin, die Lampenspannung stets auf dieser Höhe zu erhalten.

Wir wollen nun den dieser Aufgabe entsprechenden Rheostaten berechnen.

Zuerst bestimmen wir den Wirkungsbereich des Rheostaten. Wir wünschen eine möglichst unbeschränkte Löschbarkeit und setzen daher fest, die Widerstände sollen bis zu $^1/_{10}$ der vollen Belastung, d. h. innerhalb der Belastungen von 200 bis 20 Ampère ausreichen.

Wir begnügen uns vorläufig mit Widerstandsabstufungen, welche den Spannungsausgleich bis auf 1 Volt ermöglichen und erhalten unter dieser Annahme die in nachstehender Tabelle 47 zusammengestellten Widerstandswerthe.

Tabelle 47.

Belastung in Ampère	Spannungsgefälle ohne Rheostat Volt	Spannung an d. Lampen ohne Rheostat Volt	Der Rheostat hat auszugleichen Volt	Entsprechender Rheostatwiderstand Ohm
200	10	100	0	0,0000
180	9	101	1	0,0055
160	8	102	2	0,0125
140	7	103	3	0,0214
120	6	104	4	0,0333
100	5	105	5	0,0500
80	4	106	6	0,0750
60	3	107	7	0,1167
40	2	108	8	0,2000
20	1	109	9	0,4500

Nun setzen wir die Erwärmungsgrenze fest. Als solche wählen wir z. B. eine Temperaturerhöhung von 40° C., ohne uns jedoch vollkommen strenge daran zu binden, sofern die Rücksichten auf die einfachere Herstellung des Rheostaten eine geringe Abweichung in den Drahtdurchmessern von jenen Sorten bedingen sollten, welche einer Erwärmung von 40° C. genau entsprechen würden. Als Ma-

terial wählen wir Kupfer mit einem nach dem Wickeln der Drähte aufzutragenden Ueberzuge aus einer schwarzen, mit Schellack und dergl. angeriebenen Farbe.

Die der vorgeschriebenen Erwärmungsgrenze entsprechenden Drahtdurchmesser (d) für die verschiedenen Belastungen (J) ermitteln wir nach der bekannten Formel

$$J = C\, d \sqrt{d}, \quad \ldots \quad 3\,a)$$

in welcher der Faktor C, unter Voraussetzung ruhiger Luft, für geschwärztes Kupfer und eine Temperaturerhöhung von 40° C. den Werth

$$C = 9{,}17$$

besitzt. Wir erhalten demgemäss die nachstehend angeführten Werthe:

Tabelle 48.

Stromstärke in Ampère	Drahtdurchmesser in mm
200	7,8
180	7,3
160	6,7
140	6,2
120	5,6
100	4,9
80	4,2
60	3,5
40	2,7
20	1,6

Wie schon gesagt, halten wir uns nicht genau an die berechneten Werthe der Drahtdurchmesser, sondern wählen beiläufig entsprechende Drähte gangbarer Sorten. In unserem Falle wählen wir die Sorten von 8 bis 3 mm Durchmesser, von welchen unter Zugrundelegung eines specifischen Widerstandes von

$$\varrho = 0{,}0206 \text{ (bei ca. } 20^0 \text{ Lufttemperatur und } 40^0 \text{ Erwärmung)}$$

folgende Längen auf den Widerstand von 1 Ohm entfallen.

Aus diesen Drähten soll nun der Rheostat hergestellt werden. Wir wählen eine Anordnung, bei welcher jede Abtheilung des Rheostaten zu der vorhergehenden und nachfolgenden in Serie geschaltet wird.

Die Widerstände der einzelnen Abtheilungen erhält man daher einfach durch Subtrahiren der aufeinander folgenden Widerstands-

Tabelle 49.

Drahtdurchmesser mm	Länge in m auf 1 Ohm Widerstand
8	2440
7,5	2130
7	1860
6,5	1600
6	1370
5,5	1150
5	950
4,5	770
4	610
3	340

stufen, welche wir eingangs für die verschiedenen Belastungen ermittelt haben.

Die Widerstandsdrähte werden meistens in einem gemeinschaftlichen Rahmen befestigt und zwar in Form von Spiralen angeordnet.

Die Herstellung der Spiralen geschieht dort, wo es an besseren maschinellen Einrichtungen fehlt, durch Aufwicklung des Drahtes auf einen Dorn und darauffolgendes Ausziehen auf die gewünschte Länge. Wir setzen in unserem Falle diese primitive Herstellungsweise voraus und gelangen zu folgenden Daten. (Tabelle 50.)

Tabelle 50.

Belastung	Erforderlicher Rheostat-Widerstand	Widerstand der Rheostaten-Abtheilung	Draht			Windungen			Anzahl der Spiralen
			Länge	Durchmesser	Gewicht	Dorn		Zahl	
						Durchmesser	Umfang		
Ampère	Ohm	Ohm	m	mm	kg	mm	mm		
200	—	—							
180	0,0055	0,0055	13,4	8	6,0	35	110	122	1
160	0,0125	0,0070	14,9	7,5	5,8	35	110	135	1
140	0,0214	0,0089	16,6	7,0	5,7	30	94	177	1
120	0,0333	0,0119	19,0	6,5	5,6	30	94	202	1
100	0,0500	0,0167	22,9	6	5,8	30	94	244	1
80	0,0750	0,0250	28,8	5,5	6,2	20	63	456	2
60	0,1167	0,0417	39,6	5	6,9	20	63	629	3
40	0,2000	0,0833	50,8	4	5,7	20	63	807	3
20	0,4500	0,2500	85,0	3	5,3	20	63	1350	5
		Ges.-Wdst.			kg				Spiralen
		0,4500			53				18

Nachdem nun die auf die Grössenverhältnisse unseres Rheostaten bezüglichen Werthe bestimmt sind, bedarf es nur noch der Angabe über die Anordnung der Kontakte. Begnügen wir uns mit dem Ausgleiche von Spannungsunterschieden bis zu 1 Volt, so brauchen wir nur die in vorstehender Tabelle verzeichneten Abtheilungen des Rheostaten mit je einem Kontakte zu versehen. Verbinden wir jedoch jede der oben bestimmten 18 Spiralen mit je einem Kontakte, so können wir auch noch Spannungsdifferenzen unter 1 Volt ausgleichen.

Wollte man eine noch feinere Regulirung erzielen, so brauchte man natürlich nur eine entsprechend grössere Anzahl von Widerstandsabstufungen vorzusehen, deren Bestimmung nach dem Vorhergehenden ohne Weiteres klar ist.

3. Speiseleitungs- oder Feeder-Rheostate.

Die im Vorhergehenden erörterten Grundsätze reichen vollständig aus, um jene Rheostate berechnen zu können, welche zum Spannungsausgleiche in die Hauptleitungen von Stadtnetzen u. dergl. eingeschaltet werden.

Die Einschaltung geschieht entweder kontinuirlich oder in Abstufungen, deren Grösse je nach der verlangten Feinheit der Regulirung zu bemessen ist.

Um die Grösse des Rheostaten zu bestimmen, setzt man in erster Linie fest, bis zu welchem Bruchtheile der vollen Belastung die Regulirung noch ausreichen soll. Ist weiter noch das Spannungsgefälle bei voller Belastung bekannt, so ergiebt sich sofort die maximale Spannungsdifferenz, welche der Rheostat auszugleichen hat, und daraus je nach der Feinheit des Ausgleiches die Anzahl der Rheostatenabtheilungen. Die Dimensionen der letzteren werden entweder auf dieselbe Weise ermittelt, wie im obigen Beispiele, oder man bedient sich hierzu eines einfachen graphischen Verfahrens.

Da sich die Stromstärke in der Speiseleitung sehr rasch ändern kann und die schwächeren Theile des Rheostaten dadurch leicht überlastet werden könnten, so würde es sich empfehlen, die Querschnitte aller Abtheilungen gleich und zwar für die grösste Stromstärke zu bemessen. Immerhin aber ist zu bedenken, dass in dem Augenblicke, in welchem die Stromzunahme erfolgt, der Rheostat in den schwächeren Theilen allerdings etwas überansprucht wird, dass

aber auch alsbald der Rheostat, entweder von Hand aus oder automatisch, entsprechend dem durch die Stromzunahme gewachsenen Spannungsgefälle verstellt wird.

Wenn man daher bei grosser Löschbarkeit und hohem Maximalstrome zu einem allzubedeutenden Materialaufwande gelangen sollte, so würde man die gröberen Abstufungen des Rheostaten immerhin um ein Beträchtliches schwächer dimensioniren können, als es dem Maximalstrome entsprechen würde. In den dünneren Drähten kann nämlich auch eine ziemlich bedeutende Ueberlastung nur eine geringe Erwärmung hervorrufen, wenn der zu starke Strom nur eine kurze Zeit dauert, da sich in dieser kurzen Zeit kein thermisches Gleichgewicht herstellen kann und die ausgestrahlte Wärmemenge jene bedeutend überwiegt, welche nach Eintritt des genannten Gleichgewichtes an die Umgebung abgegeben wird.

Als Material für die Rheostate in Speiseleitungen, welche starke Ströme führen, empfiehlt sich im Allgemeinen Neusilber- oder Nickelinblech von ungefähr 0,2 bis 0,3 mm Dicke. Wir haben auch dünnes Eisenblech wegen seiner hohen specifischen Wärme und seiner Billigkeit als sehr zweckdienlich gefunden.

4. Lichtregulatoren.

Die im Vorhergegangenen besprochenen Rheostate haben den Zweck, bei veränderlicher Anzahl der Lampen deren Lichtstärke, bezw. deren Spannung konstant zu halten. Bei den Regulirwiderständen jedoch, deren Betrachtung wir uns jetzt zuwenden und deren Hauptverwendungsgebiet die Bühnenbeleuchtung bietet, handelt es sich darum, die Lichtstärke, bezw. die Spannung einer unveränderlichen Anzahl von Lampen nach bestimmten Anforderungen zu variiren. Es bedarf keiner näheren Erklärung, dass diese Regulirwiderstände bei voller Lichtstärke ausgeschaltet bleiben und dann in dem Maasse eingefügt werden, in welchem die Lichtstärke der Lampen abnehmen soll.

Der Wirkungsbereich und demnach die Grösse des Rheostaten ist somit durch die Grenzen gegeben, innerhalb welcher die Lichtstärke regulirt werden soll.

Die Dimensionirung der Querschnitte der zu verwendenden Drähte oder Bänder etc. hat natürlich unter Rücksichtnahme auf die in jedem speciellen Falle festzusetzende Erwärmungsgrenze zu geschehen und braucht an dieser Stelle nicht mehr erörtert zu werden.

Es erübrigt somit, falls die Einschaltung des Rheostaten nicht continuirlich geschieht, in der Hauptsache nur noch die Bestimmung der Widerstandsabstufungen. In dieser Hinsicht sollen die physiologischen Gesetze, welche die Wirkungen des Lichtes auf unser Sehorgan bestimmen, in Rechnung gezogen werden. Die Uebergänge der Beleuchtungsstärken müssen ganz allmählich geschehen, so dass der Eindruck des Lichtes auf das Auge ein beständig gleich angenehmer bleibt; es muss also ein ganz bestimmter Zusammenhang zwischen den Aenderungen der Lichtstärken und der durch sie hervorgebrachten Reizstärken gewahrt bleiben. Nach dem unter dem Namen „Weber-Fechner'sches Gesetz" bekannten Gesetze ist dieser Zusammenhang ganz allgemein folgender: „Die Empfindungsstärken verhalten sich wie die Logarithmen der Reizstärken"[1]). Auf unseren Fall angewendet, verlangt das angeführte Gesetz, dass einer Aenderung in der Stärke der vom Auge empfundenen Eindrücke im Verhältnisse von 1 : 2 : 3 . . . u. s. w., eine Aenderung der Lichtstärken im Verhältnisse 10 : 100 : 1000 . . . u. s. w., d. i. jener Zahlen entspreche, deren Logarithmen 1, 2, 3 . . . sind.

Da den in geometrischer Progression wachsenden Reizstärken die in arithmetischer Reihe zunehmenden Empfindungsstärken entsprechen, so erkennen wir ohne Weiteres, dass eine gleichmässige Aenderung der Empfindungsstärken eine nach konstantem Verhältnisse vor sich gehende Aenderung der Reizstärken bedingt.

Nennen wir nun die grösste, bezw. die kleinste erforderliche Lichtstärke λ_1 und λ_{n+1}; die Anzahl der zwischen denselben erforderlichen Abstufungen sei n. Nach den vorhergehenden Auseinandersetzungen sind die Verhältnisse je zweier in der Reihe aufeinanderfolgenden Lichtstärken konstant, so dass sich für n Abstufungen folgende Gleichungen ergeben:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = k;\quad \frac{\lambda_2}{\lambda_3} = k, \ldots\ldots \frac{\lambda_n}{\lambda_{n+1}} = k, \quad \ldots 6)$$

woraus

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_{n+1}} = k^n \ldots\ldots\ldots\ldots 7)$$

Die gesuchte konstante Verhältnisszahl ist somit

$$k = \sqrt[n]{\frac{\lambda_1}{\lambda_{n+1}}}, \ldots\ldots\ldots 7a)$$

---

[1]) E. Löbbecke, El. Zeitschr. *11*, S. 234. 1890.

und die aufeinanderfolgenden Lichtstärken betragen also

$$\lambda_1$$

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{k}$$

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_2}{k} = \frac{\lambda_1}{k^2}$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\lambda_{n+1} = \frac{\lambda_n}{k} = \frac{\lambda_{n-1}}{k^2} = \ldots\ldots\ldots = \frac{\lambda_1}{k^n}.$$

Sind nun die grösste und die geringste Lichtstärke, sowie die Anzahl der Abstufungen gegeben, durch welche die Regulirung geschehen soll, so kann man nach Obigem sämmtliche Helligkeitsabstufungen ermitteln.

Diesen letzteren entsprechend werden alsdann die Widerstandsabstufungen bestimmt.

Bevor wir jedoch in diese Aufgabe eingehen, müssen wir erwähnen, dass die Ansichten über das soeben besprochene Weber-Fechner'sche Gesetz getheilt sind[1]). Namentlich weichen die Meinungen der hervorragendsten Vertreter der Psychophysik über die Grenzen des Gebietes, auf welchem das genannte Gesetz Giltigkeit besitzt, sehr von einander ab.

Breton ist auf Grund seiner Untersuchungen sogar zu dem Schlusse gelangt, dass die Beziehung zwischen den Empfindungs- und den Reizstärken überhaupt nicht logarithmisch, sondern parabolisch sei.

Wie dem übrigens auch sei, uns handelt es sich an dieser Stelle nur darum, die in der Praxis geübte und brauchbare Art der Vorausbestimmung von Lichtregulatoren anzuführen. Wir folgen zu diesem Zwecke den trefflichen Darlegungen von K. Strecker[2]).

Die Regulirung der Lichtstärke muss so geschehen, dass die aufeinanderfolgenden Helligkeitsstufen in geometrischer Reihe stehen. Wollen wir also von der anfänglichen normalen Lichtstärke λ in n Abtheilungen bis auf den Bruchtheil $^1/_2\ \lambda$ herab reguliren, so haben wir die Beziehung einzuhalten

$$\lambda \cdot k^n = \frac{1}{2}\lambda, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

---

[1]) Dr. B. Nebel, El. Zeitschr. *11*, S. 311. 1890.

[2]) Grawinkel u. Strecker, Hilfsbuch für die Elektrotechnik. S. 424. 1893.

woraus sich der Quotient k der geometrischen Reihe

$$k = \sqrt[n]{\frac{1}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

ergiebt. Bezeichnet man die Lichtstärke der Lampe nach Einschaltung der m ten Abtheilung des Regulators mit λ_m, so ist

$$\lambda_m = \lambda \sqrt[n]{k^m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 10)$$

Wie wir wissen, bestehen zwischen der Leuchtkraft λ einer Glühlampe und der jeweiligen Betriebsspannung e, bezw. der Stromstärke i, mit ziemlicher Genauigkeit die Beziehungen

$$\lambda = C \cdot e^6 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 11)$$

und

$$\lambda = C_1 \cdot i^6, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 12)$$

worin C und C_1 Konstante bedeuten.

Diesen Beziehungen zufolge muss sich verhalten

$$\lambda : \lambda_m = e^6 : e_m^6 = i^6 : i_m^6. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12a)$$

Auf den Drahtwiderstand der m ersten Abtheilungen kommt die Spannung $e - e_m$ und die Stromstärke i_m; der Widerstand beträgt daher

$$\frac{e - e_m}{i_m} \text{ Ohm.}$$

Aus obigen Proportionen folgt

$$e_m^6 = e^6 \frac{\lambda_m}{\lambda} = e^6 \sqrt[n]{k^m}$$

oder

$$e_m = e \sqrt[6n]{k^m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

und ebenso

$$i_m = i \sqrt[6n]{k^m}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Der Widerstand der ersten m Abtheilungen ergiebt sich also

$$\frac{e}{i} \cdot \frac{1 - k^{\frac{m}{6n}}}{k^{\frac{m}{6n}}} = \frac{e}{i}\left[\frac{1}{k^{\frac{m}{6n}}} - 1\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 15)$$

Der Widerstand der ersten $m+1$ Abtheilungen ist

$$\frac{e}{i}\left[\frac{1}{k^{\frac{m+1}{6n}}}-1\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 16)$$

Daraus ergiebt sich der Widerstand der $(m+1)$ ten Abtheilung

$$\frac{e}{i}\left[k^{-\frac{m+1}{6n}}-k^{-\frac{m}{6n}}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

Da die normale Spannung und Stromstärke bekannt sind, ferner die Anzahl der Abstufungen gegeben ist und k ebenfalls durch die Grenzen der Regulirung festgelegt wird, so genügt die ermittelte Formel, um den Widerstand jeder beliebigen Abtheilung des Rheostaten zu bestimmen.

An Stelle der soeben dargelegten Berechnungsmethode wendet man mit Vortheil ein zum grössten Theile graphisches Verfahren an.

Nehmen wir an, es sei die Lichtstärke einer Gruppe von Glühlampen, deren Normalleuchtkraft bei der Normalspannung von 100 Volt 16 N.K. beträgt, in 20 Abtheilungen bis auf den 25ten Theil der normalen Lichtstärke zu reguliren.

Der Quotient der geometrischen Progression der Leuchtkräfte beträgt alsdann

$$k=\sqrt[20]{\frac{1}{25}}=0{,}85. \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Die mit Hülfe des letzteren berechneten Helligkeitsstufen sind in der 2. Reihe der nachfolgenden Tabelle angeführt. Man stellt nun an einer oder mehreren der zur Verwendung gelangenden Lampen die nöthigen Messungen an, um die einzelnen, den Helligkeitsstufen entsprechenden Werthe der Spannung und Stromstärke zu gewinnen.

Die Messungsresultate stellt man in Kurven dar, bei denen die Abscissen die Spannungen, die Ordinaten einmal die Lichtstärken (λ), das andere Mal die Stromstärken (i) bedeuten. (Fig. 173.)

An der Ordinatenaxe $\overline{O_1 16}$ bezeichnet man die Leuchtkräfte der einzelnen Stufen, wie sie in Spalte 2 der nachstehenden Tabelle enthalten sind, und sucht die entsprechenden Stellen der Kurve für λ.

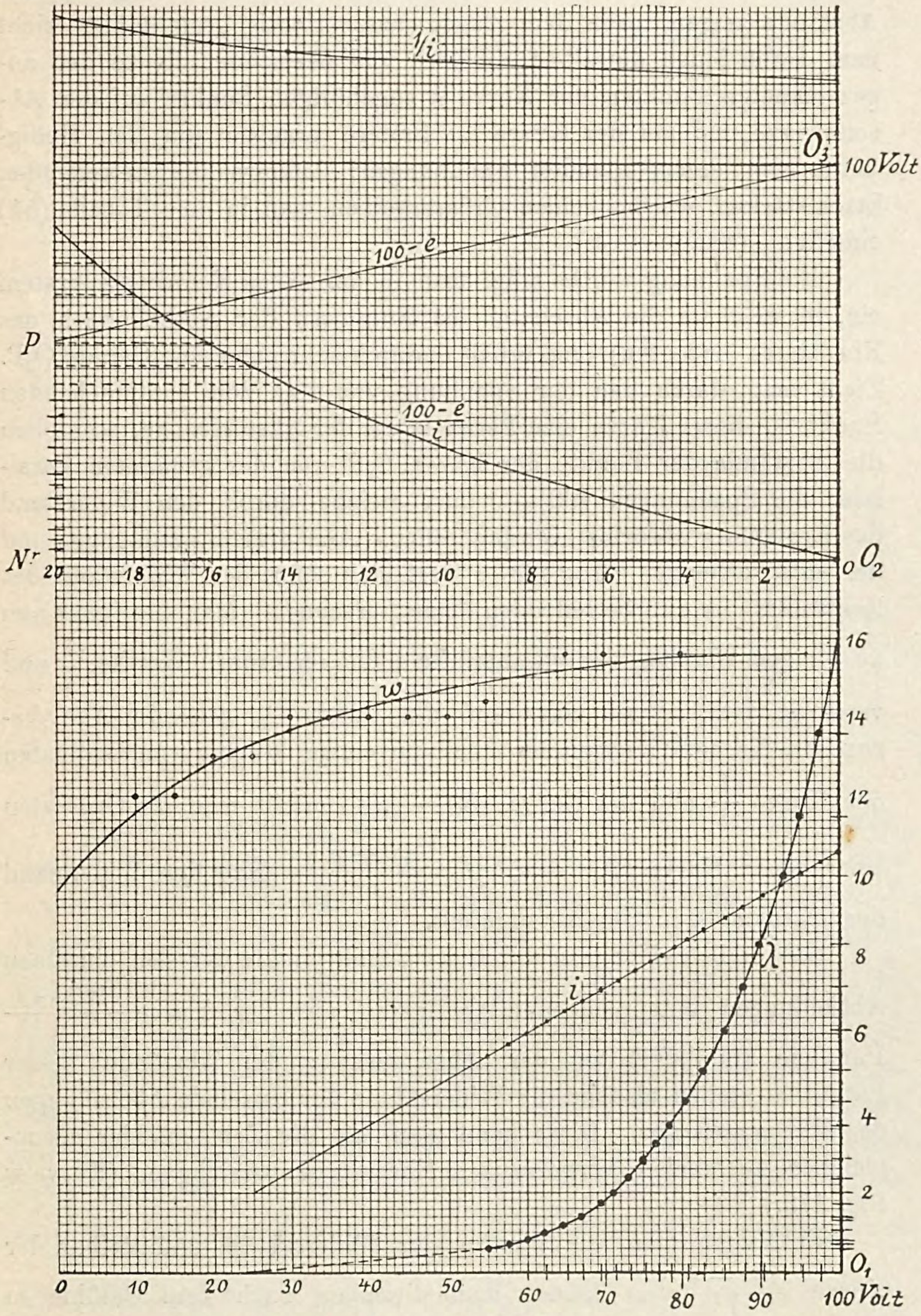

1/i
O3
100 Volt
100 - e
P
100 - e / i
Nr
20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
0
O2
16
14
12
10
8
6
4
2
w
λ
i
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100 Volt
O1

Fig. 173.

Nachdem man diese Punkte, die theilweise etwas unregelmässige Abstände zeigen, nach dem Augenmaasse richtig gestellt hat, zieht man durch jeden derselben ein Loth und bezeichnet die zu den angezeichneten Punkten der Kurve λ zugehörigen Punkte auf der Abscissenaxe und auf der Kurve i. Erstere ergeben die den Helligkeitsstufen entsprechenden Spannungen, letztere die betreffenden Stromstärken, welche beiden Grössenreihen man in eine Tabelle (51) einträgt. (Spalte 3, 4.)

Die Spannungswerthe trägt man in ein neues Koordinatensystem ein, in welchem die Abscissen die Nummern der Abtheilungen des Rheostaten bedeuten; man erhält dadurch sehr nahe eine Gerade O_3P. Zieht man durch den der Spannung von 100 Volt entsprechenden Punkt O_3 dieser Kurve eine Parallele zu der Abscissenaxe, so stellen die Abstände der Punkte der Kurve O_3P von der genannten Parallelen die Spannungen $100 - e$ dar, welche durch den Widerstand des Regulators absorbirt werden sollen. Aus diesen Spannungen und der entsprechenden Stromstärke lässt sich sofort der Widerstand des Regulators bis zur betreffenden Stufe berechnen. Man bestimmt nun zu einigen Werthen der Stromstärke i die reciproken Werthe $\frac{1}{i}$ und vereinigt letztere zu einer auf die durch O_3 gehende Axe bezogenen Kurve. Multiplicirt man nun einige Werthe von Ordinaten der Kurve $\frac{1}{i}$ und der Kurve $100 - e$, so erhält man die Ordinaten einer neuen Kurve $(100 - e)\ \frac{1}{i} = \frac{100 - e}{i}$, welche den Widerstand des Rheostaten in Summe darstellt.

Schliesslich zieht man durch die Schnittpunkte der den einzelnen Abtheilungen entsprechenden Ordinaten mit der Kurve $\frac{100 - e}{i}$ Parallele (punktirt) zu der Abscissenaxe; die Abstände dieser Parallelen stellen alsdann die Widerstände der einzelnen Abtheilungen des Rheostaten dar. Diese kann man, um die Zeichenfehler auszugleichen, nochmals in vergrössertem Maassstabe aufzeichnen. (Kurve w Fig. 173.)

Entnimmt man die Werthe der Widerstände unmittelbar der Kurve $\frac{100 - e}{i}$, so rundet man dieselben nach dem Gefühle so ab, dass sie von der ersten bis zur letzten Abtheilung stetig zunehmen.

Tabelle 51.

1	2	3	4	5	6
No. der Abtheilung	Leuchtkraft	Spannung	Strom	$\frac{1}{i}$	Widerstand der Abtheilungen
0	16,0	100	0,53	1,89	0,0
1	13,6	97,5	0,52		4,8
2	11,5	95,2	0,50	2,00	4,8
3	10,0	93,0	0,49		4,8
4	8,3	90,3	0,48		4,8
5	7,2	88,0	0,46		5,0
6	6,1	85,3	0,45	2,22	5,1
7	5,1	82,8	0,43		5,3
8	4,3	80,8	0,42		5,6
9	3,7	78,7	0,41		6,0
10	3,2	77,0	0,40	2,50	6,4
11	2,7	75,2	0,39		6,8
12	2,3	73,5	0,38		7,2
13	2,0	71,2	0,37	2,70	7,7
14	1,7	69,5	0,36		8,4
15	1,4	67,0	0,34		9,2
16	1,3	65,0	0,33	3,00	10,4
17	1,1	62,5	0,32		11,5
18	0,8	60,0	0,30	3,33	12,8
19	0,7	57,5	0,29	3,45	14,6
20	0,6	55,0	0,27	3,70	16,8
				Total	158,0

An der Regulirung unter dem 25. Theile der normalen Lichtstärke, d. h. unter 0,4 N.K. ist nicht mehr viel gelegen; man kann daher die dem Rheostaten noch hinzuzufügenden Ergänzungsabtheilungen ziemlich nach Belieben wählen. Um jedoch einige Gesetzmässigkeit zu wahren, verlängern wir die Kurve $\frac{100 - e}{i}$ und bestimmen auch die gröbsten Abstufungen dieser Kurve entsprechend. Der Maximalwiderstand des Rheostaten ergiebt sich aus der Festsetzung der Grenze, bis zu welcher regulirt werden soll. Nehmen wir diese Grenze z. B. mit 0,1 N.K. an, so entspricht diesem Werthe eine Spannung von $e = 25$ Volt und ein Strom $i = 0{,}10$ Ampère, also ein Gesammtwiderstand von $\frac{100}{0{,}10} = 1000$ Ohm, wovon jedoch der Widerstand der Lampe mit $\frac{25}{0{,}10} = 250$ Ohm abzuziehen ist. Da der Rheostat in den ersten 20 Abtheilungen ungefähr 160 Ohm Widerstand besitzt, so muss der Widerstand der noch hinzuzufügenden

Abtheilungen im Ganzen etwa $1000 - (160 + 250) =$ ca. 600 Ohm betragen.

Die ganze vorstehende Berechnung bezieht sich auf eine einzige Lampe. Der Uebergang auf die einer bestimmten Anzahl von Lampen entsprechenden Werthe ist leicht zu bewerkstelligen.

Ist z. B. unter Voraussetzung ganz derselben Bedingungen, welche für die obige Berechnung angenommen worden sind, ein Rheostat für 200 Lampen zu dimensioniren, so hat man einfach die Stromstärke 200mal grösser, die Widerstände 200mal kleiner zu nehmen, als sie in der vorangegangenen Tabelle angeführt sind.

Setzen wir noch fest, dass wir den Rheostaten aus geschwärzten Kupferdrähten herstellen und denselben für eine maximale Temperaturerhöhung von 20^0 C. dimensioniren wollen, so gelangen wir zu folgenden Daten.

Für die genannte Temperaturerhöhungsgrenze berechnet sich die zulässige Belastung nach der Formel

$$J = 6{,}6\, d \sqrt{d}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3a)$$

die daraus erhaltenen Werthe sind nachstehend zusammengestellt. (Tabelle 52.)

Tabelle 52.

Drahtdurchmesser mm	Zulässige Belastung Ampère	Länge, welche dem Widerstand von 0,01 Ohm entspricht m
8	149	2,58
7	122	1,98
6,5	109	1,71
6	97	1,47
5,5	85	1,17
5	74	1,02
4,5	63	0,82
4	53	0,66
3,5	43	0,50
3	34	0,36

Unter Zugrundelegung dieser Werthe und der vorhin für eine einzige Lampe ermittelten Grössen erhalten wir alle für die Dimensionirung des verlangten Rheostaten maassgebenden Werthe, welche in folgender Tabelle (53) angeführt sind.

Tabelle 53.

No. der Abtheilung des Rheostaten	Strom	Widerstand	Drahtaufwand		
			Durchmesser	Länge	Gewicht
	Ampère	Ohm	mm	m	kg
0	106	—	—	—	
1	104	0,024	6,5	4,1	
2	100	0,024	6,5	4,1	
3	98	0,024	6,5	4,1	
4	96	0,024	6,5	4,1	4,82
5	92	0,025	6,0	3,82	
6	90	0,026	6,0	3,82	
7	86	0,026	6,0	3,82	3,68
8	84	0,028	5,5	3,28	
9	82	0,030	5,5	3,52	
10	80	0,032	5,5	3,74	
11	78	0,034	5,5	3,98	2,93
12	76	0,036	5,0	3,68	
13	74	0,038	5,0	3,88	
14	72	0,042	5,0	4,28	2,07
15	68	0,046	4,5	3,77	
16	66	0,052	4,5	4,26	
17	64	0,057	4,5	4,67	
18	60	0,064	4,5	5,25	
19	58	0,073	4,5	6,0	3,38
20	54	0,084	4,0	5,55	0,62
		0,789 Ω			ca. 17,5 kg Kupferdraht

Wollen wir, obwohl die Anforderungen der Praxis dazu nicht zwingen, die Regulirung bis auf 0,1 Kerzenstärke ausdehnen, so bedürfen wir eines Gesammtwiderstandes von 5 Ohm. Hiervon ist der Widerstand der Lampen selbst im Betrage von $\frac{250}{200} = 1{,}25$ Ohm und der Widerstand der soeben berechneten 20 ersten Abstufungen des Rheostaten von rund 0,8 Ohm abzuziehen, so dass auf den Ergänzungswiderstand

$$5 - (1{,}25 + 0{,}8) = \text{ca. } 3 \text{ Ohm}$$

entfallen.

Diesen ordnen wir etwa in folgender Weise in 6 Abtheilungen an:

Tabelle 54.

Ergänzungsstufen.

Abtheilung	Widerstand der Abtheilungen	Draht		
		Durchmesser	Länge	Gewicht
No.	Ohm	mm	m	kg
21	0,15	3	5,4	0,33
22	0,30	3	10,8	0,67
23	0,50	2,5	12,6	0,55
24	0,50	2,5	12,6	0,55
25	0,75	2	12,2	0,35
26	0,75	2	12,2	0,35
	2,95 Ohm			ca. 2,8 kg

Der ganze Rheostat würde somit 26 Abtheilungen erhalten, wovon die ersten 20 zum feinen Reguliren bestimmt wären. Das gesammte Gewicht des aufzuwendenden Kupfers betrüge rund 20 kg.

Es bedarf keiner weiteren Erklärung, dass die Kontakte dem maximalen Strom entsprechend zu dimensioniren sind.

Register.

(Die Ziffern bedeuten die Seitenzahlen.)

Abbrand der Bogenlampenkohlen 139, 142.
Abnahmeströme, einzelne, Reduktion derselben 204, 207.
— zerlegt auf die Knotenpunkte 215.
Abney, Farbe der Lichtquellen 119.
Abschmelzstrom bei Bleisicherungen 321, 325.
— bei verschiedenen Drähten 47.
Abstufung der Leitungsquerschnitte 228.
Abzweigströme, Superposition derselben 200.
Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur 49, 329.
— des Emissionskoëfficienten 49.
— der Stromentnahme beeinflussen die Stromvertheilung 207, 211.
— des wirthschaftlichen Querschnittes 259.
Akkumulatoren, Anwendung beim Dreileitersystem 283.
— Erfindung derselben 2.
— Unterstationen 8, 291.
— Vertheilung mittelst 285.
Albokarbonbrenner, Kerzen pro qcm 112.
Alteneck, Hefner-, Differentiallampe 1.
— — Trommelinduktor 2.
Analogie zwischen Dampfrohren und isolirten Drähten 21.
— — Elektrolyse und Lichtbogen 126.
— — Leiter und belastetem Balken 204, 216.
Analyse der beim Bogen auftretenden Erscheinungen 125.
Anblaken der Glühlampen 84, 94.
Anordnung der Energieverbraucher im Stromkreise 155.
— — Schmelzsicherungen 316.
Anschluss von Bogenlampen an Glühlampenleitungen 152, 318.
Argandbrenner, Kerzen pro qcm 112.
Arten der Stromvertheilung 223.
Auffindung des wahren Schnittpunktes 187, 189, 193, 195, 199.
Aufgabe der Regulirung 328.
Aufstellung der Gleichungen für das Primärnetz der Stadt Köln 303, 304.
Auge, Unvollkommenheit desselben 120, 244.
Ausgleichsleiter 192.
Ausschalter, selbstthätige 315.
Ausschaltung einzelner Lampen beim Seriensystem 225.
Ausstellung Budapest 7.
— Frankfurt 127.
— Paris 4.
— Turin 7, 288.
Auswechselbarkeit der Schmelzsicherungen 320.
Ayrton, Untersuchungen über die Erwärmung dünner Drähte 27, 66.
— Untersuchungen über den W.-Str.-Bogen 133.

Barbieri, Erwärmung dünner Drähte 66.
Becquerel, Joule'sches Gesetz 11.
Bedingungen für die Dimensionirung der Leitungen 242.
— für die Konstruktion der Schmelzsicherungen 319.

Behandlung, graphische der Stromvertheilungsprobleme 222.
Beispiel für die Berechnung eines Leitungsrheostats 336.
— für die Berechnung eines Lichtregulators 344.
— für die Buchung des Einflusses von Belastungsänderungen 211.
— für die Dimensionirung geschlossener Netze 268.
— für die Dimensionirung des Schmelzstückes 322.
— für den Einfluss des Rheostatmaterials 331.
— für die Ermittelung der fiktiven Leitungslänge 237, 240, 241.
— für die Ermittelung des jährlichen Energieverlustes 253, 256.
— für die Ermittelung des Schnittpunktes 188.
— für die Ermittelung der Stromvertheilung in geschlossenen Netzen 301.
— für die Hintereinanderschaltung 157.
— für die Hintereinanderschaltung von Gruppen nach Swan 279.
— für die Knotenpunktsmethode 217, 219.
— für die Parallelschaltung von Lampen 173.
— für die Parallelschaltung von Transformatoren 292.
Belastung der Knotenpunkte des Kölner Netzes 303.
— pro Querschnittseinheit 11, 26.
Belastungsänderung des Kölner Netzes 307.
— beim Dreileitersystem 282.
Belastungs-Elasticität, s. Löschbarkeit 246.
Berliner, Erklärung des Anblakens 84.
Bernstein, Erwärmung dünner Drähte 66.
Bestimmung des Schnittpunkts, graphisch 183.
— des Schnittpunkts, allgemein 185.
— — — nur einmal nothwendig 187.
— — Maximalstromes 195, 312.
— — Querschnittes bei Dreileitersystem 283, 298.
— des Querschnittes bei Fünfleitersystem 281.
Bestimmung des Querschnittes bei hintereinander geschalteten Gruppen 277.
— des Querschnittes bei indirekten Systemen 291.
— des Querschnittes bei parallelgeschalteten Serien 278.
— des Querschnittes bei Sekundärleitungen von Transformatoren 287.
— des Querschnittes bei Serienschaltung 226.
— des Querschnittes beim Wechselstromtransformatorensystem 295.
— des Querschnittes beim Zweileitersystem 229, 298.
— des Querschnittes mittelst fiktiver Leitungslänge 233.
— des Querschnittes mit Rücksicht auf Erwärmung 242.
— des Querschnittes mit Rücksicht auf Eigenschaften des Materials 243.
— des Querschnittes mit Rücksicht auf Funktion der Lampen 243.
— des Querschnittes mit Rücksicht auf wirthschaftl. Verhalten 248.
— des Querschnittes siehe auch Querschnitt.
Betriebskurven eines Elektricitätswerkes 256, 257, 258.
Bipolare Sicherung 316.
Bláthy, Hochstromsicherung 319.
— -Zipernowsky-Déri, Stromvertheilungssystem 7, 289.
Blattner, Wirkungsgrad von Glühlampen 76.
Blaubrennen von Glühlampen 75.
Bleisicherung siehe Schmelzsicherung.
Blondel, Wechselstrombogen 129.
Bogenlampe, an Glühlichtleitungen 152.
— Bleisicherungen bei 318, 321.
— Kohlenanordnung bei Gleichstrom 107.
— Konstruktionsprincipien 149.
— mit Differentialwickelung 148.
— — Hauptstromwickelung 145.
— — Nebenschlusswickelung 146.
— Regulirung derselben 143.
— Schaltung derselben im Stromkreise 151.
— Vorschaltwiderstände 152, 334.
Bogenlicht, Farbe desselben 119.
S. auch Lichtbogen und Kohlen.

Botta, Joule'sches Gesetz 11.
Bottomley, Einfluss der Isolation auf die Erwärmung der Drähte 21.
— Widerstandsänderung mit der Temperatur 49.
Brenndauer der Bogenlampenkohlen 139, 142.
— jährliche der Bogenlampen 253, 258.
Buchung der Einflüsse von Belastungsänderungen 211.

Casselmann, Tränkung der Kohlenstäbe 138.
Centralstation, erste 4, 12.
— — mit Induktionsapparaten 7.
— Evidenzhaltung der Stromvertheilung 211, 214.
— kleine für Wechselstrom 292.
— Köln, Leitungsnetz derselben 301.
— Stromabgabekurven 256, 257, 258.
Ceuter und Ferguson, Glühlampenuntersuchung 82.
Cross und Shepard, gegenelektromotorische Kraft des Lichtbogens 123.
Cyklische Symbole oder Maschenströme 202.

Davy, Entdeckung des Lichtbogens 1, 105.
Decentralisirung des Betriebes 290.
Definition des Schnittpunktes 184.
— der Glühlampe 67.
Déri-Zipernowsky-Bláthy, Stromvertheilungssystem 7, 289.
Desormes, Einführung des Gaslichtes 120.
Differentiallampe 1, 148.
Dimensionirung der Leitungen 223. Siehe auch Leitungen und Bestimmung des Querschnittes.
Dimensionen des Schmelzstückes 320.
Direkte Stromvertheilung 224.
— und indirekte Stromvertheilung, Unterschied 275.
Dochtkohlen 138.
Doppelpolige Sicherungen 316, 318.
Dorn, Erwärmung von Drähten 14.
Drähte, zulässige Erwärmung derselben 18, siehe auch Erwärmung.
Dreileitersystem, Anordnung desselben 280.
Dreileitersystem, Einfluss der Belastungsänderung 282.
— Entwickelung desselben 5.
— Fortschritt gegen das Zweileitersystem 283.
— Querschnitt des Mittelleiters 283, 298.
— Querschnittsbestimmung 281, 298.
Dulong und Petit, Wärmeemission 11.

Edison, Bleisicherung, Erfindung derselben 12, 315.
— Dreileitersystem 5.
— Entwickelung der Glühlampen 2.
— -Effekt 85, 99.
— ersteParallelschaltungsanlage 4,12.
Edlund, gegenelektromotorische Kraft des Bogens 123.
Eindeutigkeit des Problems der Stromvertheilung 215.
Eindringen eines Wechselstromes in einen Draht 62.
Einfache Fälle der Parallelschaltung 163.
Einfluss des Drahtmaterials auf die Erwärmung 59.
— der Isolirhülle auf die Erwärmung 20.
— der Löschbarkeit auf den Spannungsverlust 246.
— der Luftverdünnung bei Glühlampen 69.
— der Natur des Stromes 61, 99.
— der Oberfläche auf die Erwärmung 33, 50.
— der Veränderung der Stromentnahme 199, 207.
Einführung des Gaslichtes 120.
Einpolige Sicherungen 316.
Einzelabnahmen, Reduktion derselben 204, 301.
Einzellicht und Lichttheilung 3.
Elektrische Lichtquellen, Entwicklung derselben 1.
— Kerzen 1.
Elektrolyse, Analogie mit dem Lichtbogen 126, 132.
Emissionsgesetz, allgemeines von Weber 74.
— -Koefficient, Aenderung desselben 49.
Energieverbraucher, Anordnung derselben im Stromkreise 154.

Entdeckung der Induktion durch Faraday 2.
— des dynamoelektrischen Princips 2.
Entwickelung der elektrischen Leitungsberechnung 8.
— der elektrischen Lichtquellen 1.
— — — Stromquellen 2.
— — — Vertheilungssysteme 3.
Erdschluss, indirekter 315, 317.
Erfindung der Akkumulatoren 2.
— — Bleisicherungen 12.
— des Ringinduktors 2.
— des Trommelinduktors 2.
Ergänzungsleiter 192.
Ermittelung des Schnittpunktes 187, 189, 193, 195, 199.
— des jährlichen Energieverlustes 251.
Ersatz mehrerer Abnahmen durch eine 207, 301.
— -Widerstand bei Serienschaltung 225.
Erwärmung bei verschiedenem Drahtmaterial 59.
— blanker Leitungen im Freien 37, 58.
— blanker Leitungen im Zimmer 14, 26, 329.
— isolirter Leitungen in Holzleisten 20.
— sehr dünner Leitungen 64.
— unterirdisch verlegter Kabel 43.
— von Eisen u. Kupfer bei Wechselstrom 62.
— zulässige von Drähten 18, 321, 329.
Erweiterung des Guéroult'schen Näherungsverfahrens 169.
Evidenzhaltung der Stromvertheilung bei Centralen 211, 214, 307.

Fabrikation d. Bogenlampenkohle 136.
— der Glühlampen 68.
Faraday, Entdeckung der Induktion 2.
Farbe des Bogenlichtes 119.
— — Gaslichtes 121.
— — Tageslichtes 120.
Farlane, Mc., Wärmeabgabe 27, 52.
Fechner-Weber, Physiologisches Gesetz 341.
Feeders oder Speiseleitungen 5, 271, 275.
Feederrheostat 339.
Feldmann, Glühlichtmessungen 82, 86.
— Schmelzdrähte 324.
— Selbstinduktion und Kapacität 133.
Ferguson und Ceuter, Glühlampen 82.
Fiktive Leitungslänge 234, 238, 241.
Fleming, Erklärung des Anblakens 85.
Formeln für die Erwärmung, siehe Erwärmung.
— für die Stromvertheilung, siehe Stromvertheilung, Spannungsgefälle und Bestimmung des Querschnittes.
Forbes, Erwärmung der Drähte 12, 17, 65.
Foucault, Verbesserung der Bogenlampenkohle 1.
Frankfurt a. Main, Ausstellung 127.
— Kurven aus dem Gutachten 256.
Fraunhofer'sche Linien im Lichtbogen 122.
Frölich, Gegenelektromotorische Kraft des Bogens 123.
Fünfleitersystem, Anordnung 284.
— Ausgleichsstation 284.
— in Königsberg i. Pr. 285.
— Querschnitt desselben 284, 298.
Funktion der Lampen, Rücksichten auf dieselbe 243.

Ganz & Co., Transformatoren 292.
Garbe, Glühlampenmessungen 75.
Gaslicht, Urtheile bei Einführung desselben 120.
Gasdruck und Helligkeit bei Glühlampen 71.
Gaulard und Gibbs, Serienschaltung der Transformatoren 6, 288.
Gegenelektromotorische Kraft des Bogens 123.
Gegenlaufende Leitung 179.
Gemischte Vertheilungssysteme 276.
Gérard, Sphärische Helligkeit bei Bogenlampen 113.
Gesammtwiderstand bei Parallelschaltung 159, 166.
— bei Parallelschaltung, graphische Bestimmung 160.
Geschichte der Installationstechnik 1.
Geschlossene Leitungen 182, 266, 269.
Gesetz von Joule 11.
— physiologisches von Weber-Fechner 341.
Gleichlaufende Leitung 177.

Gleichstrom-Bogenlampe, Vorschaltwiderstand 334.
— -Bogen (siehe Lichtbogen) 105.
— -Netz mit Speisepunkten 217.
— -Transformatoren 290.
Glühlampen, Anblaken derselben 84.
— Definition 67.
— Edisoneffekt 85.
— Einfluss des Vacuums 69.
— Entwickelung derselben 2.
— Funktion derselben, Rücksichtnahme auf die 243.
— Geringer Werth der Garantie 99.
— Herstellung 68.
— Lebensdauer 84.
— — bei Wechselstrom 99.
— Leuchtkraft horizontal u. sphärisch 100.
— Lichtstärke und Spannung 81.
— mit niedrigem Anfangsverbrauch 86.
— Negative Schatten bei 85.
— Oekonomie, Wahl derselben 96.
— Preise früher und jetzt 96.
— Reduktionsfaktor 101.
— Stärke der homogenen Strahlung 75.
— Widerstand bei verschiedenen Spannungen 82.
— Wirkungsgrad 78.
Glühlichtleitungen für Bogenlampen 152.
Grammkalorie, Joule'sches Gesetz 11.
Gramme, Ringinduktor 2.
Graphische Bestimmung der Stromvertheilungsprobleme 222.
— Bestimmung des Gesammtgefälles 179, 183.
— Bestimmung des Gesammtwiderstandes 160.
— Bestimmung des wirthschaftlichen Verlustes und Querschnittes 260, 261.
— Tabelle für Bleisicherungen 327.
Grawinkel und Strecker, Hilfsbuch für die Elektrot. 255, 342.
Grenzwerthe zur Ermittelung des jährlichen Verlustes 253.
Grundsätze der Vertheilung des Stromes 154.
Gruppen, Serienschaltung derselben 6, 276, 278.
Guéroult, Näherungsverfahren 168.
Guéroult, Näherungsverfahren, Erweiterung desselben 169.
Günstigster Querschnitt 251.
— Verlustsatz 259.

Handrheostate, siehe Regulirwiderstände 328.
Hassler u. A., Glühlampenmessungen 91.
Haubtmann, Glühlampenmessungen 91.
Hauptstromlampen 145.
Hausanschlüsse beim Fünfleitersystem 285.
Hefner-Alteneck, Erfindung der Differentiallampe 1.
— Erfindung d. Trommelinduktors 2.
Helios-Bogenlampen 127, 142.
Helligkeit der Glühlampen bei verschiedenem Gasdruck 71.
Helmholtz, Farbenunterscheidung 120.
Herrick, Erwärmung der Rheostate 329.
Herzog, Graphische Behandlung der Stromvertheilungsprobleme 222.
— Wechselstromelektrolyse 132.
— und Stark, Schnittmethode 198.
Hess, Einfluss des Vacuums bei Glühlampen 70, 72.
— Rheostate aus verschiedenem Material 331.
Heubach, Phasenverschiebung beim Wechselstrombogen 133.
Higgins, Bogenlampenmessungen 111.
Himmel, Kerzen pro qcm 112.
Hintereinanderschaltung, Anordnung 155.
— Anwendung, erste 3.
— Nutzeffekt 157.
— Spannungsvertheilung 157.
— von Gruppen 276, 278.
— — Wechselstromtransformatoren 288.
Hochenegg, Graphische Ermittelung des Spannungsgefälles 179.
Hochstromstromsicherungen 319.
Homogene Strahlung, Stärke derselben 75.
Hopkinson, Dreileitersystem 5.
— Wechselstrombogen 130.
Horizontale Leuchtkraft der Bogenlampen 106, 127.
— Leuchtkraft der Glühlampen 100.
Husted, Erklärung des Anblakens 84.

Jablochkoff, Elektrische Kerze 1.
— Lichttheilung 3.
— Erste Anwendung der Induktionsapparate 6.
Jacottet, Erwärmung eines Kabels von 43.
Jamieson, Glühlampenuntersuchungen 73.
Jährlicher Energieverlust, Ermittelung desselben 251.
— Energieverlust, Genaues Verfahren 255.
— Energieverlust, Grenzwerthe dafür 253.
Ideelle Maschenströme 201.
— Stromvertheilung 221, 303, 309.
Indirekte und direkte Stromvertheilung 275.
— und direkte Kurzschlüsse 315, 318.
Induktionsapparate, erste Anwendung derselben 6.
Influenzlinie 209.
Installationstechnik, Geschichte derselben 1.
Jobart, Entstehung der Glühlampe 2.
Joly, veranlasst Lampenmessungen 86.
Joubert, Wechselstrombogen 130.
Joule'sches Gesetz 10.
Isolirhülle, Einfluss derselben 20.

Kabel, Erwärmung unterirdisch verlegter 43.
Kapitalsaufwand 248.
Kennelly, Versuche über die Erwärmung der Drähte 17.
Kettenbruch als Ausdruck des Gesammtwiderstandes 166.
Klemmen, Einfluss derselben bei Bleisicherungen 324.
Knotenpunkt ohne Stromentnahme als Schnittpunkt 193.
— smethode 215.
— Zerlegung der Entnahme 215.
Köln a. Rh., Leitungsnetz der Stadt 301.
— ideelle Stromvertheilung 303, 309.
— thatsächliche Stromvertheilung 310.
— Strommaxima 312.
— Stromrelationen 308.
— Spannungsverlust 311.
Kohlen, Anordnung derselben bei Gleichstrom 107.
— Brenndauer derselben 139.
— Durchmesser und Leuchtkraft 115.
Kohlen, Einfluss derselben auf den Wirkungsgrad 115, 118.
— Erkennung guter Stäbe 138.
— Erzeugung derselben 136.
— -Faden, beginnende Zerstörung desselben 82.
— -Faden, Rohmaterial 68.
— — Vorgänge in demselben 69.
— — Temperatur desselben 76.
— mit Docht für Wechselstrom und Gleichstrom 138.
— Phasenverschiebung bei Wechselstrom 133.
— Wahl der Sorte 135.
Komponenten der Abnahmeströme 216.
— ströme 217, 303.
Kondensatoren, Anwendung derselben zur Lichttheilung 4.
Konstruktionsprincipien der Bleisicherungen 318.
— der Bogenlampen 149.
Konsumdichte und Rentabilität 207.
Konvektion, Aenderung derselben bei verschiedener Lage eines Bandes 33.
— bei Bleisicherungen 327.
— — Rheostaten 329.
— im Freien 40.
— Mittelwerth derselben 32.
— per Oberflächeneinheit 64.
— Theil der Wärmeemission 11, 28.
Kosten der Leitung 249.
— des Leitungsverlustes 250.
Kraterfläche, Bild derselben 110.
— Wirkung derselben beim Bogen 108.
Krüss, Zusammenhang zwischen Leuchtkraft und Energieverbrauch bei Glühlampen 73.
Kühlung durch die Isolirhülle 23.
Kupfergewichte der Hauptleitungen bei verschiedenen Systemen 299.
Kurzschluss, direkter und indirekter 315, 318.

Lampen, jährliche Brenndauer derselben 253, 258.
— Rücksichtnahme auf ihre Funktion 243.
v. Lang, gegenelektromotorische Kraft des Bogens 123.
Länge des Schmelzdrahtes 323.

Lebensdauer der Glühlampen, absolute 86.
— der Glühlampen, praktische 94.
— — — und Lichtstärke 96.
— — — bei Wechselstrom 99.
Leitung, Bedingungen für die Dimensionirung derselben 242.
— Bestimmung des Maximalstromes 190.
— für 70000 Ampère 17.
— gegenlaufende 179.
— geschlossene 182, 266, 269.
— — mit Ausgleichsleiter 192.
— gleichlaufende 177.
— Hin- und Rückleitung 171, 177, 178.
— verzweigte 177, 231.
Leitungen, Dimensionirung derselben 223.
— Erwärmung derselben (siehe Erwärmung) 242.
— fiktive Länge 234, 238, 241.
— Kosten des Verlustes in denselben 250.
— Minimum des Materiales 233, 263.
— Preis derselben, Formel dafür 249.
— Rücksichtnahme auf ihre mechanischen Eigenschaften 243.
— Schätzung des Leitungsmittelpunktes 239.
— Volumen des Metalles 231, 297.
Leitungsfähigkeit verschiedener Materialien 60.
Leitungsmetall, Menge desselben 297.
Leitungsnetz der Stadt Köln 301.
— Aenderung der Knotenpunktsbelastungen 307.
— Belastung der Knotenpunkte 303.
— Komponentenströme 303.
— Spannungsverluste 311.
— Strommaxima 312.
— Stromrelationen 307.
— Stromvertheilung, ideelle 309.
— — thatsächliche 310.
Leitungsrheostate 335.
Leitungsquerschnitt bei verschiedenen Spannungen 274.
(S. auch Querschnitt.)
Lenz, Gesetz von Joule 11.
Leuchtkraft der Bogenlampen in verschiedenen Richtungen 107, 112.
— der Glühlampen in verschiedenen Richtungen 100.
Lichtbogen, Analogie mit der Elektrolyse 126, 132.
— Analyse aller Erscheinungen 125.
— bei Gleichstrom 105.
— — Wechselstrom 127.
(S. auch Wechselstrombogen.)
— Einfluss der Kraterfläche 108, 110, 129.
— Entdeckung desselben 1, 105.
— Farbe desselben 119.
— gegenelektromotorische Kraft 123.
— Kerzen pro qcm Kraterfläche 112.
— Kraterfläche und Lichtstärke 111.
— Länge desselben 106, 127.
— Leuchtkraft und Bogenlänge 116.
— — und Kohlendurchmesser 115.
— Lichtvertheilung bei Gleichstrom 106.
— Lichtvertheilung bei Wechselstrom 127.
— Spannungsvertheilung 106, 127.
— Spektrum desselben 122.
— Temperatur desselben 106.
— Theorie desselben 122.
— Wirkungsgrad desselben 113, 117.
Lichtregulatoren 340.
Lichtstärke der Glühlampen, Abnahme derselben 94.
— der Glühlampen und Energieaufwand 73, 84.
— der Glühlampen und Lebensdauer 96.
— der Glühlampen und Spannung 81, 84.
Lichttheilung 3.
Lichtquellen, elektrische, Entwickelung derselben 1.
Lindley und v. Miller, Gutachten 255.
Ling und Moore, Anblaken 94.
Löbbecke, Lichtregulatoren 341.
Löschbarkeit beim Dreileitersystem 281.
— gesammte 247, 268.
— örtliche 246.
Luftverdünnung, Einfluss derselben auf die Leuchtkraft der Glühlampen 69.

Marks, Kohlenuntersuchungen 115, 135.
Martin, Thomas und Hassler, Glühlampenuntersuchung 91.
Maschenströme, ideelle 201.
Materialaufwand, Minimum desselben 233.

Materialaufwand, Schätzung desselben 239.
Material für Leitungsrheostate 340.
— — Rheostate 330.
— Rücksichten auf die Eigenschaften desselben 243.
Maximalströme, Bestimmung derselben 195, 312.
Maxwell'sche Regel 201.
Mehrleitersysteme 280.
Menge des Leitungsmetalles 297.
Merritt, Wirkungsgrad von Glühlampen 77.
Methven-Lampe, Kerzen pro qcm 112.
Miller und Lindley, Gutachten 255.
Minimum des Leitungsmetalles 233, 263.
— — Näherungsverfahren 235.
Modulirrheostate, siehe Lichtregulatoren 340.
Moore und Ling, Anblaken der Glühlampen 94.

Nagtglas-Versteeg, Glühlampenmessungen 84.
Nakano, Wirkungsgrad von Bogenlicht 113.
Näherungsmethode zur Ermittelung der Stromvertheilung 167, 170.
— zur Ermittelung des minimalen Aufwandes an Leitungsmetall 235.
Nebel, Gegenelektromotorische Kraft des Bogens 125.
— Lichtregulatoren 342.
Nebeneinanderschaltung (s. Parallelschaltung) 158.
Nebenschlusslampe 146.
Negative Schatten bei Glühlampen 85.
Netze, geschlossene, Dimensionirung derselben 266, 269.
— geschlossene, mit mehreren Speisepunkten 217.
— geschlossene, Stromvertheilung 187, 304.
Netz der Stadt Köln (s. Leitungsnetz) 301.
Nichols, Wärmeabgabe von Kugeln 27.
Nothwendigkeit der Vorausberechnung von Leitungen 8.
Nutzeffekt bei Hintereinanderschaltung 157.

Oberflächenbeschaffenheit, Einfluss derselben 33, 50.
Oekonomie der Glühlampen, Definition derselben 79.
— der Glühlampen, Wahl derselben 96.
— der Leitungen 262.
Ohm'sches Gesetz 216.

Pacinotti, Ringinduktor 2.
Palaz, Glühlampen 72.
— Lichtbogen 107.
Parallelschaltung, Einfache Fälle derselben 163.
— Einführung derselben 4.
— Erste Anlage 4.
— Gesammtwiderstand 159, 166.
— Geschlossene Leitung 177.
— — — mit Ausgleichsleiter 192.
— Graphische Bestimmung des Widerstandes 160.
— Graphische Bestimmung des Spannungsgefälles 179.
— Spannungsgefälle 171.
— Stromvertheilung 167, 170.
— Systeme derselben 227.
— Verzweigte Leitung 177.
— von Serien 277, 279.
— — Wechselstromtransformatoren 288.
— Vorurtheil gegen dieselbe 4.
— Zahlenbeispiel (s. Zahlenbeispiel) 173.
Parker, Kohlenuntersuchungen 115.
Péclet, Wärmeemission 11.
Phasenverschiebung beim Wechselstrombogen 133.
— beim Wechselstromtransformator 292.
Physiologisches Gesetz für die Abstufung der Helligkeit von Glühlampen 341.
Planté, Erfindung der Akkumulatoren 2.
Polarkurve der Bogenhelligkeit 107.
Polwechselzahl, niedrigste 134.
Polygonzug der Leitung 274.
Preece, Erwärmung bei Gleichstrom und Wechselstrom 61.
— Schmelzstrom der Drähte 47.
Primärnetz der Stadt Köln 301.
— einer kleinen Wechselstromcentrale 292.

Primärstrom der Transformatoren 292.
Princip des Schwerpunktes 204.
Principien der Konstruktion der Bleisicherungen 318.
— der Konstruktion der Bogenlampen 149.
— der Stromvertheilung 154.
Pritchard, Fabrikation der Bogenlampenkohle 137.
Problem der Stromvertheilung ist eindeutig 215.
Prüfdrähte 271.
Puffer, Leuchtkraft d. Glühlampen 100.

Querschnitte, Abstufung derselben 228.
— Bestimmung derselben beim Dreileitersystem 281, 298.
— Bestimmung derselben beim Fünfleitersystem 284, 298.
— Bestimmung derselben beim Zweileitersystem 229, 298.
— Bestimmung derselben bei Parallelschaltung 227.
— Bestimmung derselben bei Serienschaltung 226.
— Bestimmung derselben bei verschiedenen Spannungen 274.
— Bestimmung derselben bei Wechselstromcentralen 295, 298.
— Bestimmung derselben mittelst fiktiver Länge 235, 238, 241.
— Minimal- und Maximalgrenze 243.
— wirthschaftlich günstigster 251, 259.

Radiation bei verschiedener Oberfläche 34.
— Theil der Wärmeemission 11, 28.
Reduktion der Einzelabnahmen 204, 207, 301.
Reduktionsfaktor der Glühlampen 101, 104.
Regel von Maxwell 201.
— — Thomson 12, 262.
Regulirung, Aufgaben derselben 328.
— bei zu grossem Spannungsverlust 248.
— der Bogenlampen 143, 146, 148, 149.
Regulir-Widerstände 328.
— für Abstufung des Lichtes 340.
— — Bogenlampen 334.
— — Leitungen 335.
Relativer Kohlenabbrand 140, 142.
Rentabilität und Konsumdichte 207.
Ringinduktor, Pacinotti 2.
Ringleitung, einfache 182.
— mit Ergänzungsleiter (s. Parallelschaltung) 192.
Rodet, Lebensdauer der Glühlampe bei Wechselstrom 99.
Rohmaterial für Kohlenfäden bei Glühlampen 68.
— für Kohlenstifte bei Bogenlampen 137.
Rosetti, Temperatur des Bogens 206.
Rückleitung 177, 178.
Rücksichtnahme auf Erwärmung 242, 329.
— auf Funktion der Lampen 243.
— auf mechanische Eigenschaften 243, 295.
— auf Löschbarkeit 246, 268, 281.
— — wirthschaftl. Verhältnisse 248.

Santarelli, Minimum des Leitungsmetalles 265.
Schätzung des Materialaufwandes 239.
Schaltkästen erfordern zweipolige Sicherung 318.
Schaltung der Akkumulatoren (siehe Unterstationen) 291.
— der Bogenlampen (s. Bogenlampen) 151.
— Hintereinander- (s. Hintereinanderschaltung) 155, 224.
— Parallel- (s. Parallelschaltung) 4, 159.
— der Rheostatwiderstände 333.
Schatten der Unterkohle bei Bogenlampen 107, 129.
— negative bei Glühlampen 85.
Schmelzkontakt, Erfindung desselben (s. Schmelzsicherung) 12.
Schmelzsicherungen, Anordnung derselben 316.
— Auswechselbarkeit derselben 320.
— Dimensionen derselben 320.
— Einfluss der Länge und Klemmen 323, 324.
— Erfindung derselben 12.
— Konstruktion derselben 318.
— Konstruktion derselben für Hochstrom 319.
— Länge derselben 323.
— indirekter Kurzschluss 317, 318.

Schmelzsicherungen, Zweck derselben 316.
Schmelzstrom für Drähte 47.
— und zulässige Stromstärke 48.
Schmelztemperatur für verschiedene Metalle 17.
Schleife (s. gegenlaufende Leitung) 179.
Schnittmethode 198.
Schnittpunkt, allgemeine Bestimmung desselben 185.
— Beispiel für die Bestimmung desselben 188.
— Definition desselben 184.
— Graphische Bestimmung desselben 183.
— kann beliebig gewählt werden (s. auch Leitungen, geschlossene) 187.
Schreihage, Leuchtkraft und Kohlendurchmesser 114, 118, 135.
Schwerpunktsprincip 204, 217.
Sekundärkreise bei Transformatoren 287, 290, 296.
Serien, Parallelschaltung derselben 276.
Serienschaltung (s. Hintereinanderschaltung) 4, 155, 224, 288.
Shepard & Cross, gegenelektromotorische Kraft des Lichtbogens 123.
Siemens, Entdeckung des dynamoelektrischen Principes 2.
— & Halske, Glühlampenmessungen 90.
Sinstedten, Erfindung der Akkumulatoren 2.
Snell, Ermittelung des jährlichen Energieverlustes 252.
Snow, Wirkungsgrad von Glühlampen 114.
Sonne, Kerzen pro qcm 112.
Spannung, erforderliche am Wechselstrombogen 127.
Spannungsgefälle beim Bogen 106.
— bei Hintereinanderschaltung 157.
— — Netz mit mehreren Speisepunkten 219.
— bei Parallelschaltung 171.
— — Speiseleitungen 271.
— — verästelten Leitungen 235, 238.
— — Wechselstromnetzen 295, 311.
— — Zweileitersystem 230.
— Graphische Bestimmung desselben 179.
— Regulirung bei grossem 248.
— Wahl desselben 245.
Spannungsgefälle, wirthschaftlich günstiges 259, 261.
— zulässiges 244.
Specifischer Widerstand beeinflusst Rheostatmaterial 330.
Speiseleitungen oder Feeders 5, 271, 295.
— Rheostate für dieselben 248, 339.
Speisepunkte, Netz mit mehreren derselben 217, 271.
Spektrophotometrische Untersuchung der Glühlampe 75.
Spektrum verschiedener Lichtquellen 121.
Sphärische Helligkeit der Bogenlampen 183.
— Helligkeit der Glühlampen 101.
Stadt Köln, Leitungsnetz derselben 301 (s. Leitungsnetz).
Stadtnetze, einfache Fälle derselben 177, 190.
Stärke der homogenen Strahlung 75.
Stanley-Maschine, Kurven derselben 130.
Stark, Herzog, Schnittmethode 198.
Statik, Analogie mit der Stromvertheilung 204, 216,
Steinmetz, Phasenverschiebung beim Wechselstrombogen 133.
Strecker & Grawinkel, Hilfsbuch f. die Elektrotechnik 255, 342.
Stromabgabe einer Centrale 256, 257, 258.
Strommaxima 195, 312.
Strommoment 172, 207.
Stromrelationen 308.
Stromstärke, primäre von Wechselstromtransformatoren 292.
— zulässige 11, 20, 35, 40, 48 (s. Erwärmung).
Stromvertheilung, Aenderung derselben durch wechselnde Belastung 207.
— Allgemeine Grundsätze ders. 154.
— Arten derselben 223.
— Eindeutigkeit des Problems 225.
— Graphische Ermittelung derselben 222.
— ideelle und thatsächliche 217, 221, 222.
— indirekte und direkte 224, 285.
— Näherungsverfahren 167.
Sumpner, Phasenverschiebung beim Wechselstrombogen 133.

Superposition der Abzweigströme 199, 210, 215.
Swan, Entwickelung der Glühlampen 2.
— Stromvertheilungssystem 278.
Symbole, cyklische oder Maschenströme 202.
Systeme der Stromvertheilung, direkte 224.
— d. Stromvertheilung, gemischte 276.
— d. Stromvertheilung, indirekte 285.
— der Stromvertheilung, Leitungsmetalle für verschiedene derselben 297.

Tab. 1. Erwärmung isolirter, in Holzleisten verlegter Drähte 25.
— 2. Belastung in Ampère pro qmm für in Holzleisten verlegte Drähte 26.
— 3. Wärmeabgabe pro qcm und Sek. und 1° C. 27.
— 4 u. 5. Radiation in Watt pro qcm für blankes Kupfer 29, 35.
— 6. Zulässige Stromstärke für nackte Leitungen im Zimmer 35.
— 7. Werthe der Konstanten C der Gleichung 5 b 37.
— 8 u. 9. Zulässige Stromstärke für nackte Freiluftleitungen 42.
— 10. Schmelzstrom für verschiedene Metalle 47.
— 11. Spec. Widerstand und Emissionsfähigkeit von Kupfer bei verschiedenen Temperaturen 49.
— 12. Erwärmung eines 10 mm-Drahtes nach Kennelly und Preece 51.
— 13. Wärmeabgabe von Kupferkugeln 52.
— 14. Wärmeabgabe blanker Drähte in Kalorien pro qcm und Sek. 54.
— 15. Zulässige Stromstärken für verschiedene Drähte nach Kennelly und Wadsworth 57.
— 16. Zusammenstellung der Formeln über die Erwärmung von Kupferdrähten bei verschiedener Verlegungsarten derselben 59.
Tab. 17. Spec. Widerstand, Temperaturkoëfficient und Leitungsfähigkeit einiger Metalle 60.
— 18. Erwärmung von Eisenstäben durch Gleich- und Wechselstrom 64.
— 19. Gasdruck und Helligkeit einer Glühlampe 71.
— 20. Formeln für ältere Glühlampen 73.
— 21. Stärke der homogenen Strahlung und Temperatur einer Glühlampe 76.
— 22. Glühlampe, Wirkungsgrad nach Blattner 77.
— 23 u. 24. Glühlampe, Wirkungsgrad nach Merritt 77, 78.
— 25. Glühlampe, Wirkungsgrad und Watt pro Kerze 79.
— 26. Leuchtkraft und elektrische Grössen einer Lampe 80.
— 27. Leuchtkraft und elektrische Grössen moderner Lampen 84.
— 28. Helligkeit und Energie bei den Khotinskylampen 88.
— 29. Helligkeit und Energie nach Siemens & Halske 90.
— 30. Helligkeit und Energie bei modernen Lampen 92.
— 31. Zusammenhang zwischen Lebensdauer, Leuchtkraft und Spannung bei Edisonlampen 97.
— 32. Reduktionsfaktoren verschiedener Lampen nach Puffer 104.
— 33. Die von verschiedenen Körpern ausgestrahlte Lichtmenge 112.
— 34, 35, 36. Wirkungsgrad von Bogenlampen 113, 114, 116.
— 37, 38. Gegenelektromotorische Kraft des Bogens 123, 124.
— 39. Einfluss der Kohlen auf den Wirkungsgrad des Lichtbogens 135.
— 40. Relativer Kohlenabbrand nach Marks 141.
— 41. Brenndauer verschieden dicker Kohlen 142.
— 42. Relativer Abbrand bei Wechselstromlampen der A.-G. Helios 142.

Tab.43. Ermittelung des jährlichen Energieverlustes 256.
— 44. Aenderung des Widerstandes mit der Temperatur 327.
— 45 u. 46. Berechnung zweier Rheostatwiderstände aus verschiedenen Materialien 332.
— 47, 48, 49, 50. Berechnung eines Leitungsrheostats 336, 337, 338.
— 51, 52, 53, 54. Berechnung eines Lichtregulators 347, 348, 349, 350.
Technische Rücksichten wichtiger als wirthschaftliche 259.
Temperatur des Kohlenfadens der Glühlampe 76.
— des Lichtbogens 106.
— -Koëfficient verschiedener Materialien 60.
— -Zunahme, Bestimmung ders. 18.
— — Widerstandsänderung 329.
Tesla, Ton des Bogens bei sehr hohen Polwechselzahlen 134.
Thatsächliche Stromvertheilung 217.
Theilströme 216.
Theorie des Lichtbogens 122.
— der Stromvertheilung 154.
(S. Grundsätze d. Stromvertheilung.)
Thomas, Martin u. Hassler, Glühlampenmessungen 91.
Thomson, Sir W., Oekonomiegesetz 22, 262.
— Eindringen des Wechselstromes in Drähte 62.
Thompson Silv. P., Anblaken der Glühlampen 85.
— Bogenlampen 109, 150.
Transformatoren, Berechnung der Sekundärleitungen 287, 290, 296.
— Erste Anwendung 7, 8.
— Gleichstrom- 8.
— Hintereinanderschaltung 288.
— Parallelschaltung 288.
— Phasenverschiebung 292.
— Primärstrom 292.
— Serienschaltung 288.
— Vertheilung 286.
— Wechselstrom- 287.
— — centrale 292, 301.
Trennung der Radiation und Konvektion 28, 38.
Trommelinduktor, Erfindung desselben 2.
Trotter, Lichtbogen 108.
Tschikoleff, Differentiallampe 1.
Turiner Ausstellung 288.
Tyndall, Wirkungsgrad künstlicher Lichtquellen 76.

Umsetzungsverhältniss der ersten Induktionsapparate 7.
Unipolare Sicherung (siehe einpolige) 316.
Unterirdisch verlegte Kabel, Erwärmung derselben 73.
Unterstation für Akkumulatoren 291.
— — Transformatoren 290.
Unvollkommenheit unseres Auges 120, 244.
Uppenborn, Lichtbogen 106, 114, 124, 127.
— Sphärische Leuchtkraft bei Bogenlampen 113.

Vacuum, Einfluss desselben bei Glühlampen 69.
Veränderung d. Spannung beim Seriensystem 225.
— der Stromentnahme 199.
Verfahren zur Auffindung des wahren Schnittpunktes 199.
— zur Bestimmung der Stromvertheilung bei veränderlicher Belastung 208.
Vergleich des Leitungsmetalles bei verschiedenen Systemen 297.
Verlust in Edison's erstem Netz 12.
— jährlicher Energieverlust 251, 253, 255.
— wirthschaftlich günstigster 259. (Siehe auch Spannungsgefälle.)
Vertheilung mittelst Akkumulatoren 285.
— mittelst Speiseleitungen 270.
— — Transformatoren für Wechselströme 286.
— mittelst Transformatoren f. Gleichströme 290.
Verzweigte Leitungen 177, 231.
Vierleitersystem 284, 285.
Vogel, Lichtbogenlänge und Leuchtkraft 114.
Volumen des Leitungsmetalles 231, 298.
— — — ein Minimum 233.

Volumen des Rheostats bei verschiedenen Metallen 331.
Vorausberechnung, Nothwendigkeit derselben 8.
Vorgänge im Kohlenfaden einer Glühlampe 69.
Vorschaltwiderstände bei Bogenlampen, Erfindung derselben 4.
— bei Bogenlampen, Nutzen derselben 152.
Vortheil der Näherungsmethode zur Ermittelung der fiktiven Leitungslänger 237.
— hoher Spannungen 272.
Vorurtheil gegen Parallelschaltung 4.
Vorzug schwarzer Oberflächen 33.

Wadsworth, Einheitliche Darstellung der Erwärmungsformeln 51.
Wärmeabgabe seitens isolirter Kupferdrähte 23.
Wärmeemission 11, 19, 52, 55.
Wahl der Kohlensorte für Bogenlampen 135.
— der Oekonomie von Glühlampen 96.
— des Schnittpunktes ist beliebig 187, 193.
— des Spannungsgefälles 244, 271.
Weber, Glühlampenuntersuchungen 334.
— u. Fechner, Physiologisches Gesetz 341.
Wechselstrombogen, Analogie mit der Wechselstrom-Elektrolyse 132.
— Bild desselben 129.
— Elektromotorische Kraft desselben 130.
— Widerstand desselben 132.
— Phasenverschiebung 133.
— Polwechselzahl, niedrigste 134.
— Relativer Kohlenabbrand 142.
— Spannung, erforderliche 127.
— Summen desselben 134.
— -Lampen von Helios 134.
— — Vorschaltwiderstand 334.
— Lebensdauer der Glühlampen bei 99.
Wechselstrom-Maschinen bequem zur Lichttheilung 3.
— — erste Verbreitung derselb. 2, 3.
— -Netz 219, 292.
— -Transformatoren 287.
(Siehe auch Transformatoren.)
Wechselstrom, Widerstand von Kupfer- und Eisendrähten bei Wechselstrom 62.
Werdermann, Vorschaltwiderstände für Bogenlampen 4.
Widerstände siehe Regulir-Widerstände 328.
Widerstands-Aenderung mit der Temperatur 49, 329.
— -Koëfficient verschiedener Metalle 60.
— -Messung zur Bestimmung der Temperaturzunahme 18.
— specifische beeinflusst Rheostatmaterial 330.
Wiedemann, Theorie des Lichtbogens 125.
Wirkungsgrad der Bogenlampen 113, 115, 117, 135, 140.
— der Glühlampen 71, 76.
Wirthschaftlich günstigster Querschnitt 251, 260.
— günstigster Verlust 259.
Wirthschaftliche Rücksichten 248, 259, 272.

Zahl der Gleichungen für ein gegebenes Netz 204.
Zahlenbeispiel für die Berechnung eines Leitungsrheostats 336.
— für die Berechnung eines Lichtregulators 345.
— für die Buchung der Belastungsänderungen 211.
— für die Dimensionirung d. Schmelzstückes 321.
— für die Ermittelung der fiktiven Leitungslänge 237, 240, 241.
— für die Ermittelung des jährlichen Energieverlustes 253, 256.
— für die Ermittelung des Schnittpunktes 188, 194.
— für die Ermittelung des Spannungsgefälles verzweigter Leitungen 238.
— für eine Hausanlage 240.
— — eine Hintereinanderschaltungsanlage 157.
— für die Knotenpunktsmethode 217, 219.
— für eine Parallelschaltungsanlage 173.
— für das Swan'sche System 279.

Zahlenbeispiel für eine Transformatorenanlage 292.
— für eine Wechselstromcentrale 292, 301.
— für die Wahl des Rheostatmaterials 331.
Zerlegung der Abnahmen auf die Knotenpunkte 215, 219.
Zipernowsky-Déri-Bláthy, Vertheilungssystem 7, 289.
Zulässige Belastung in Ampère pro qmm 11, 26.
Zulässige Erwärmung von Drähten 18, 329.
— Spannungsverluste 244, 271.
— Stromstärke für Drähte 17, 35, 40, 48.
Zweck der Sicherungen 315.
Zweileitersystem, Anordnung 228.
— Ausführung, erste 5.
— Leitungsvolumen 231.
— Spannungsgefälle 230.
— Querschnittsbestimmung 229, 298.
Zweipolige Schmelzsicherungen 316.

BAYERISCHE STAATS-BIBLIOTHEK MUENCHEN

E. Arnold.

Die Ankerwicklungen der Gleichstrom-Dynamomaschinen. Entwicklung und Anwendung einer allgemein gültigen Schaltungsregel. Mit zahlreichen in den Text gedruckten Figuren. geb. in Leinwd. M. 5,—.

Thomas H. Blakesley.

Die elektrischen Wechselströme. Zum Gebrauche für Ingenieure und Studirende. Aus dem Englischen übersetzt von Clarence P. Feldmann. Mit 31 in den Text gedruckten Figuren. geb. in Leinwd. M. 4,—.

M. Corsepius.

Theoretische und praktische Untersuchungen zur Konstruktion magnetischer Maschinen. Mit 13 Textfiguren und 2 lithographirten Tafeln. M. 6,—.

Leitfaden zur Konstruktion von Dynamomaschinen und zur Berechnung von elektrischen Leitungen. Mit 16 in den Text gedruckten Figuren und einer Tabelle. M. 2,—.

J. A. Ewing.

Magnetische Induktion in Eisen und verwandten Metallen. Deutsche Ausgabe von Dr. L. Holborn und Dr. St. Lindeck. Mit 163 in den Text gedruckten Abbildungen. geb. in Leinwd. M. 8,—.

C. Hochenegg.

Anordnung und Bemessung elektrischer Leitungen. Mit 38 in den Text gedruckten Figuren. geb. in Leinwd. M. 6,—.

G. Kapp.

Elektrische Kraftübertragung. Ein Lehrbuch für Elektrotechniker. Autorisirte deutsche Ausgabe nach der dritten englischen Auflage bearbeitet von Dr. L. Holborn und Dr. K. Kahle. geb. in Leinwd. M. 7,—.

E. Müller.

Der Telegraphenbetrieb in Kabelleitungen unter besonderer Berücksichtigung der in der Reichs-Telegraphenverwaltung bestehenden Verhältnisse. Mit 26 in den Text gedruckten Figuren. Zweite Auflage. M. 1,40.

Festschrift für die Versammlung deutscher Städteverwaltungen aus Anlass der Internationalen elektrotechnischen Ausstellung zu Frankfurt a. M., 26.—29. August 1891. — **Die Versorgung von Städten mit elektrischem Strom.** Nach Berichten elektrotechnischer Firmen über die von ihnen verwendeten Systeme. Redaktion: Ingenieur F. Uppenborn. Mit zahlreichen Tafeln und Text-Abbildungen. geb. in Leinwd. M. 16,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

A. Beringer.

Kritische Vergleichung der elektrischen Kraftübertragung mit den gebräuchlichsten mechanischen Uebertragungssystemen. Gekrönte Preisschrift. M. 2,40.

M. Faraday.

Experimental-Untersuchungen über Elektricität. Deutsche Uebersetzung von Dr. S. Kalischer. In drei Bänden. Mit in den Text gedruckten Abbildungen, Tafeln und dem Bildniss Faradays.

Erster Band. M. 12,—; geb. in Leinwd. M. 13,20.
Zweiter Band. M. 8,—; geb. in Leinwd. M. 9,20.
Dritter Band. M. 16,—; geb. in Leinwd. M. 17,20.

W. Fritsche.

Die Gleichstrom-Dynamomaschine. Ihre Wirkungsweise und Vorausbestimmung. Mit 105 in den Text gedruckten Abb. M. 4,—; geb. in Leinwd. M. 5,—.

O. Frölich.

Die dynamoelektrische Maschine. Eine physikalische Beschreibung für den technischen Gebrauch. Mit 64 Holzschnitten. M. 8,—.

Handbuch der Elektricität und des Magnetismus. Für Techniker bearbeitet. Mit vielen Holzschnitten und 2 Tafeln. Zweite verm. und verb. Auflage. M. 15,—; geb. in Leinwd. M. 16,20.

C. Grawinkel.

Lehrbuch der Telephonie und Mikrophonie. Mit besonderer Berücksichtigung der Fernsprecheinrichtungen der Deutschen Reichs-Post- und Telegraphen-Verwaltung. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 122 Holzschnitten. M. 5,—; geb. in Leinwd. M. 6,—.

C. Grawinkel und K. Strecker.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung von Fink, Goppelsroeder, Pirani, v. Renesse u. Seyffert. Mit zahlreichen Abbildungen. Dritte Auflage. geb. in Leinwd. M. 12,—.

Die Telegraphentechnik. Ein Leitfaden für Post- und Telegraphenbeamte. Mit in den Text gedruckten Fig. u. 2 Taf. 3. Aufl. M. 4,—; geb. in Leinwd. M. 5,—.

E. Hoppe.

Die Akkumulatoren für Elektricität. Mit zahlreichen in den Text gedruckten Abbildungen. Zweite vermehrte Auflage. M. 7,—; geb. in Leinwd. M. 8,—.

E. Mascart und J. Joubert.

Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus. Autorisirte deutsche Uebersetzung von Dr. Leopold Levy.

Erster Band. Mit 127 Abbildungen. M. 14,—; geb. in Leinwd. M. 15,20.
Zweiter Band. Mit 137 Abbildungen. M. 16,—; geb. in Leinwd. M. 17,20.

J. C. Maxwell.

Lehrbuch der Elektricität und des Magnetismus. Autorisirte deutsche Uebersetzung von Dr. B. Weinstein. In 2 Bänden.

Erster Band. Mit zahlreichen Holzschnitten und 14 Tafeln. M. 12,—; geb. in Leinwd. M. 13,20.
Zweiter Band. Mit zahlreichen Holzschnitten und 7 Tafeln. M. 14,—; geb. in Leinwd. M. 15,20.

H. Poincaré.

Elektricität und Optik. Vorlesungen. Autorisirte deutsche Ausgabe von Dr. W. Jaeger und Dr. E. Gumlich, Assistenten an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu Berlin. In 2 Bänden.

Erster Band. Die Theorien von Maxwell und die elektromagnetische Lichttheorie. Mit 39 in den Text gedruckten Figuren. M. 8,—.

Zweiter Band. Die Theorien von Ampère und Weber — Die Theorie von Helmholtz und die Versuche von Hertz. Mit 15 in den Text gedruckten Figuren. M. 7,—.

L. Scharnweber.

Die elektrische Haustelegraphie und die Telephonie. Handbuch für Techniker, Mechaniker und Bauschlosser. Zweite umgearbeitete und vermehrte Auflage von Dr. Otto Goldschmidt. Mit 111 Holzschnitten. M. 3,—.

Werner Siemens.

Wissenschaftliche und technische Arbeiten.

Erster Band. Wissenschaftliche Abhandlungen und Vorträge. Mit in den Text gedruckten Abbildungen und dem Bildniss des Verfassers. Zweite Auflage. M. 5,—; geb. in Leinwd. M. 6,20.

Zweiter Band. Technische Arbeiten. Mit 204 in den Text gedruckten Abbildungen. Zweite Auflage. M. 7,—; geb. in Leinwd. M. 8,20.

W. Thomson.

Gesammelte Abhandlungen zur Lehre von der Elektricität und dem Magnetismus. (Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism.) Autorisirte deutsche Ausgabe von Dr. L. Levy und Dr. B. Weinstein. Mit 59 Abbildungen und 3 Tafeln. M. 14,—; geb. in Leinwd. M. 15,20.

J. Violle.

Lehrbuch der Physik. Deutsche Ausgabe von Dr. E. Gumlich, Dr. L. Holborn, Dr. W. Jaeger, Dr. D. Kreichgauer, Dr. St. Lindeck, Assistenten an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. In vier Theilen.

Erster Theil: Mechanik.

Erster Band. Allgemeine Mechanik und Mechanik der festen Körper. Mit 257 in den Text gedruckten Figuren. M. 10,—; geb. M. 11,20.

Zweiter Band. Mechanik der flüssigen und gasförmigen Körper. Mit 309 in den Text gedruckten Figuren. M. 10,—; geb. M. 11,20.

Robert Weber.

Aufgaben aus der Elektricitätslehre. Methodisch geordnet und mit Berücksichtigung aller Theile der Elektricität, sowie unter Zugrundelegung der absoluten Maasse bearbeitet. Mit in den Text gedruckten Figuren. M. 3,—.

Wilhelm Weber's Werke.

Herausgegeben von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen.

Erster Band: Akustik, Mechanik, Optik und Wärmelehre. Besorgt durch Woldemar Voigt. Mit dem Bildniss Weber's, 13 Tafeln und in den Text gedruckten Abbildungen. M. 20,—; geb. in Halbfrz. M. 22,50.

Zweiter Band: Magnetismus. Besorgt durch Eduard Riecke. Mit X Tafeln und in den Text gedruckten Abbildgn. M. 14,—; geb. in Halbfrz. M. 16,50.

Dritter Band: Galvanismus und Elektrodynamik. Erster Theil. Besorgt durch Heinrich Weber. Mit 1 Tafel und in den Text gedruckten Abb. M. 20,—; geb. in Halbfrz. M. 22,50.

(*Bd. IV*: Galvanismus und Elektrodynamik II, *Bd. V*: Wellenlehre auf Experimente gegründet, *Bd. VI*: Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge sind in Vorbereitung.)

Verlag von Julius Springer in Berlin und R. Oldenbourg in München.

Elektrotechnische Zeitschrift

(Centralblatt für Elektrotechnik)

Organ des Elektrotechnischen Vereins.

Chefredakteur: **F. Uppenborn in Berlin.**

Wöchentlich ein Heft.

Preis für den Jahrgang M. 20,— (M. 25,— bei portofreier Versendung nach dem Auslande).

Die „Elektrotechnische Zeitschrift“ — seit dem Jahre 1890 vereinigt mit dem bisher in München erschienenen „Centralblatt für Elektrotechnik“ — erscheint in wöchentlichen Heften und unterrichtet, unterstützt von den hervorragendsten Fachleuten, über alle das Gesammtgebiet betreffenden Vorkommnisse und Fragen in Originalberichten, Rundschauen, Korrespondenzen aus den Mittelpunkten der Wissenschaft, der Technik und des Verkehrs, in Auszügen aus den in Betracht kommenden fremden Zeitschriften, Patentberichten etc. etc.

Verlag von Julius Springer in Berlin N.

Fortschritte der Elektrotechnik.

Vierteljährliche Berichte

über die

neueren Erscheinungen auf dem Gesammtgebiete der angewandten Elektricitätslehre mit Einschluss des elektrischen Nachrichten- und Signalwesens.

Unter Mitwirkung von **Borns, Heim, Kahle, Müller** und **Wedding**

herausgegeben von

Dr. Karl Strecker,

Ober-Telegraphen-Ingenieur im Reichs-Postamte, Lehrer an der Post- und Telegraphenschule und Docent a. d. Königl. Technischen Hochschule Berlin.

Vollständig liegen vor:

Erster Jahrgang: **Das Jahr 1887.**
Preis M. 20,—.

Zweiter Jahrgang: **Das Jahr 1888.**
Preis M. 22,—.

Dritter Jahrgang: **Das Jahr 1889.**
Preis M. 23,—.

Vierter Jahrgang: **Das Jahr 1890.**
Preis M. 26,—.

Im Erscheinen begriffen: Fünfter Jahrgang: **Das Jahr 1891.**

Die „Fortschritte der Elektrotechnik“ stellen sich zur Aufgabe, eine Uebersicht der neuen literarischen Ergebnisse auf dem Gebiete der reinen und angewandten Elektricitätslehre zu liefern. Sie nehmen in erster Linie Rücksicht auf die Elektrotechnik, deren Literatur sie in möglichst grosser Vollständigkeit aufführen; doch ist auch die reine Elektricitätslehre in weitgehendem Maasse angezogen worden. Die „Fortschritte“ wollen dem, der sich über bestimmte Gegenstände oder grössere Gebiete der Fachliteratur zu unterrichten wünscht, ein zuverlässiger Führer sein; sie wollen sowohl durch möglichst rasche Sammlung des Neuen den Leser in Stand setzen, sich mit geringer Mühe auf dem Laufenden zu erhalten, als auch für die spätere Zeit ein Nachschlagebuch werden, welches den nothwendigen Schlüssel zu der überaus reichhaltigen Fachliteratur bildet.

Das Gesammtgebiet wird in sechs Hauptabschnitte eingetheilt: **1. Elektromechanik, 2. Elektrochemie, 3. Elektrisches Nachrichten- und Signalwesen, 4. Messungen und wissenschaftliche Untersuchungen, 5. Erdstrom- und atmosphärische Elektricität, 6. Neue Bücher.**

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

13
9

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Herzog, Josef

Die Berechnung Elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis

Berlin 1893

Techn. 103 b
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11889144-2